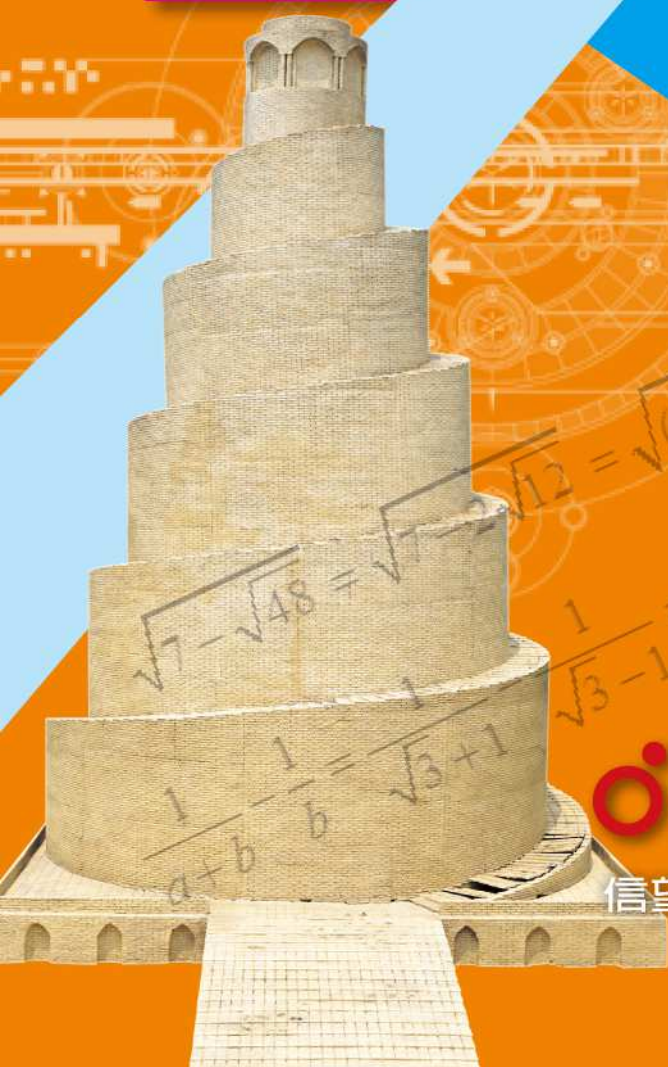


# 數學 2

進階  
講義

## 集合的定義與表示法

淡水商工 · 方志元 老師



信望愛文教基金會

## 5-1-2 集合的定義與表示法



### 定理敘述

1. 集合是由滿足某些條件的物件的組合，通常用大括號將這些物件寫在一起，這些物件稱為**元素**。若元素  $a$  在集合  $A$  中，用符號  $a \in A$ （讀作「 $a$  屬於  $A$ 」）表示。

2. 集合的表示法有列舉法及構式法（描述法）兩種：

若集合  $A$  表示 1 到 5 的正整數，則

列舉法： $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

構式法： $A = \{n \mid 1 \leq n \leq 5, n \text{ 為整數}\}$

3. 不包含任何元素的集合稱為**空集合**，以符號  $\emptyset$  表示。

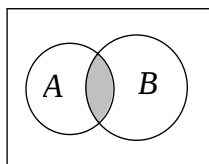
4. 若集合  $A$  中的每個元素都在集合  $B$  中，我們稱集合  $A$  為集合  $B$  的**子集**，以符號  $A \subset B$ （讀作「 $A$  包含於  $B$ 」）表示。

5. 包含我們在討論的所有元素的集合稱為**字集**。

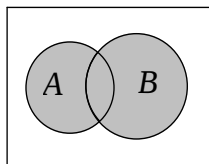
6. 若集合  $A$  裡有  $k$  個元素，則記為  $n(A) = k$

7. 設  $U$  為字集， $A$ 、 $B$  為  $U$  的子集，則：

(1)  $A$  與  $B$  的交集： $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$

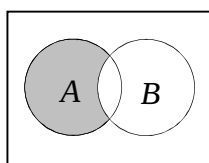


(2)  $A$  與  $B$  的聯集： $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

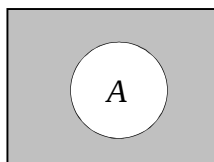


(3)  $A$  與  $B$  的差集： $A - B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$

$$= A - A \cap B$$



(4) 集合  $A$  的補集（餘集）： $A' = U - A = \{x | x \notin A\}$



8. 以上用來表示集合關係的圖形稱為文氏圖。

9. 我們將常用的數給定集合的名稱：

$\mathbb{N}$ ：全體正整數(自然數)所成的集合       $\mathbb{Z}$ ：全體整數所成的的集合

$\mathbb{Q}$ ：全體有理數所成的集合       $\mathbb{R}$ ：所有實數所成的集合

$\mathbb{C}$ ：所有複數所成的集合

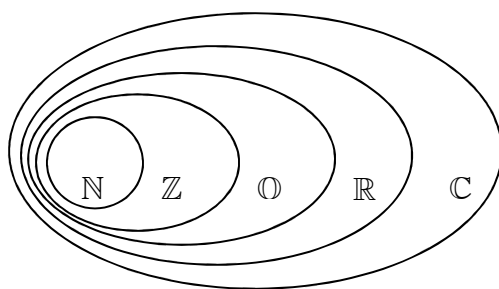
### 定理證明或說明

1. 若  $A$ 、 $B$  兩個集合裡的元素都相同，則這兩個集合相等，記為  $A = B$ 。此時  $A \subset B$  且  $B \subset A$ 。
2. 使用構式法（描述法）來表示集合時，寫法並不唯一，只要能清楚說明此集合的性質即可。

例如： $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$$= \{2n \mid n=1, 2, 3, 4, 5\} = \{n \mid n=2k, k \text{ 為 } 1 \text{ 到 } 5 \text{ 的整數}\}$$

3. 各數係的包含關係為： $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$



### 關鍵字

集合、元素、子集、宇集、聯集、交集、差集、補集

### 例題 1

試寫出下列各小題所描述的集合：

- (1) 集合  $A$  為 1 到 5 的正整數 (2) 集合  $B$  為不等式  $x^2 - 4x + 3 \leq 0$  的實數解  
(3) 所有正偶數的集合  $C$ 。

Ans：

- (1)  $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$   
(2)  $B = \{ x \mid 1 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R} \}$   
(3)  $C = \{ 2n \mid n \in \mathbb{R} \}$

### 例題 2

試寫出集合  $A = \{ 1, 2 \}$  的所有子集合。

Ans：

空集合  $\emptyset$ ；

含有一個元素： $\{ 1 \}$ 、 $\{ 2 \}$ ；

含有二個元素： $\{ 1, 2 \}$

共 4 個子集合。

### 例題 3

在 1 到 10 的正整數中三個集合

$A = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ ， $B = \{ n \mid 1 \leq n \leq 6, n \text{ 為整數} \}$ ， $C = \{ 2, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ ，

試求：(1)  $n(A)$  (2)  $A \cap B$  (3)  $A \cup C'$  (4)  $A - B$  (5)  $(B \cup C)'$

Ans：

依題意可知字集為 1 到 10 的正整數，且  $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

- (1) 集合  $A$  中有 5 個元素，故  $n(A) = 5$   
(2) 集合  $A$ 、 $B$  中共同的數字為 1、3、5，故  $A \cap B = \{ 1, 3, 5 \}$   
(3)  $C' = \{ 1, 3, 9, 10 \}$ ，故  $A \cup C' = \{ 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$   
(4) 從  $A$  中扣除掉與  $B$  相同的，即  $A - B = \{ 7, 9 \}$   
(5)  $B \cup C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ ，故  $(B \cup C)' = \{ 9, 10 \}$

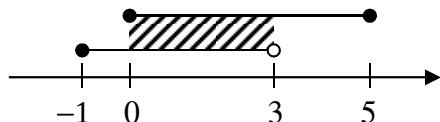
#### 例題 4

若  $A = \{x | x \in \mathbb{R}, -1 \leq x < 3\}$ 、 $B = \{x | x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 5\}$ ，試求：

- (1)  $A \cap B$  (2)  $B'$  (3)  $A - B$

Ans：

- (1) 將  $A$ 、 $B$  兩集合表示在數線上，如下圖

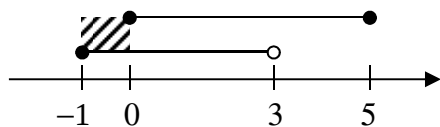


兩集合交集為兩範圍重疊部份，即圖中斜線部份。此斜線部份包含 0 但不含 3，故其範圍為  $0 \leq x < 3$ ，即  $A \cap B = \{x | x \in \mathbb{R}, 0 \leq x < 3\}$

- (2)  $B'$  為小於 0 或大於 5 的實數，不包含 0、5，故

$$B' = \{x | x \in \mathbb{R}, x > 5 \text{ 或 } x < 0\}$$

- (3) 如下圖所示， $A - B$  為  $A$  扣除與  $B$  交集的部份，故此斜線部份不包含 0



$$\text{即 } A - B = \{x | x \in \mathbb{R}, -1 \leq x < 0\}$$



#### 習題 1

用構式法寫出下列集合：

- (1) 集合  $A$  為所有正奇數所成集合 (2) 集合  $B$  為所有除以 3 餘 2 的正整數。

#### 習題 2

已知集合  $S = \{a, b, c\}$ ，則  $S$  共有多少個子集合？

### 習題 3

設  $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq 3 \text{ 或 } x < 0\}$ ,  $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 < x < 5\}$ , 試求：

(1)  $A'$  (2)  $A \cup B$  (3)  $B - A$  (4)  $(A \cap B)'$

### 習題 4

在 1 到 100 的整數中，集合  $A$  為所有 2 的倍數所成集合，集合  $B$  為所有 5 的倍數所成集合，試求：(1)  $n(A)$  (2)  $n(A - B)$



習題 1：(1)  $A = \{2n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$ ；(2)  $B = \{3n + 2 \mid n \text{ 為非負整數}\}$

習題 2：8 個

習題 3：(1)  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x < 3\}$  (2)  $\mathbb{R}$  (3)  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x < 3\}$

(4)  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq -2 \text{ 或 } 0 \leq x < 3 \text{ 或 } x \geq 5\}$

習題 4：(1) 50 (2) 40