



B2 3-2 二元一次方程式的圖形



溫故知新 ① 二元一次方程式的解



① 判斷方程式 $x = -2$ ， $y = 1$ 是否為 $2x + 3y = -1$ 的一組解

② 請找出 $2x + 5y = 15$ 的三組解，並用數對表示

① 任何二元一次方程式都可以找到_____解。



牛刀小試 ①

1. 判斷方程式 $x = 3$ ， $y = 2$ 是否為 $4x - 3y = 6$ 的一組解。

2. 判斷方程式 $x = 2$ ， $y = -1$ 是否為 $2x + 3y = -1$ 的一組解。

3. 請找出 $2x + y = 10$ 的三組解，並用數對表示。

4. 請找出 $x - 2y = 5$ 的三組解，並用數對表示。



概念

① 二元一次方程式的解和圖形的意義



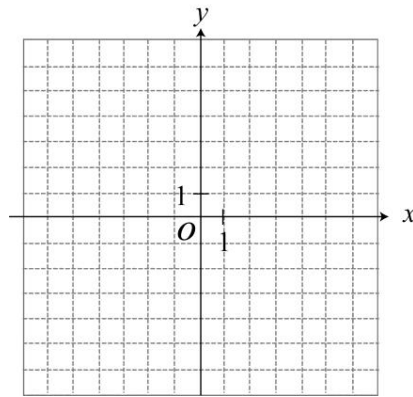
畫 $x+y=3$ 解的圖形

$x+y=3$ 的解

→ 寫成數對(__ , __)

→ 畫在坐標平面

x							
y							
數對							



方程式的 (解)



直線上的 (點)

① 二元一次方程式的圖形是 _____

② 把每一個解當成 _____

③ 在 $x+y=3$ 圖形上的每個點都符合

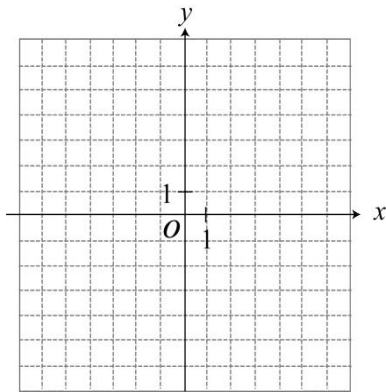
解 $\begin{cases} x = \blacksquare \\ y = \blacktriangle \end{cases}$ ← 就是 → 點 (\blacksquare , \blacktriangle)
x坐標 y坐標



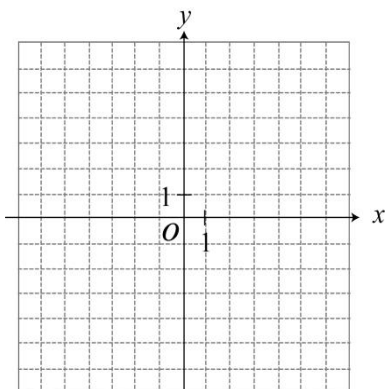
牛刀小試 2

畫出下列二元一次方程式的圖形

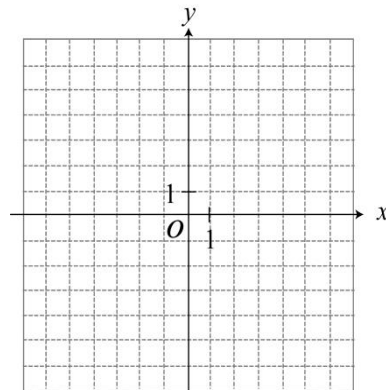
1. $x-y=0$



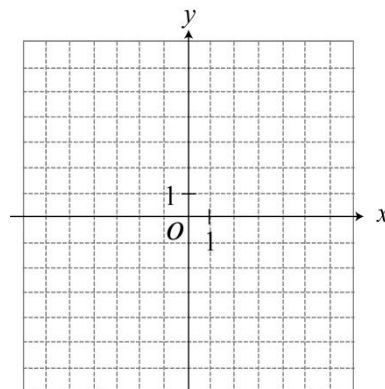
2. $x+y=0$



3. $x-y=2$



4. $x+y=1$





例題 1 通過原點的斜直線



在坐標平面上畫出方程式 $2x - y = 0$ 解的圖形

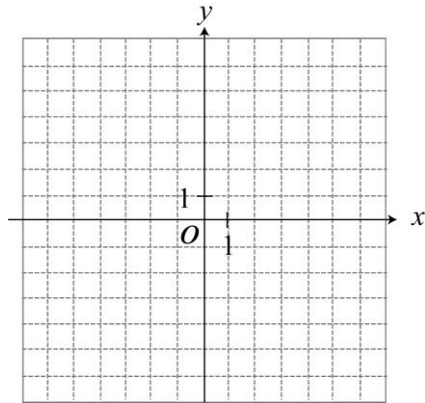
步驟：

① 先找_____個解（點）

② 畫在坐標平面上

③ 直尺連起來

④ 凸出去寫名字



① 最少要幾個點才能連成一直線？

答：_____

② $2x - y = 0$ 的直線每一點都符合



③ $2x - y = 0$ 的圖形是否通過原點 $(0, 0)$ ？

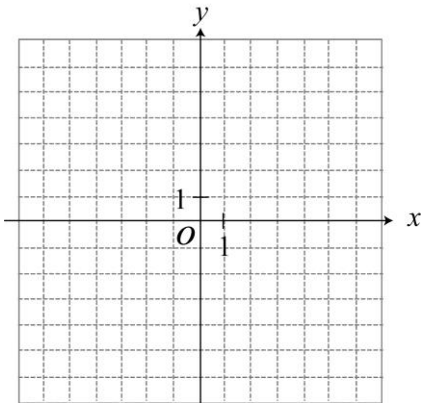
答：_____



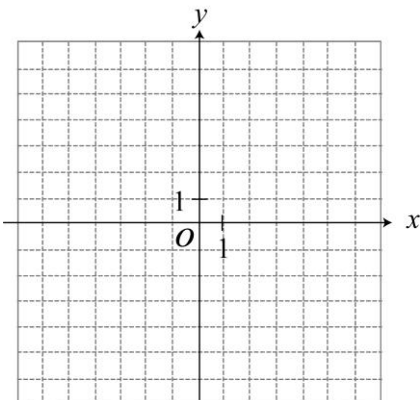
牛刀小試 3

畫出下列二元一次方程式的圖形

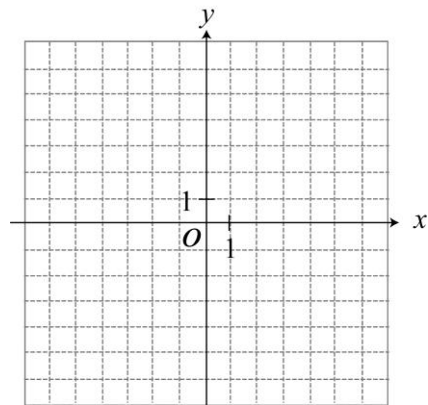
1. $x - 2y = 0$



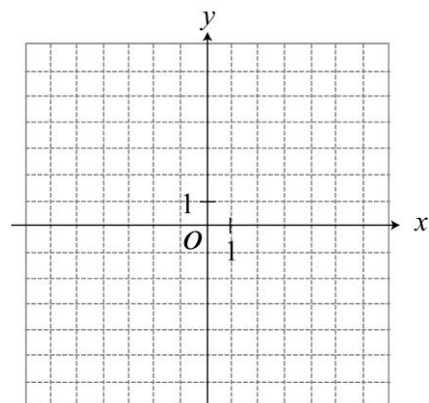
2. $3x + y = 0$



3. $3x - y = 0$



4. $x + 2y = 0$





例題 ② 不通過原點的斜直線



在坐標平面上畫出方程式 $3x + 4y = 12$ 解的圖形

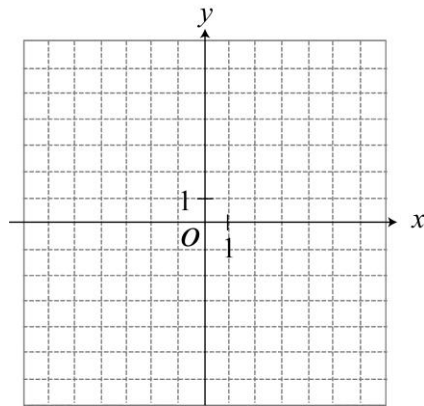
步驟：

① 先找_____個解(點)

② 畫在坐標平面上

③ 直尺連起來

④ 凸出去寫名字



① $3x + 4y = 12$ 的直線每一個點都符合



② $3x + 4y = 12$ 的圖形

(1) 是否通過原點(0, 0)?

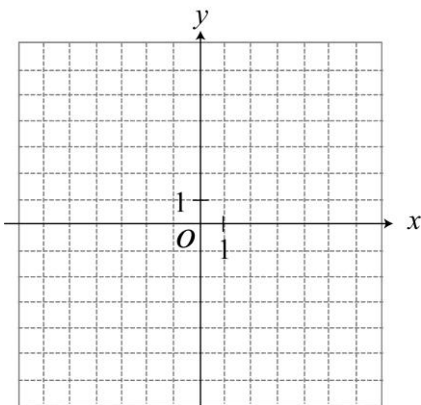
(2) 不通過哪一個象限?



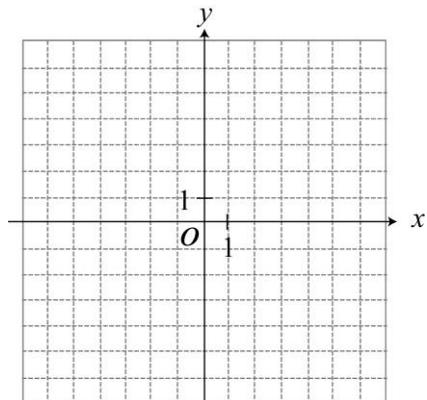
牛刀小試 ④

在坐標平面上畫出二元一次方程式的圖形

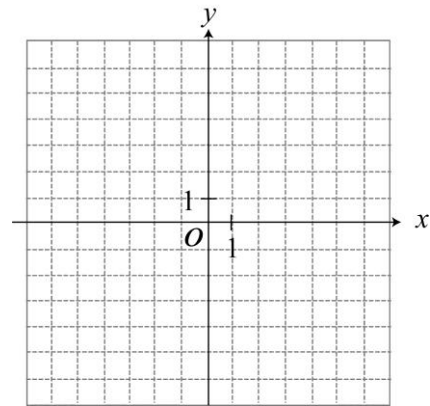
1. $x + y = 1$



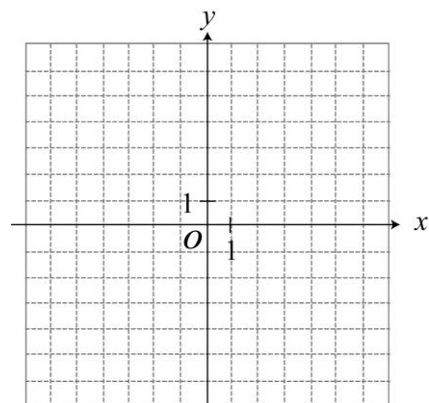
2. $x + 2y = 4$



3. $2x - y = 3$



4. $3x - y = 5$

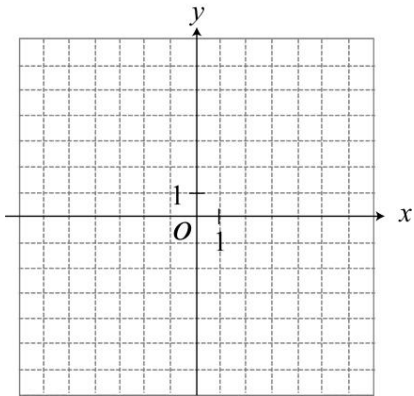




例題 ③ $x = \square$ 是鉛垂線， $y = \star$ 是水平線

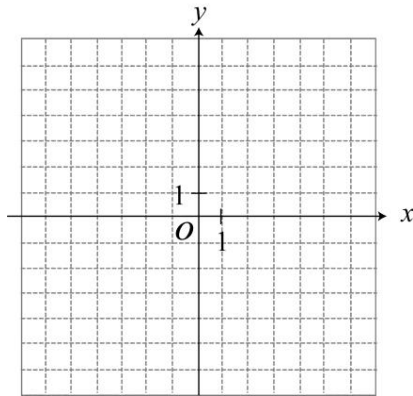


① $x=3$ 解的圖形



我的發現
 $x=3$ 是通過(,) ;
 垂直___軸的鉛垂線

② $y+1=0$ 解的圖形



我的發現
 $y+1=0$ 是通過(,) ;
 垂直___軸的水平線

★垂直 x 看 x

垂直 y 看 y

$x = \square$ (垂直___軸)

$y = \star$ (垂直___軸)

思考：

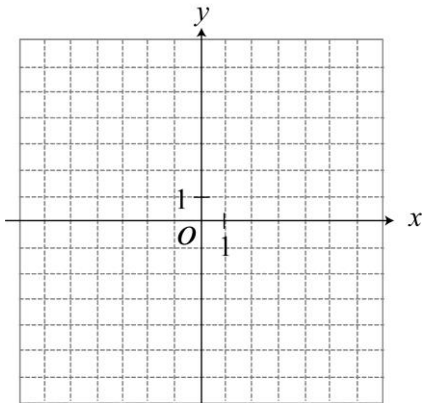
直線 $x=3$ 就是坐在第 3 排的所有學生(直排)

直線 $y=3$ 坐在每一排第三個的所有學生(橫列)

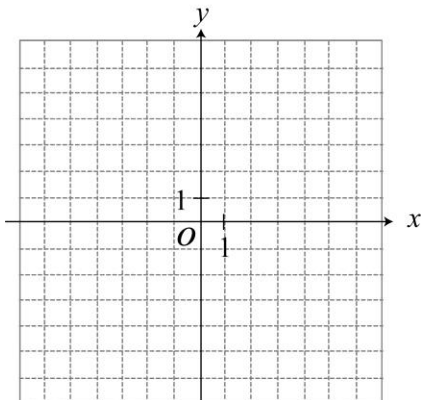


牛刀小試 5

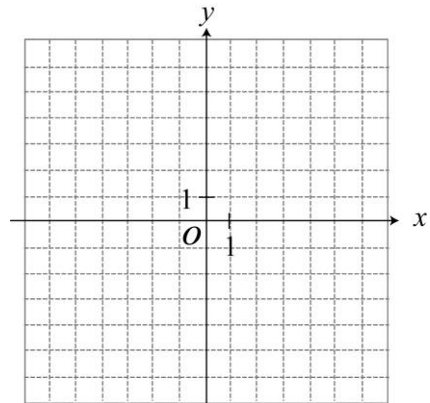
1. (1) 試在坐標平面上繪出方程式 $x+4=0$ 的圖形。



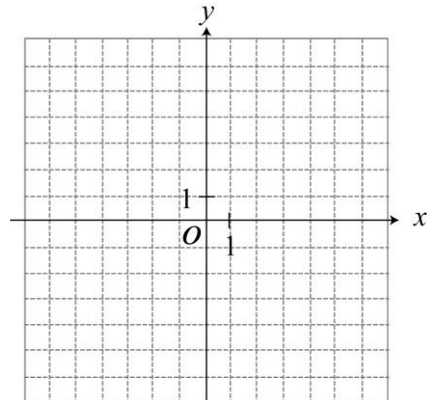
(2) 試在坐標平面上繪出方程式 $y-5=0$ 的圖形。



2. (1) 試在坐標平面上繪出方程式 $x-3=0$ 的圖形。



(2) 試在坐標平面上繪出方程式 $y+2=0$ 的圖形。





下列哪些點在 $4x - 3y = 10$ 的圖形上？

❶ $(4, 2)$

❷ $(1, 2)$

❸ $(-3, 5)$

❹ $(-2, -3)$



牛刀小試 6

1. 下列哪些在 $4x - 3y = 5$ 的圖形上？

$A(2, 1)$ 、 $B(1, 3)$ 、 $C(0, 5)$

2. 下列哪些在 $x + 3y = 10$ 的圖形上？

$A(1, -3)$ 、 $B(-2, 4)$ 、 $C(7, 3)$

3. 下列哪些在 $2x + y = 9$ 的圖形上？

$A(-3, 3)$ 、 $B(4, 2)$ 、 $C(5, -1)$

4. 下列哪些在 $3x - 2y = 6$ 的圖形上？

$A(3, 1)$ 、 $B(-2, 0)$ 、 $C(0, -3)$

**例題****4****點是否在二元一次方程式的圖形上**

已知二元一次方程式 $2x - 3y = 12$ 的圖形中

① 若 $(a, 2)$ 也在方程式 $2x - 3y = 12$ 的圖形上，則 $a = ?$

② 若 $(3, b)$ 也在方程式 $2x - 3y = 12$ 的圖形上，則 $b = ?$

★重點:

**牛刀小試 7**

1. (1) 若 $(a, 2)$ 在方程式 $3x + 4y = 20$ 的圖形上，則 $a = ?$

(2) 若 $(4, b)$ 在方程式 $3x + 4y = 20$ 的圖形上，則 $b = ?$

2. (1) 若 $(a, -2)$ 在方程式 $2x - y = 6$ 的圖形上，則 $a = ?$

(2) 若 $(5, b)$ 在方程式 $2x - y = 6$ 的圖形上，則 $b = ?$



概念

③ 求通過已知一點的二元一次方程式



① $3x + by = -1$ 通過 $(2, 1)$ ，求 $b = ?$

② $3x + 4y = c$ 通過原點，求 $c = ?$

★重點



牛刀小試 8

求圖形通過已知一點的二元一次方程式

1. 已知二元一次方程式 $ax - 6y + 4 = 0$ ，其圖形通過 $P(2, 1)$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 已知二元一次方程式 $ax + 2y - 8 = 0$ ，其圖形通過 $Q(2, -4)$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 已知二元一次方程式 $3x + 2y = b$ ，其圖形通過原點 $(0, 0)$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知二元一次方程式 $5x - 3y + c = 2$ ，其圖形通過原點 $(0, 0)$ ，則 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



溫故知新 ② 解二元一次聯立方程式



解下列二元一次聯立方程式

①
$$\begin{cases} 6=3a+b \\ 0=b \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} 3=2a+b \\ 1=b \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} 7=2a+b \\ 4=a+b \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} 9=3a+b \\ 1=-a+b \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} 8=2a+b \\ 11=3a+b \end{cases}$$



牛刀小試 9

解下列二元一次聯立方程式

1.
$$\begin{cases} 4=2a+b \\ 0=b \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 6=2a+b \\ 2=b \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 9=2a+b \\ 4=a+b \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 9=3a+b \\ 5=-a+b \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} 15=5a+b \\ 11=3a+b \end{cases}$$



概念

④ 求通過已知二點的二元一次方程式



二元一次方程式 $y=ax+b$ 通過 $(2, 3)$ 和 $(-1, 6)$ 求此直線方程式

★要求的是_____



牛刀小試 10

1. 已知二元一次方程式 $y=ax+c$ 通過 $(2, 5)$ 、 $(1, 4)$ 兩點，則此二元一次方程式為_____。
2. 已知二元一次方程式 $y=ax+c$ 通過 $(3, 9)$ 、 $(1, 5)$ 兩點，則此二元一次方程式為_____。
3. 已知二元一次方程式 $y=ax+c$ 通過 $(4, 10)$ 、 $(1, 1)$ 兩點，則此二元一次方程式為_____。
4. 已知二元一次方程式 $y=ax+c$ 通過 $(3, 5)$ 、 $(2, 3)$ 兩點，則此二元一次方程式為_____。



例題 5 判斷一點是否在二元一次方程式的圖形上



$y = ax + b$ 的圖形通過 $A(3, -6)$ 、 $O(0, 0)$

★重點

① 求二元一次方程式的圖形。

② $C(5, -10)$ 是否在此二元一次方程式的圖形上？



牛刀小試 11

- 已知二元一次方程式 $y = ax + c$ 通過 $(2, 4)$ 、 $(0, 0)$ 兩點，則此二元一次方程式為 _____； $(3, 6)$ 是否在此二元一次方程式的圖形上？答：_____。
- 已知二元一次方程式 $y = ax + c$ 通過 $(3, -9)$ 、 $(0, 0)$ 兩點，則此二元一次方程式為 _____； $(2, -5)$ 是否在此二元一次方程式的圖形上？答：_____。
- 已知二元一次方程式 $y = ax + c$ 通過 $(6, 1)$ 、 $(5, 0)$ 兩點，則此二元一次方程式為 _____； $(8, 3)$ 是否在此二元一次方程式的圖形上？答：_____。
- 已知二元一次方程式 $y = ax + c$ 通過 $(0, 2)$ 、 $(4, 10)$ 兩點，則此二元一次方程式為 _____； $(5, 8)$ 是否在此二元一次方程式的圖形上？答：_____。



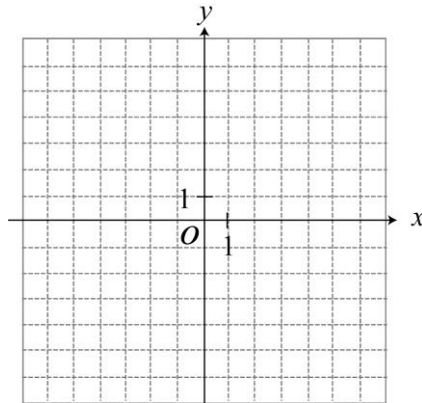
概念

5 二元一次聯立方程式解的幾何意義



聯立方程式的共同解就是坐標上的交點
 將二元一次方程式 $2x+3y=6$ 和 $x=3$ 解的
 圖形畫在同一坐標平面上。

- ❶ $2x+3y=6$
- ❷ $x=3$
- ❸ 求聯立方程式的共同解
- ❹ 二條直線交點_____



★重點

我的發現



牛刀小試 12

1. 在坐標平面上畫出二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x-y=3 \\ x=4 \end{cases}$ 中兩個方程式的圖形，並回答下列問題：

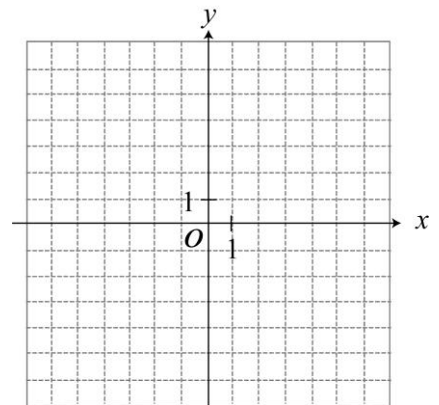
(1) 這兩個二元一次方程式圖形的交點坐標為_____。

$$x-y=3$$

x		
y		

$$x=4$$

x		
y		



2. 在坐標平面上畫出二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+y=5 \\ y=2 \end{cases}$ 中兩個方程式的圖形，並回答下列問題：

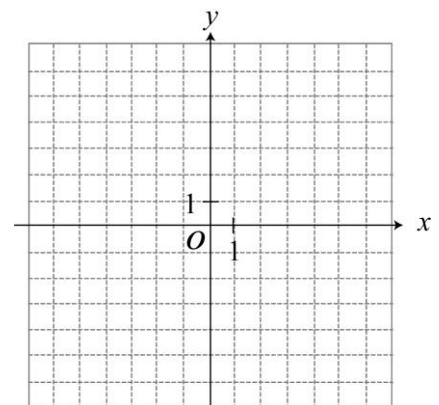
(1) 這兩個二元一次方程式圖形的交點坐標為_____。

$$x+y=5$$

x		
y		

$$y=2$$

x		
y		





例題 ⑥ 求出兩個二元一次方程式圖形的交點坐標



求直線方程式 $2x+3y=6$ 和 $x+y=3$ 的交點坐標。



牛刀小試 12

1. 二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x+2y=10 \\ x-y=2 \end{cases}$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$

這兩個二元一次方程式圖形的交點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$

這兩個二元一次方程式圖形的交點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ x+2y=5 \end{cases}$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$

這兩個二元一次方程式圖形的交點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



解 答 篇

牛刀小試 1

1. 是 2. 不是
3.

x	1	2	3
y	8	6	4

$(1,8)$; $(2,6)$; $(3,4)$

4.

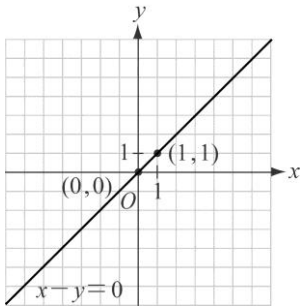
x	5	7	9
y	0	1	2

$(5,0)$; $(7,1)$; $(9,2)$

牛刀小試 2

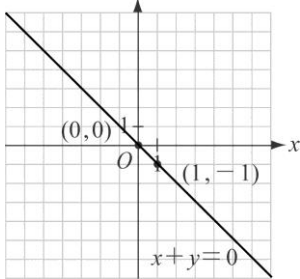
1.

x	0	1
y	0	1



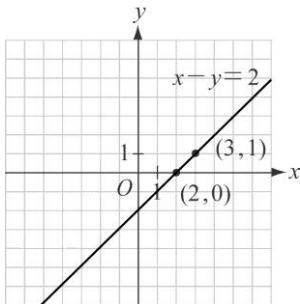
2.

x	1	0
y	-1	0



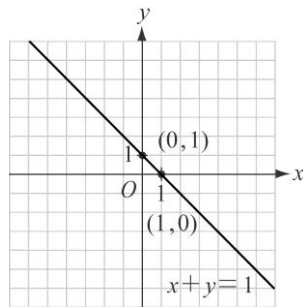
3.

x	2	3
y	0	1



4.

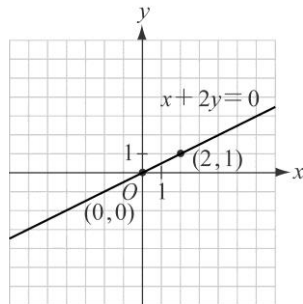
x	0	1
y	1	0



牛刀小試 3

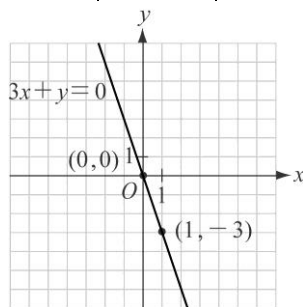
1.

x	0	2
y	0	1



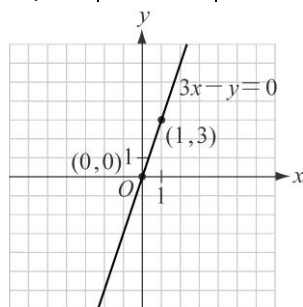
2.

x	0	1
y	0	-3



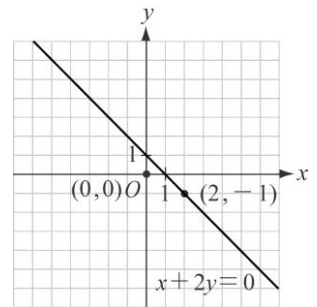
3.

x	0	1
y	0	3



4.

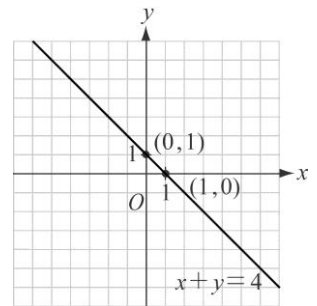
x	0	2
y	0	-1



牛刀小試 4

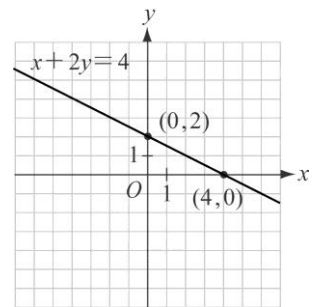
1.

x	0	1
y	1	0



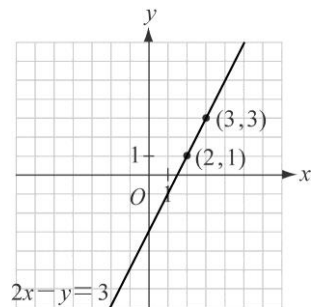
2.

x	0	4
y	2	0

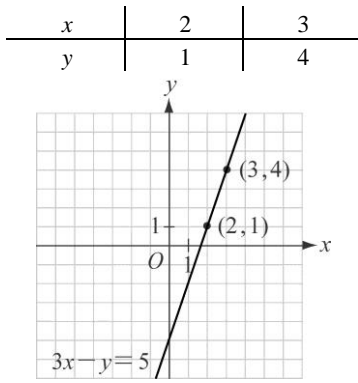


3.

x	2	3
y	1	3

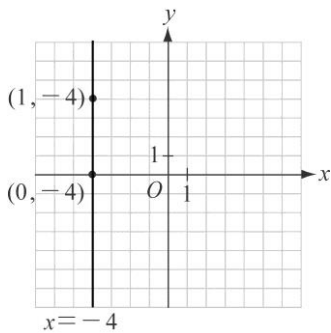


4.

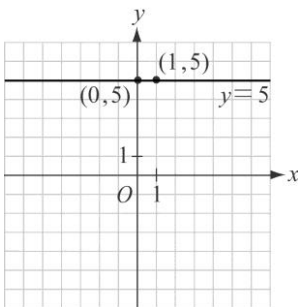


牛刀小試 5

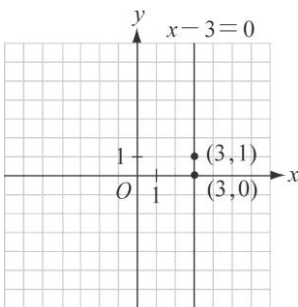
1. (1)



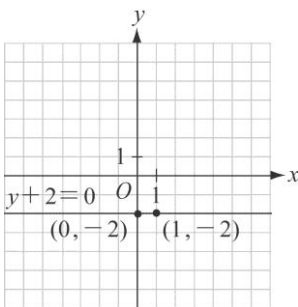
(2)



(3)



(4)



牛刀小試 6

1. A 2. B 3. C 4. C

牛刀小試 7

1. (1) $a=4$ (2) $b=2$
2. (1) $a=2$ (2) $b=4$

牛刀小試 8

1. $a=1$ 2. $a=8$ 3. $b=0$
4. $c=2$

牛刀小試 9

1. $a=2, b=0$
2. $a=2, b=2$
3. $a=5, b=-1$
4. $a=1, b=6$
5. $a=2, b=5$

牛刀小試 10

1. $y=x+3$
2. $y=2x+3$
3. $y=3x-2$
4. $y=2x-1$

牛刀小試 11

1. $y=2x$, 是
2. $y=-3x$, 否
3. $y=x-5$, 是
4. $y=2x+2$, 否

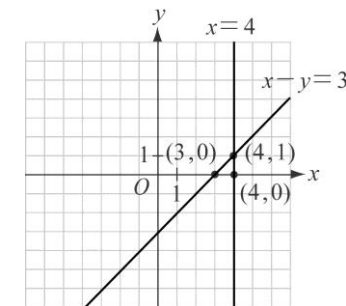
牛刀小試 12

1. $x-y=3$

x	3	4
y	0	1

$x=4$

x	4	4
y	0	1



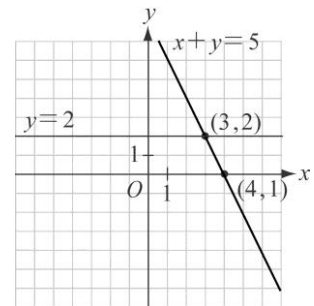
交點(4, 1)

2. $x+y=5$

x	3	4
y	2	1

$y=2$

x	3	4
y	2	2



交點(3, 2)

牛刀小試 13

1. $x=2, y=0$
· 交點(2, 0)

2. $x=3, y=2$
交點(3, 2)

3. $x=1, y=2$
交點(1, 2)