



B4 1-1 等差數列與等比數列



概念

① 認識數列



數列：_____。

說明：

數列的簡記

■ 項：數列中的每一個數叫做_____。

■ 項數：_____。

(1) 數列中第一個數字稱為第_____項
(_____)，記為_____。

(2) 數列中第二個數稱為第_____項，
記為_____。

(3) 數列中第 n 個數稱為第_____項，
記為_____。

(4) 數列中最後一項稱為_____，
記為_____。

說明：右圖為大樂透開獎號碼



(1) 請依開獎順序寫成數列：
_____。

(2) 首 項 $a_1 =$ _____；_____
第 2 項 $a_2 =$ _____；_____
第 3 項 $a_3 =$ _____；_____
末 項 $a_n =$ _____；_____
項 數 $n =$ _____。

★ 無論有沒有規律、有沒有重複，
只要一些數字排成一列，就可以
稱為_____。

★ 數列的關鍵
是_____。

★ 一些數字擠成一堆，可以稱他們
為數列嗎？

★ 第二項 a_2 是否可以寫成 $a2$ ？
或 a^2 ？

★ 第二項 a_2 是否可以寫成 b_2 ？



牛刀小試 1

1. 有一個數列如下：

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,

則此數列的

第 1 項 $a_1 =$ _____，第 2 項 $a_2 =$ _____，

第 3 項 $a_3 =$ _____，第 10 項 $a_{10} =$ _____。

2. 已知 $\sqrt{3} = 1.73205080756\cdots$ 。若取前 10
個數字形成一個數列如下：

1, 7, 3, 2, 0, 5, 0, 8, 0, 7

則此數列的

第 1 項 $a_1 =$ _____，第 5 項 $a_5 =$ _____，

第 10 項 $a_{10} =$ _____。

3. $\sqrt{2} = 1.4142135623730\cdots$ 。若取前
10 個數字形成一個新數列如下：

1, 4, 1, 4, 2, 1, 3, 5, 6, 2

則此新數列的

第 1 項 $a_1 =$ _____，第 2 項 $a_2 =$ _____，

第 3 項 $a_3 =$ _____，第 10 項 $a_{10} =$ _____。

4. 圓周率為 3.1415926535897932 $\cdots$ 。

若取前 10 個數字形成一個新數列如下：

3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3

則此新數列的

第 1 項 $a_1 =$ _____，第 2 項 $a_2 =$ _____，

第 3 項 $a_3 =$ _____，第 10 項 $a_{10} =$ _____。



例題 ① 找出數列的規律



觀察下列規律，並在空格中填入適當的數。

(1) 13, 25, 37, _____, 61, _____。

(2) 16, 11, 6, _____, _____, _____, -14。

(3) 5, _____, 20, 40, 80, _____。

(4) _____, 128, _____, 32, 16, 8, _____。

(5) 1, 1, 2, 3, 5, _____, 13, _____, 34。

★ 已知一規律數列的前三項是

1, 2, 4, 請寫出下一項

1, 2, 4, _____。

1, 2, 4, _____。

想一想：

還有其他的答案嗎？



牛刀小試 ②

1. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) 1, 6, 11, 16, _____, 26。

(2) 15, 11, 7, _____, -1。

(3) 2, 6, 18, _____, 162。

2. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) 21, 15, 9, 3, _____, _____。

(2) 9, _____, 17, 21, _____。

(3) 4, 4, 8, 12, 20, 32, _____。

3. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) 2, 5, 8, _____, 14。

(2) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, _____, $\frac{1}{6}$ 。

(3) 1, 2, 4, _____, 11。

4. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) 21, 14, 7, 0, _____, _____。

(2) 1, 4, 16, _____, _____, 1024。

(3) -1, 1, -1, _____, -1。



例題 ② 循環小數的規律



將分數 $\frac{271}{333}$ 化為小數後到 $\frac{271}{333} = 0.813813813\cdots$ 。若將小數點後的數字依序

排成數列 $8, 1, 3, 8, 1, 3, \cdots$ ，則：

- (1) 此數列的首項 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 2 項 $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 3 項 $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
 第 4 項 $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 5 項 $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 6 項 $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
 第 7 項 $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 8 項 $a_8 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 9 項 $a_9 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (2) 此數列的第 31 項 $a_{31} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 42 項 $a_{42} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 60 項 $a_{60} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

★此數列有何規律？



牛刀小試 3

1. 已知數列 $1, 3, 8, 1, 3, 8, 1, 3, 8, \cdots$ ，
 設此數列為 a_n ，

則 $a_{14} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $a_{24} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知數列 $1, 4, 5, 2, 1, 4, 5, 2, \cdots$ ，設
 此數列為 b_n ，

則 $b_{26} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b_{35} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知 $\frac{15}{101} = 0.14851485\cdots$ ，將小數點後
 的數字依序排成數列 $1, 4, 8, 5, 1, 4, 8,$
 $5, 1, 4, 8, 5, \cdots$ ，設此數列為 c_n ，則
 $c_{23} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c_{40} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知 $\frac{5}{13} = 0.384615384615\cdots$ ，將小數
 點以後的數字依序排成數列 $3, 8, 4, 6,$
 $1, 5, 3, 8, 4, 6, 1, 5, \cdots$ ，設此數列為
 d_n ，則 $d_{17} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $d_{33} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



例題 ③ 圖形的規律



用等長的牙籤，依圖 1～圖 4 的規律排出相連的正方形。回答下列問題：

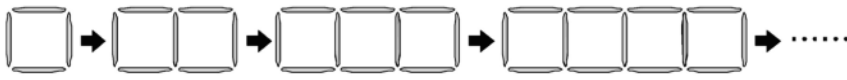


圖 1

圖 2

圖 3

圖 4

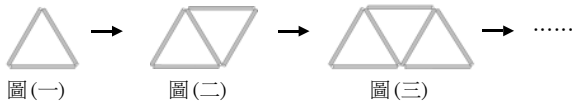
- (1) 請你算算看圖 1 要幾根牙籤？
- (2) 請你算算看圖 2 要幾根牙籤？
- (3) 請你算算看圖 3 要幾根牙籤？
- (4) 請你算算看圖 4 要幾根牙籤？
- (5) 說說看你是怎麼算的？
- (6) 你發現有什麼規律呢？

- (1) 如果要排出圖 7，需要幾根牙籤？
- (2) 如果排出圖 n 需要 37 根牙籤，則 $n = ?$
- (3) 是否剛好可用 65 根牙籤排出若干個相連且完整的正方形？



牛刀小試 4

1. 倩蓉用竹筷子依序排出下列圖形，則：



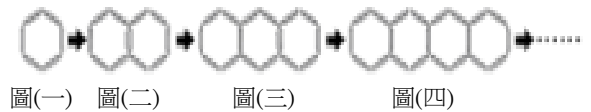
圖(一)

圖(二)

圖(三)

- (1) 圖(一)需要_____根竹筷子。
- 圖(二)需要_____根竹筷子。
- 圖(三)需要_____根竹筷子。
- 圖(四)需要_____根竹筷子。
- (2) 圖(七)需要_____根竹筷子。
- (3) 你發現什麼規律？
- (4) 若圖(m)需要 21 根竹筷子，則 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 小文用竹筷子依序排出下列圖形，則：



圖(一)

圖(二)

圖(三)

圖(四)

- (1) 圖(一)需要_____根竹筷子。
- 圖(二)需要_____根竹筷子。
- 圖(三)需要_____根竹筷子。
- 圖(四)需要_____根竹筷子。
- (2) 圖(七)需要_____根竹筷子。
- (3) 你發現什麼規律？
- (4) 若圖(m)需要 51 根竹筷子，則 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



等差數列：

■ 公差：

說明：

2, 5, 8, 11, 14, 17

↓ 舉例

例 1. 體重刻度 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 是等差數列嗎？如果是，公差多少？

例 2. 溫度計 25, 20, 15, 10, 5, 0, -5 是等差數列嗎？如果是，公差多少？

例 3. 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7 是等差數列嗎？如果是，公差多少？

★ 公差可以是正數、負數或 0。



牛刀小試 5

1. 判斷下列數列是否為等差數列，是的話在

☐ 內打「✓」，並找出公差 d 。

(1) ☐ 8, 6, 4, 2, 0, -2, -4

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) ☐ -1, -1, -1, -1, -1

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) ☐ 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) ☐ 3, 30, 300, 3000, 30000

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 判斷下列數列是否為等差數列，是的話在

☐ 內打「✓」，並找出公差 d 。

(1) ☐ 2, 4, 6, 8, 10, ,

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) ☐ 2, 4, 8, 16, 32, ,

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) ☐ 2, 2, 2, 2, 2

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) ☐ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}$

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



例題 4 認識等差數列



❶ (1) 若等差數列的首項為 3，公差為 4，寫出此等差數列的前 5 項。

(2) 若等差數列的首項為 20，公差為 -3 ，寫出此等差數列的前 5 項。

❷ 填入適當的數，使其成為等差數列。

(1) $5, 1, -3, \underline{\hspace{1cm}}, -11, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(2) $3\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, 9\sqrt{5}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(1) 如果等差數列是

$\underline{\hspace{1cm}}, 2, 5, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

請問：首項是多少？

公差是多少？

(2) 如果等差數列是

$\underline{\hspace{1cm}}, 2, \underline{\hspace{1cm}}, 6, \underline{\hspace{1cm}}$

請問：首項是多少？

公差是多少？



牛刀小試 6

1. (1) 已知一等差數列的首項 a_1 為 5，公差 d 為 2，請寫出前五項。

(2) 已知一等差數列的首項 a_1 為 19，公差 d 為 -3 ，請寫出前五項。

3. 請在下列空格中填入適當的數，使各數列成為等差數列：

(1) $\underline{\hspace{1cm}}, 1, -3, \underline{\hspace{1cm}}, -11$ 。

(2) $\underline{\hspace{1cm}}, 14, \underline{\hspace{1cm}}, 0, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

2. 請在下列空格中填入適當的數，使各數列成為等差數列：

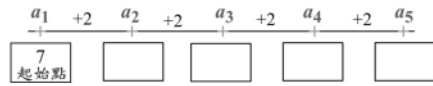
(1) $9, 17, 25, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(2) $77, \underline{\hspace{1cm}}, 55, \underline{\hspace{1cm}}, 33$ 。

(3) $\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

等差數列的第 n 項

$$a_n = \underline{\hspace{2cm}}。$$

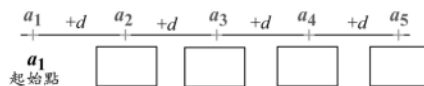


$$a_2 = 7 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_3 = 7 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_4 = 7 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_n = 7 + \underline{\hspace{2cm}}$$



$$a_2 = a_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_3 = a_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_4 = a_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_n = a_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

★ 想一想：

每一項要「加」多少才會等於下一項？

每一項要「加」幾次才會等於某一項？

★ 由左邊的式子，可知

首項 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差 $d = \underline{\hspace{2cm}}$

(1) $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$



牛刀小試 7

1. 已知一等差數列的首項 a_1 為 17，
公差 d 為 5，則 $a_9 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知一等差數列的首項 a_1 為 30，
公差 d 為 -3 ，則 $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知一等差數列的首項 a_1 為 -1 ，
公差 d 為 4，則 $a_{11} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知一等差數列的首項 $a_1 = 8$ ，
公差 $d = -3$ ，則 $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



例題 5 等差數列的第 n 項



已知 $3, 7, 11, 15, \dots, 83$ 為等差數列，則：

- (1) 首項 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差 $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 此數列的第 7 項 $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 43 是第幾項？
- (4) 此等差數列共有幾項？

★ 想一想

32 是此等差數列其中一項嗎？



牛刀小試 8

1. $1, 4, 7, \dots, 37$ 是等差數列，則

- (1) 首項 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差 $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 此數列的第 8 項 $a_8 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 28 是第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 項。

2. 已知 $1, 6, \dots, 101$ 為等差數列，則

- (1) 首項 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差 $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 此數列的第 8 項 $a_8 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 51 是第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 項。

3. 已知 $25, 23, 21, \dots, 3$ 為等差數列，則：

- (1) 15 是第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 項。
- (2) 此等差數列共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 項。

4. 已知 $41, 37, 33, \dots, 1$ 為等差數列，則：

- (1) 21 是第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 項。
- (2) 此等差數列共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 項。

**例題****⑥ 等差數列的第 n 項應用**

1 到 100 的整數中，3 的倍數共有幾個？

首項 = _____，末項 = _____，公差 = _____

★思路：

**牛刀小試 9**

1. $6, 12, 18, 24, \dots, 90$ 。

(1) 首項 $a_1 =$ _____，公差 $d =$ _____。

(2) 第 8 項 $a_8 =$ _____。

(3) 90 是第 _____ 項。

2. $4, 8, 12, 16, \dots, 84$ 。

(1) 首項 $a_1 =$ _____，公差 $d =$ _____。

(2) 第 8 項 $a_8 =$ _____。

(3) 84 是第 _____ 項。

3. 自 1 到 100 的整數中，6 的倍數共有幾個？

4. 自 1 到 100 的整數中，7 的倍數共有幾個？



等比數列

■ 公比

說明：

3, 6, 12, 24, 48, 96

↓舉例

例 1. 2, 4, 6, 8, 10 是等比數列嗎？如果是，公比是多少？

例 2. 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7 是等比數列嗎？如果是，公比是多少？

例 3. $-7, 7, -7, 7, -7, 7, -7$ 是等比數列嗎？如果是，公比是多少？

★ 公比可以是 0 嗎？

★ 等差數列的首項可以是 0 嗎？
等比數列的首項可以是 0 嗎？

牛刀小試 10

1. 下列哪些數列為等比數列？

答：_____。

(A) 1, 2, 3, 4, 5

(B) 1, 2, 4, 6, 8

(C) 4, 4, 4, 4, 4

(D) $-3, 3, -3, 3, -3$

(E) 1, 3, 6, 12, 36

(F) 5, 10, 20, 40, 60

2. 判斷下列數列是否為等比數列，是的話在

☐ 內打「✓」，並找出公比 r 。(1) ☐ 2, 4, 6, 8, 10 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2) ☐ 2, 2, 2, 2, 2 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(3) ☐ 2, -2 , 2, -2 , 2, _____, $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(4) ☐ 0, 2, 0, 2, 0, 2。 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(5) ☐ $-2, 4, -8, 16, -32$ 。 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



例題 7 認識等比數列



- ❶ (1) 若等比數列的首項為3，公比為2，寫出此等比數列的前5項。
(2) 若等比數列的首項為2，公比為-3，寫出此等比數列的前5項。

❷ 填入適當的數，使其成為等比數列。

- (1) 5, 10, _____, 40, _____。
(2) 162, 54, _____, _____, 2。
(3) 5, -15, _____, _____, 405。

- (1) 如果等比數列是
_____, 3, 6, _____, _____
請問：首項是多少？

公比是多少？

- (2) 如果等比數列是
_____, 5, _____, 20, _____
請問：首項是多少？

公比是多少？



牛刀小試 11

1. (1) 已知一等比數列的首項為2，公比為3，寫出此等比數列的前5項。

- (2) 已知一等比數列的首項 a_1 為3，公比為-2，寫出此等比數列的前5項。

2. 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列：

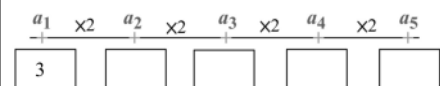
- (1) 1, 3, 9, 27, _____。
(2) 48, 24, 12, 6, _____。
(3) 1, _____, 4, -8, _____。

3. 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列：

- (1) _____, 6, 18, _____。
(2) _____, 27, _____, 3。

等比數列的第 n 項

$$a_n = \underline{\hspace{2cm}}。$$



$$a_2 = 3 \times \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_3 = 3 \times \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_4 = 3 \times \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_n = 3 \times \underline{\hspace{2cm}}$$



$$a_2 = a_1 \times \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_3 = a_1 \times \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_4 = a_1 \times \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_n = a_1 \times \underline{\hspace{2cm}}$$

★ 想一想：

每一項要「乘」多少才會等於下一項？

每一項要「乘」幾次才會等於某一項？

★ 由左邊的式子，可知

首項 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公比 $r = \underline{\hspace{2cm}}$

(1) $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$



牛刀小試 12

1. (1) 已知一等比數列的首項 a_1 為 5，
公比為 1，則 $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (2) 已知一等比數列的首項 a_1 為 5，
公比為 2，則 $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (3) 已知一等比數列的首項 a_1 為 2，
公比為 3，則 $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. (1) 已知一等比數列的首項 a_1 為 5，
公比為 -1，則 $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (2) 已知一等比數列的首項 a_1 為 5，
公比為 -2，則 $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (3) 已知一等比數列的首項 a_1 為 2，
公比為 -3，則 $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



例題 8 等比數列的第 n 項



已知一等比數列 $3, 6, 12, 24, \dots$ ，則：

- (1) 首項 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公比 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 第 7 項 $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 192 是第幾項？

★想一想

196 是此等比數列其中一項嗎？



牛刀小試 13

1. 有一等比數列 $1, 2, 4, \dots$ ，

- (1) 首項 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 公比 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 第 6 項 $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知一等比數列的首項 a_1 為 1，

公比為 3，則第 5 項 $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 有一等比數列 $2, -6, 18, \dots$ ，

- (1) 首項 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 公比 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 第 6 項 $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知一等比數列的首項 a_1 為 3，

公比為 -2 ，則第 6 項 $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



等差中項：三數成等差數列時，

說明：

舉例

(1) 3 與 9 的等差中項是 _____。

(2) 填入適當的數，使數列成為等差數列：

_____, 4, _____, 10, _____。

★ 若 3, x 的等差中項是 6，則

$x =$ _____



牛刀小試 14

1. (1) 若 28 與 14 的等差中項為 x ，

則 $x =$ _____。

(2) 若 15 與 -7 的等差中項為 x ，

則 $x =$ _____。

3. 在下列各空格中填入適當的數，使數列成為等差數列。

(1) _____, 4, _____, 10, _____。

(2) _____, 27, _____, 13, _____。

2. (1) 若兩數 7、 x 的等差中項為 15，

則 $x =$ _____。[提示：7, 15, x]

(2) 若兩數 13、 y 的等差中項為 19，

則 $y =$ _____。[提示：13, 19, y]



等比中項：三數成等比數列時，

說明：

↓舉例

- (1) 3 與 12 的等比中項 是_____。
- (2) 填入適當的數，使數列成為等比數列：
_____, 3, _____, 27, _____。(已知公比是正數)

★ 若 2, x 的等比中項是 8，則
 $x =$ _____



牛刀小試 15

1. (1) 若 4、9 的等比中項為 x ，
則 $x =$ _____。
- (2) 若 12、3 的等比中項為 x ，
則 $x =$ _____。
2. (1) 若 a, b, c 三數為等比數列，且等比中項為 4，則 $a \times c =$ _____。
- (2) 若 e, f, g 三數為等比數列，且等比中項為 11，則 $e \times g =$ _____。
3. (1) 2、 x 兩數的等比中項為 8，
則 $x =$ _____。〔提示：2, 8, x 〕
- (2) 60、 y 兩數的等比中項為 30，
則 $y =$ _____。〔提示：60, 30, y 〕



牛刀小試 1

- 1, 1, 2, 55
- 1, 0, 7
- 1, 4, 1, 2
- 3, 1, 4, 3

牛刀小試 2

- (1)21 (2)3 (3)54
- (1)-3, -9
(2)13, 25
(3)52
- (1)11 (2) $\frac{1}{5}$ (3)7
- (1)-7, -14
(2)64, 256
(3)1

牛刀小試 3

- 3, 8
- 4, 5
- 8, 5
- 1, 4

牛刀小試 4

- (1)3, 5, 7, 9
(2)15
(3)每個圖片都跟前一個圖片多 2
(4)10
- (1)6, 11, 16, 21
(2)36
(3)每個圖片都跟前一個圖片多 5
(4)10

牛刀小試 5

- (1)☒ , $d = -2$ 。
(2)☒ , $d = 0$ 。
(3)☐
(4)☐
- (1)☒ , $d = 2$ 。
(2)☐
(3)☒ , $d = 0$ 。
(4)☐

牛刀小試 6

- (1)5, 7, 9, 11, 13
(2)19, 16, 13, 10, 7
- (1)33, 41
(2)66, 44
(3) $3\sqrt{5}$, $4\sqrt{5}$
- (1)5, -7
(2)21, 7, -7

牛刀小試 7

- 57
- 39
- 3
- 19

牛刀小試 8

- (1)1, 3
(2)22
(3)10
- (1)1, 5
(2)36
(3)11
- (1)6
(2)12
- (1)6 個
(2)11 個

牛刀小試 9

- (1)6, 6 (2)48 (3)15
- (1)4, 4 (2)32 (3)21
- 16
- 14

牛刀小試 10

- C、D
- (1)☐
(2)☒ , $r = 1$
(3)☒ , $r = -1$
(4)☐ ,
(5)☒ , $r = -2$

牛刀小試 11

- (1)2, 6, 18, 54, 162
(2)3, -6, 12, -24, 48
- (1)81
(2)3
(3)-2, 16
- (1)2, 54
(2)81, 9

牛刀小試 12

- (1)5
(2)40
(3)162
- (1)5
(2)-40
(3)162

牛刀小試 13

- (1)1 (2)2 (3)32
- (1)2 (2)-3 (3)-486
- 81
- 96

牛刀小試 14

- (1)21
(2)4
- (1)23
(2)25
(1)1, 7, 13
(2)34, 20, 6

牛刀小試 15

- (1) ± 6
(2) ± 6
- (1)16
(2)121
- (1)32
(2)15



B4 1-2 等差級數



概念

① 級數和等差級數



① 將一個「數列」的每一項用「+」號連接起來，稱為_____。

② 將一個「等差數列」的每一項用「+」連接起來，稱為_____。

【例】

(1) 1, 1, 2, 3, 5, 8 稱為 _____，

1+1+2+3+5+8 稱為_____。

(2) 1, 3, 5, 7, 9 稱為 _____，

1+3+5+7+9 稱為 _____。

★ 1-2-5-8 是不是級數？
為什麼？



牛刀小試 2

1. (1) 1, 1, 2, 3, 5, 8 稱為_____。

(2) 1+1+2+3+5+8 稱為_____。

2. (1) 1, 3, 5, 7, 9, 11 稱為_____。

(2) 1+3+5+7+9+11 稱為_____。



❶ 等差數列：1, 3, 5, 7, 9, 11。

❷ 等差級數：1+3+5+7+9+11。

一共有_____項， $1+3+5+7+9+11=$ _____。

❸ 等差數列： $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 。

等差級數： $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=$

$$S_1=$$

$$S_2=$$

$$S_3=$$

$$\vdots$$

$$S_n=$$

★等差級數：

$$1+3+5+7+9+11。$$

$$S_1=$$

$$S_2=$$

$$S_3=$$

$$S_4=$$

$$S_5=$$

$$S_6=$$



牛刀小試 2

1. 若等差級數為 $2+4+6+8+10$ ，則

$$S_1=$$

$$S_2=$$

$$S_3=$$

$$S_4=$$

$$S_5=$$

2. 若等差級數為 $b_1+b_2+b_3+b_4+\dots+b_n$ ，則

$$S_1=$$

$$S_2=$$

$$S_3=$$

$$S_4=$$

$$S_n=$$

3. 若等差數列為 1, 4, 7, 10, 13，則

$$(1) 1+4=S_{\square}, \square=_____。$$

$$(2) 1+4+7=S_{\square}, \square=_____。$$

$$(3) 1+4+7+10=S_{\square}, \square=_____。$$

$$(4) 1+4+7+10+13=S_{\square}, \square=_____。$$

4. 若等差數列為 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n$ ，則

$$(1) a_1+a_2=S_{\square}, \square=_____。$$

$$(2) a_1+a_2+a_3=S_{\square}, \square=_____。$$

$$(3) a_1+a_2+a_3+a_4=S_{\square}, \square=_____。$$

$$(4) a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=S_{\square}, \square=_____。$$

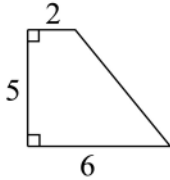
$$(5) a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=S_{\square}, \square=_____。$$



梯形面積公式

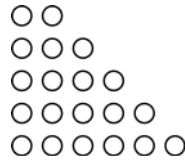


①



梯形面積 = _____

②



一共有多少個圓圈？

③ 等差級數

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

= _____

等差級數求和可以用梯形面積公式。

上底就是 _____，

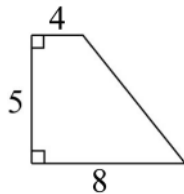
下底就是 _____，

高就是 _____。

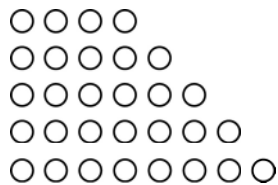


牛刀小試 ③

1. (1) 梯形面積 = _____。



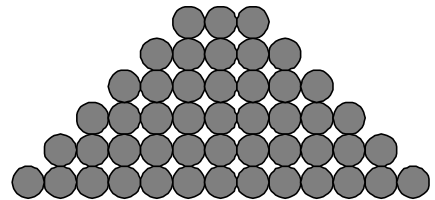
(2) 一共有多少個圓圈？_____個。



(3) 等差級數 $4 + 5 + 6 + 7 + 8 =$

梯形面積 = _____。

2. 右圖中，灰色球共有 _____ 顆。





例題 ① 等差級數求和 1



① $2+4+6+8+10+12+14+16=?$

首項=____，末項=____，項數=____

梯形面積公式= $\frac{(\text{上底}+\text{下底})\times\text{高}}{2}$ = _____

② $2+4+6+\cdots+16=?$

首項=____，末項=____，項數=____

梯形面積公式=_____

等差級數的和=_____



牛刀小試 4

1. 求下列等差級數的和

(1) $1+5+9+13+17+21+25=?$

首項=____；末項=____，

項數=____。

(2) $8+16+24+32+40+48=?$

首項=____；末項=____，

項數=____。

2. 求下列等差級數的和

(1) $1+5+9+\cdots+25=?$

首項=____，末項=____，

項數=____。

(2) $8+16+24+\cdots+48=?$

首項=____；末項=____，

項數=____。



例題 ② 等差級數求和 2



- ① $1+4+7+10+13+16+19=$ _____
 首項 = _____，末項 = _____，項數 = _____
 梯形面積公式 = _____
 等差級數的和 = _____

- ② $1+4+7+\cdots+19=$ _____
 首項 = _____，末項 = _____，項數 = _____
 梯形面積公式 = _____
 等差級數的和 = _____



牛刀小試 5

1. 求下列等差級數的和

- (1) $2+5+8+11+14+17+20+23$
 $=$ _____。
 首項 = _____；末項 = _____，
 項數 = _____。

- (2) $4+7+10+13+16+19+22+25$
 $=$ _____。
 首項 = _____；末項 = _____，
 項數 = _____。

2. 求下列等差級數的和

- (1) $2+5+8+\cdots+26=$ _____。
 首項 = _____；末項 = _____，
 項數 = _____。

- (2) $4+7+10+\cdots+25=$ _____。
 首項 = _____；末項 = _____，
 項數 = _____。

**例題****③****等差級數求和 3**

① $2 + 5 + 8 + \cdots + 65 = ?$

② $3 + 8 + 13 + \cdots + 103 = ?$

**牛刀小試 6**

1. 求下列等差級數的和

(1) $2 + 4 + \cdots + 32 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

首項 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ；末項 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ，
項數 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $2 + 6 + 10 + \cdots + 42 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

首項 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ；末項 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ，
項數 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 求下列等差級數的和

(1) $3 + 5 + \cdots + 33 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

首項 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ；末項 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ，
項數 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $3 + 6 + 9 + \cdots + 33 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

首項 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ；末項 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ，
項數 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

**例題****④****等差級數求和 4**

❶ $(-25) + (-23) + (-21) + \cdots + (-7) = ?$

❷ $58 + 51 + 44 + \cdots + (-12) = ?$

**牛刀小試 7**

1. 求下列等差級數的和

(1) $(-27) + (-19) + (-11) + (-3) + 5$
 $+ 13 + 21 = ?$

(2) $(-23) + (-17) + (-11) + (-5) + 1$
 $+ 7 + 13 = ?$

2. 求下列等差級數的和

(1) $(-27) + (-19) + \cdots + 21 = ?$

(2) $(-23) + (-17) + \cdots + 13 = ?$



例題 5 等差級數求和 5



① 求 1 到 100 中所有 7 的倍數的和。

梯形面積公式 = _____

上底是 _____，下底是 _____，高是 _____

總和是 _____



牛刀小試 8

1. (1) 1 到 100 的整數中，所有 6 的倍數的
總和為 = _____。

(2) 在 1~200 的整數中，所有 9 的倍數的
總和為 = _____。

2. (1) 1 到 50 的整數中，所有 3 的倍數的總
和 = _____。

(2) 1 到 100 的整數中，所有 7 的倍數的
總和 = _____。



有一等差級數的首項是 3，公差是 4，求前 10 項的和？

梯形面積公式 = _____

上底是 _____，下底是 _____，高是 _____

等差級數的和 = _____



牛刀小試 9

1. (1) 若一等差級數的首項為 2，公差為 3，
則此等差級數前 8 項的和為何？

(2) 若一等差級數的首項為 3，公差為 5，
則此等差級數前 10 項的和為何？

2. (1) 若一等差數列的首項為 25，公差為
-2，則此等差級數前 20 項的和為
何？

(2) 若一等差級數的首項為 -2，公差為
-3，則此等差級數前 10 項的和為
何？



概念

④ 已知首項和前 n 項的和，求公差



有一等差級數的首項是 7，前 8 項的和為 140，則公差是多少？

梯形面積公式 = _____

上底是 _____，下底是 _____，高是 _____

面積是 _____

可以列出式子：



牛刀小試 10

1. (1) 已知一等差級數的首項為 11，前 8 項的和為 144，則公差為 _____。

2. (1) 已知一等差級數的首項為 (-4) ，前 7 項的和為 35，則公差為 _____。

(2) 已知一等差級數的首項為 2，前 9 項的和為 198，則公差為 _____。

(2) 已知一等差級數的首項為 29，前 8 項的和為 176，則公差為 _____。



已知等差級數 $47 + 44 + 41 + \cdots$ 求：

① 從第幾項開始為負數？

② 若前 n 項的和為最大，則 $n = ?$



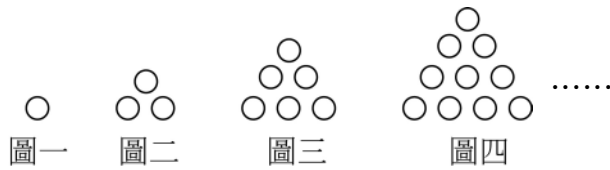
牛刀小試 11

1. 有一等差級數 $42 + 37 + 32 + \cdots$ ，則前_____項的和為最大，此時和_____。

2. 有一等差級數 $65 + 59 + 53 + \cdots$ ，則前_____項的和為最大，此時和為_____。

3. 有一等差級數的首項為 78，公差為 -4 ，則從第_____項開始的數為負數，且此級數的和最大為_____。

4. 有一等差級數的首項為 -82 ，公差為 6，則從第_____項開始的數為正數，且此級數的和最小為_____。



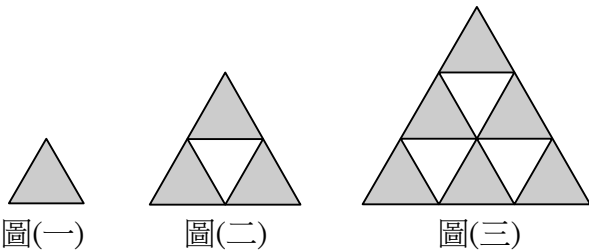
依照上面圖形的規則，回答下面的問題。

- (1) 請畫出圖五
- (2) 請問：圖五共有幾個圓圈？
- (3) 請問：圖十共有幾個圓圈？
- (4) 請問：圖 N 共有幾個圓圈？



牛刀小試 12

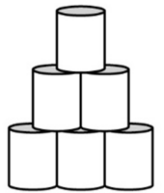
1.



觀察圖(一)、圖(二)、圖(三)中，灰色三角形排列的方式。若依此規則繼續排列，則：

- (1) 圖(五)一共需要幾張灰色三角形？
- (2) 圖(十)一共需要幾張灰色三角形？
- (3) 第幾個圖排了 78 張灰色三角形？

2. 小美在美術課時，利用空奶粉罐堆疊如右的造型。已知最上層有 1 罐，第二層有 2 罐，……



依序每一層比上一層多 1 罐。

- (1) 疊 5 層，一共需要幾罐奶粉？
- (2) 疊 10 層，一共需要幾罐奶粉？
- (3) 若總共疊了 66 罐奶粉，則共疊幾層？



牛刀小試 1

- (1) 數列
(2) 級數
- (1) 等差數列
(2) 等差級數

牛刀小試 2

- $S_1=2$, $S_2=6$, $S_3=12$, $S_4=20$,
 $S_5=30$
- $S_1=b_1$
 $S_2=b_1+b_2$
 $S_3=b_1+b_2+b_3$
 $S_4=b_1+b_2+b_3+b_4$
 $S_n=b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots+b_n$
- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5
- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) n

牛刀小試 3

- (1) 30 (2) 30 (3) 30
- $\frac{(3+13)\times 6}{2}=48$

牛刀小試 4

- (1) 91、1、25、7
(2) 168、8、48、6
- (1) 91、1、25、7
(2) 168、8、48、6

牛刀小試 5

- (1) 100、2、23、8
(2) 116、4、25、8
- (1) 126、2、26、9
(2) 116、4、25、8

牛刀小試 6

- (1) 272、2、32、16
(2) 242、2、42、11
- (1) 288、3、33、16
(2) 198、3、33、11

牛刀小試 7

- (1) $\frac{[(-27)+21]\times 7}{2}=-21$
(2) $\frac{[(-23)+13]\times 7}{2}=-35$
- (1) -21
(2) -35

牛刀小試 8

- (1) 816 (2) 2277
- (1) 408 (2) 735

牛刀小試 9

- (1) 100 (2) 255
- (1) 120 (2) -155

牛刀小試 10

- (1) 2 (2) 5
- (1) 3 (2) -2

牛刀小試 11

- 9、198
- 11、385
- 21、800
- 15、-602

牛刀小試 12

- (1) 15 (2) 55 (3) 12
- (1) 15 (2) 55 (3) 11



B4 2-1 一次函數



概念 ① 認識函數



下表為蘭花國中 808 班 10 位同學的座號和星座。

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
星座	射手	摩羯	天蠍	摩羯	牡羊	水瓶	射手	射手	處女	金牛

請回答下列問題：

(1) 這 10 位同學是否每個人「恰有」一個星座？

(2) 這 10 位同學是否有人「沒有」星座？

(3) 這 10 位同學是否有人有「兩個星座」？

☆ 這 10 位同學每人的座號都恰好對應到一個星座，

我們說 是 的函數。

☆ 也就是說，這 10 位同學你只要給我座號，我就可以知道他的星座，

我們說 是 的函數。

① 「恰有」的意思：

② 如果知道某位同學是射手座，
是否可以確定他是誰呢？

③ 所以，我們說：



牛刀小試 1

1. 大象請學生喝飲料，以下是 8 年 8 班 1~8 號學生點的飲料，請回答下列問題

座號(號)	1	2	3	4	5	6	7	8
飲料品項	紅茶	奶茶	可樂	綠茶	紅茶	可樂	綠茶	奶茶

(1) 這 8 位同學每人的座號是否都「恰好」
對應到一個飲料嗎？答：_____。

(2) 2 號點的飲料是_____。

5 號點的飲料是_____。

(3) 也就是說，這 8 位同學只要知道座號，
就可以確定他點的飲料品項，

★我們說_____是_____的函數。

2. 下表是 8 年 8 班 1~8 號學生的體重，

座號(號)	1	2	3	4	5	6	7	8
體重 (公斤)	48	64	57	62	53	58	64	45

(1) 這 8 位同學每人的座號是否都「恰好」
對應到一個體重嗎？_____

(2) 2 號的體重是_____公斤，

7 號的體重是_____公斤

(3) 也就是說，這 8 位同學只要知道座號，
就可以確定他的體重是幾公斤，

★我們說_____是_____的函數。



例題 1 認識函數 1



2022 年為平年(2 月只有 28 天)，下表為 2022 年 12 個月分對應的天數。

月分	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
天數	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

請回答下列問題：

- (1) 如果給你一個 2022 年的月分，你能不能知道這個月有幾天呢？
- (2) 有沒有哪一個月分有 2 種天數呢？
- (3) 每個月分都有 1 個對應的天數，也只有 1 個天數與月分對應，我們說 是 的函數。

① 哪些月分有 31 天？

② 如果我們說某個月有 30 天，你可以確定是哪個月分嗎？

③ 所以，我們說：



牛刀小試 2

1. 下表是神田國中 10 個田徑隊隊員 100 公尺所跑秒數紀錄表：

編號	1	2	3	4	5
秒數	14.1	13.8	14	12.8	14.2
編號	6	7	8	9	10
秒數	13	13.4	13.9	14.6	14.1

(1) 對於每一個編號是否都能「恰好」對應到一個 100 公尺所跑的秒數嗎？

答：_____。

(2) 2 號的秒數是_____秒。

4 號的秒數是_____秒。

(3) 也就是說，這 10 位同學只要知道編號，就可以確定他的秒數，

★我們說_____是_____的函數。

2. 下表是 2020 年(閏年 2 月有 29 日)每個月分對應的天數，則：

月分(月)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
天數(天)	31	29	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

(1) 一個月分是不是恰好對應到一個天數？

答：_____。

(2) 2020 年 3 月，可以確定是_____天。

(3) 由(1)和(2)可知

★我們說_____是_____的函數。
(請填入月分或天數)



例題 ② 認識函數 2



已知 1 個包子 10 元，下表為買包子的「個數」和「總金額」的關係：

包子個數 (個)	1	2	3	4	5	6	7	8		
總金額 (元)	10	20	30	40	50				90	100

- ① 請完成上表。
- ② (1) 給你包子個數，你能求出總金額嗎？_____
- (2) 買 3 個包子，是否會有 2 種不同的價格？_____
- (3) 我們說 _____ 是 _____ 的函數。
- ③ (1) 如果知道總金額 150 元，你能求出包子個數嗎？
- (2) 總金額 150 元，可以買 15 個包子，也可以買 16 個包子嗎？
- (3) 我們說 _____ 是的 _____ 函數。



牛刀小試 ③

1. 已知一杯紅茶 15 元，下表為紅茶的「個數」和「總金額」的關係：

個數(杯)	1	2	3	4	5			
總金額(元)	15	30	45			90	105	120

- (1) 請完成上表。
- (2) 知道紅茶杯數，你能求出總金額嗎？
答：_____。
- (3) 假設買 3 杯紅茶，會有兩種價格嗎？
答：_____。
我們說 _____ 是 _____ 的函數。
- (4) 知道總金額，你能求出紅茶杯數嗎？
答：_____。
我們說 _____ 是 _____ 的函數。

2. 大象從今日起每天存 20 元，下表為存款「天數」和「存款金額」的關係：

天數(天)	1	2	3	4	5	
存款金額(元)	20	40	60			120

- (1) 請完成上表。
- (2) 知道天數，你能求出大象存了多少嗎？
答：_____。
- (3) 存了 20 天，可以確定大象存了 _____ 元。
我們說 _____ 是 _____ 的函數
- (4) 知道存款金額，你能求出大象存了幾天？
答：_____。
我們說 _____ 是 _____ 的函數。



已知：下表為蘭花國中 808 班學生座號 1 到 10 的段考數學成績，假設座號為 x ，分數為 y 。

座號 (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數 (y) 分	60	85	85	70	75	50	95	95	85	85

- ① 對於這 10 位學生，如果給你座號，你可以知道分數，而且每個人只有 1 個分數，我們說分數是座號的函數。
- ② 如果知道某位同學考 85 分，是否可以確定他的座號？
所以，我們說座號是分數的函數。

☆函數的定義



牛刀小試 4

1. 下表為大象速食店，「餐點總類」和「價錢」的關係：

餐點總類	漢堡	吐司	義大利麵	蔥油餅	蛋餅	煎餃	雞腿
價錢 (元)	60	50	100	50	50	60	100

- (1) 若只能選擇一種餐點，你能確定此餐點的價錢嗎？答： 。
因為每一種餐點只有 個價錢
因此，我們說價錢是餐點總類的函數。
- (2) 付 50 元買餐點，你能確定是買哪一種餐點嗎？答： 。
因為一個價錢對應到好幾種餐點。
因此，我們說餐點總類不是價錢的函數。

2. 下表是 8 年 8 班 1~8 號學生的體重：

座號(號)	1	2	3	4	5	6	7	8
身高 (公分)	173	175	176	176	172	170	174	176

- (1) 如果給你座號，你可以確定他的身高嗎？答： 。
因為每個座號只有 個身高（數字），
因此，我們說身高是座號的函數。
- (2) 身高 176 公分的同學，你能知道一定是哪一位同學嗎？答： 。
因為一個身高對應到好多座號。
因此，我們說座號不是身高的函數。



例題 3 認識函數 3



① 已知： $y=2x$ ，

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	2	4	6	8	10	12	14	16

(1) y 是不是 x 的函數？_____

(2) x 是不是 y 的函數？_____

② 已知 $xy=20$ ，(x, y 都不等於 0)

x	1	2	4	5	10	20
y	20	10	5	4	2	1

(1) y 是不是 x 的函數？_____

(2) x 是不是 y 的函數？_____

☆複習

(1) $y=2x$ ，我們說
 x 和 y 成_____比。
(填「正」或「反」)

(2) $xy=20$ ，我們說
 x 和 y 成_____比。
(填「正」或「反」)



牛刀小試 5

1. $y=3x$

x	1	2	3	4	5			
y	3	6	9			18	21	24

(1) 請完成上表。

(2) y 是不是 x 的函數？_____為什麼？_____

(3) x 是不是 y 的函數？_____為什麼？_____

2. $xy=100$

x	1	2			10
y	100	50	25	20	

(1) 請完成上表。

(2) y 是不是 x 的函數？_____為什麼？_____

(3) x 是不是 y 的函數？_____為什麼？_____



已知： $y=x+2$ ，

x	1	2	3	4	5	6			9
y	3	4					9	10	

(1) 請先完成上表。

(2) 對於每一個 x 都恰有一個 y 與它對應，
我們說 $y=x+2$ 是 x 的函數。
因為 x 的最高次是一次，我們把 $y=x+2$
叫做 $y=x+2$ 。

(3) 你可以多寫幾個一次函數嗎？



牛刀小試 6

1. $y=x+3$

x	1	2	3	4	5			
y	4	5				9	10	11

(1) 請完成上表。

(2) 對於每一個 x 都恰有一個 y 與它對應，
我們說 $y=x+3$ 是 x 的函數。

(3) 因為 x 的最高次是 1 次，我們把
 $y=x+3$ 叫做 $y=x+3$ 。

2. $y=2x+1$

x	1	2	3	4	5			
y	3	5				13	15	17

(1) 請完成上表。

(2) 對於每一個 x 都恰有一個 y 與它對
應，我們說 $y=2x+1$ 是 x 的函
數。

(3) 因為 x 的最高次是 1 次，我們把
 $y=2x+1$ 叫做 $y=2x+1$ 。



已知：蘭花國中 808 班座號 1 到 10 的同學相約到板橋寫作業，公車學生票每人 12 元。若座號為 x ，票價為 y 元，則可整理成下表：

座號 (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
票價 (y) 元	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

- 不管座號幾號，每個人的票價 $y=12$ ，我們說 是 的函數。
- 不管 x 是多少， $y=12$ ，這種式子與 x 無關， y 都等於一個常數 12，我們說這種函數叫做_____。
- 生活中有很多常數函數的例子，請舉出 2 個。



牛刀小試 7

- 蘭花國中 808 班座號 1 到 6 的同學相約去吃到飽餐廳吃飯，價格是 1 人 399 元。若座號為 x ，價格為 y 元，則可整理成下表：

座號(x)	1	2	3	4	5	6
價格(y)元	399	399	399	399	399	399

- 不管座號幾號，每人的價格 $y = 399$ ，我們說_____是_____的函數。
- 不管 x 是多少， $y=399$ ，這種式子與 x 無關， y 都等於一個常數 399，我們說這種函數叫做_____。

- 下表為 x 和 y 的關係表：

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	20	20	20	20	20	20	20	20

- 不管 x 是多少， $y=20$ ，這種式子與 x 無關， y 都等於一個常數 20，我們說這種函數叫做_____。
- 當 $x=10$ ，請問 $y=$ _____。



意義：若 y 是 x 的函數，給 1 個 x 就可以得到 1 個 y 跟他對應，
這時候的 y 就稱為_____。

舉例：① $y=2x$ ，當 $x=1$ 時，函數值 $y=_____$ ；

當 $x=2$ 時，函數值 $y=_____$ ；

當 $x=3$ 時，函數值 $y=_____$ 。

② $xy=20$ ，當 $x=1$ 時，函數值 $y=_____$ ；

當 $x=2$ 時，函數值 $y=_____$ ；

當 $x=3$ 時，函數值 $y=_____$ 。

③ $y=12$ ，當 $x=1$ 時，函數值 $y=_____$ ；

當 $x=2$ 時，函數值 $y=_____$ ；

當 $x=3$ 時，函數值 $y=_____$ 。

☆不管 x 是多少，函數值 y 都是 12，這個函數叫做_____。



牛刀小試 8

1. 若函數為 $y=3x$ ，

(1) 當 $x=1$ 時，函數值 $y=_____$ 。

(2) 當 $x=2$ 時，函數值 $y=_____$ 。

2. 若函數為 $xy=30$ ，

(1) 當 $x=5$ 時，函數值 $y=_____$ 。

(2) 當 $x=6$ 時，函數值 $y=_____$ 。

3. 若函數為 $y=5$ ，

(1) 當 $x=3$ 時，函數值 $y=_____$ 。

(2) 當 $x=4$ 時，函數值 $y=_____$ 。

☆ 不管 x 是多少，函數值 y 都是 5，
這個函數叫做_____。

4. (1) 若函數為 $y=-4x-1$

當 $x=5$ 時，函數值 $y=_____$ 。

(2) 若函數為 $y=2(x+8)$

當 $x=0$ 時，函數值 $y=_____$ 。

(3) 若函數為 $y=\frac{3}{2}x$

當 $x=-1$ 時，函數值 $y=_____$ 。

(4) 若函數為 $y=2(x+1)$

當 $x=3$ 時，函數值 $y=_____$ 。



例題 4 由函數關係求函數值



測量溫度常用攝氏 ($^{\circ}\text{C}$) 或華氏 ($^{\circ}\text{F}$)，而且華氏度數 $= \frac{9}{5} \times$ 攝氏度數 $+ 32$ 。
如果以 x 代表攝氏度數， y 代表華氏度數，
則我們可以從題目中得到：

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

(1) 請問 y 是不是 x 的函數？_____

(2) 當 $x=0$ 時，函數值 $y=_____$ 。

當 $x=25$ 時，函數值 $y=_____$ 。

當 $x=100$ 時，函數值 $y=_____$ 。



牛刀小試 9

1. 小成與小仁到合作社買飲料，
小成買的飲料金額比小仁多 5 元。
若小仁的飲料錢為 x 元，
小成的飲料錢為 y 元。

(1) y 是 x 的函數嗎？答：_____。

(2) 當 $x=5$ 時，函數值 $y=_____$ 。
〔提示：小仁是 5 元，小成是？〕

(3) 當 $x=6$ 時，函數值 $y=_____$ 。

(4) 寫寫看，小成 (y) 和小仁 (x) 買的
飲料金額關係式是_____。

2. 某虛擬網站中，
每 1 元新臺幣可兌換 10 個 i 幣。
若小朋友用 x 元的新臺幣去兌換成 y 個
 i 幣。

(1) y 是 x 的函數嗎？答：_____。

(2) 當 $x=5$ 時，函數值 $y=_____$ 。

(3) 當 $x=6$ 時，函數值 $y=_____$ 。

(4) 寫寫看， i 幣 (y) 和新臺幣 (x)
兌換的關係式是_____。



B4 2-2 函數圖型及其應用



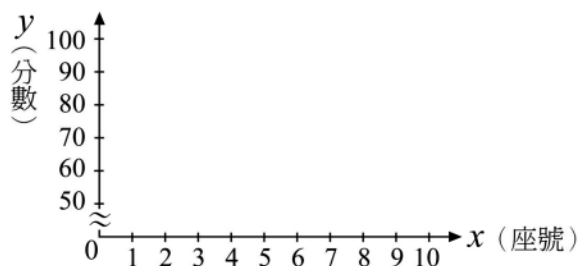
概念 ① 函數圖形〈個別資料〉



已知：下表為蘭花國中 808 班 10 位同學的段考數學成績，假設座號為 x ，分數為 y ，可整理得到下表。

座號 (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數 (y)	60	85	85	70	75	50	95	95	85	85

請在座標平面上畫出此函數圖形

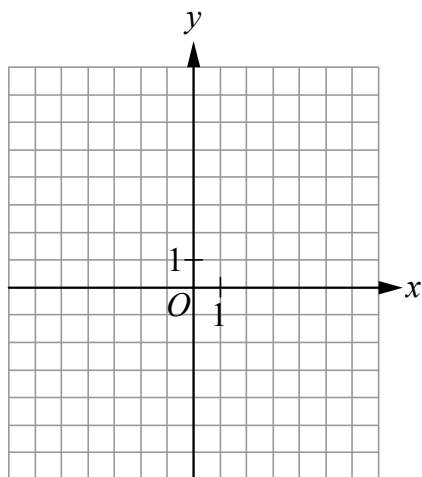


牛刀小試 ①

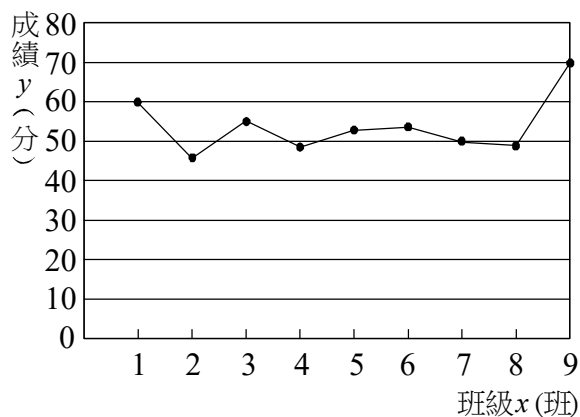
1. 下表為水管破裂後，每分鐘漏出的水量：

時間(x 分)	1	2	3	4	5	6
水量(y 公升)	1	2	3	4	5	6

- 請寫出表格中各數對 (x, y) 。
- 若時間為 x ，水量為 y ，
在坐標平面上畫出此函數圖形。



2.

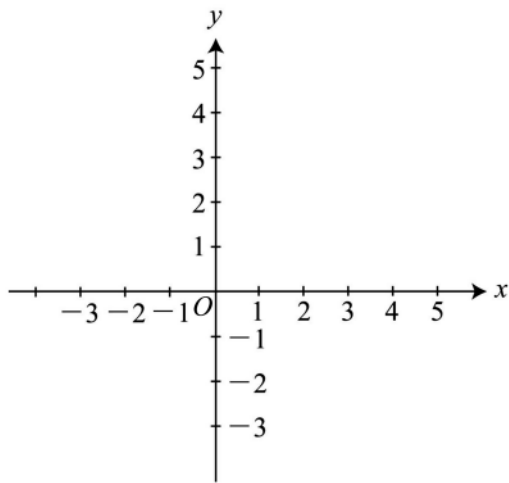


上圖是某國中一年級第一次段考各班數學平均成績 y (分) 與班級 x (班) 的關係圖。

- y 是 x 的函數嗎？答：_____。
- 當 $x=1$ 時，函數值 $y=$ _____。
- 當 $x=9$ 時，函數值 $y=$ _____。



畫出 $y=x+2$ 的圖形



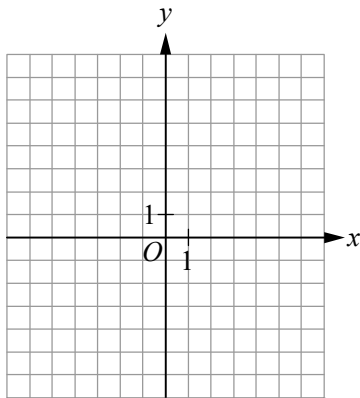
① 至少畫幾個點就夠了？

為什麼？

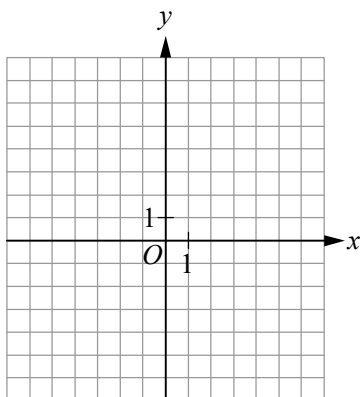


牛刀小試 2

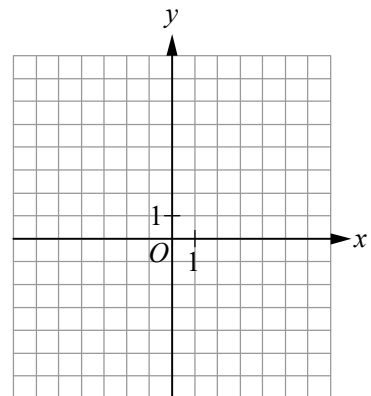
1. 在坐標平面上畫出一次函數 $y=x+3$ 的圖形。



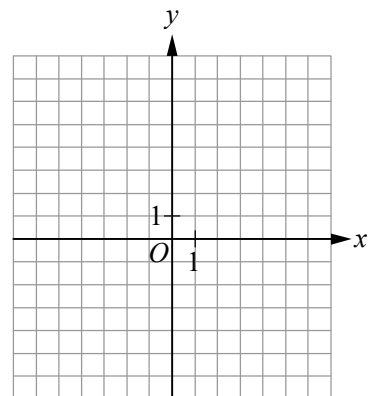
2. 在坐標平面上畫出一次函數 $y=-x+3$ 的圖形。



3. 在坐標平面上畫出一次函數 $y=2x+1$ 的圖形。

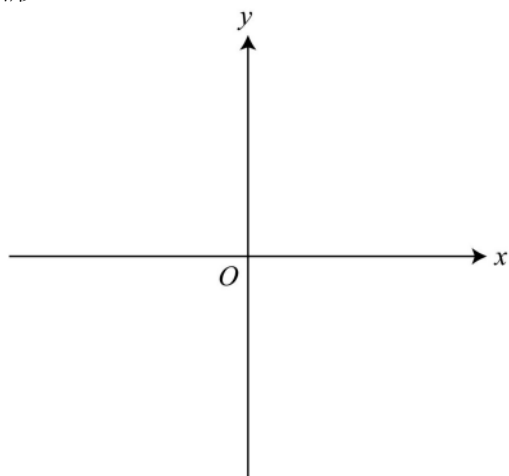


4. 在坐標平面上畫出一次函數 $y=-2x+1$ 的圖形。





畫出 $y=12$ 的圖形

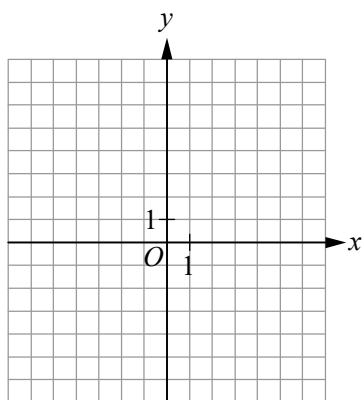


① 不管 x 是多少，函數值 y 都是_____，
稱為_____，
圖形是一條_____。

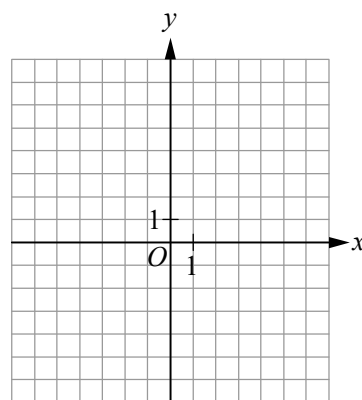


牛刀小試 3

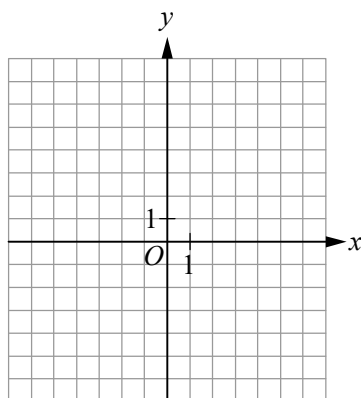
1. 在坐標平面上畫出常數函數 $y=4$ 的圖形。



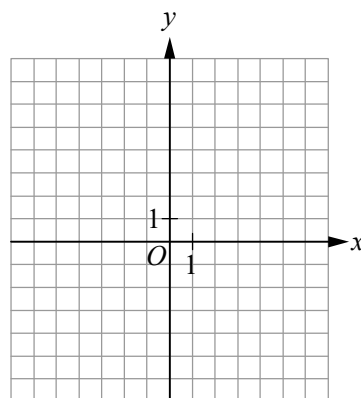
3. 在坐標平面上畫出常數函數 $y=-2$ 的圖形。



2. 在坐標平面上畫出常數函數 $y=2.5$ 的圖形。



4. 在坐標平面上畫出常數函數 $y=-5$ 的圖形。





例題 ① 兩點求函數 1



已知函數 $y = ax + b$ 的圖形是通過 $(0, 2)$ 和 $(1, 3)$ 的直線，
求此函數為何？

☆要求的是 a, b ？

還是 x, y ？



牛刀小試 4

1. (1) 若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形通過 $(2, 5)$ 、 $(5, 11)$ 兩點，
則此一次函數為_____。

- (2) 若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形通過 $(0, -5)$ 、 $(4, 7)$ 兩點，
則此一次函數為_____。

2. (1) 下表為一次函數 $y = ax + b$ 的兩組

x	0	1
y	2	5

x 與 y 的對應值，

則此一次函數為_____。

- (2) 下表為一次函數 $y = ax + b$ 的兩組

x	2	6
y	0	2

x 與 y 的對應值，

則此一次函數為_____。

**例題****②****兩點求函數 2**

已知函數 $y = ax + b$ 的圖形是通過 $(0, 3)$ 和 $(1, 3)$ 的直線，
求此函數為何？

☆ 你可以很快看出他是常數函數嗎？

**牛刀小試 5**

1. (1) 已知圖形通過 $(3, -2)$ ， $(5, -2)$ ，
此函數為_____。

2. (1) 已知常數函數的圖形通過 $(0, 3)$ ，此
函數為 $y =$ _____。

(2) 若常數函數的圖形通過 $(-1, 7)$ 、
 $(9, 7)$ 兩點，則此函數為_____。

(2) 已知常數函數的圖形通過 $(1, -1)$ ，此
函數為 $y =$ _____。



解 答 篇

B4 2-1

牛刀小試 1

- (1)是 (2)奶茶、紅茶 (3)飲料品項、座號
- (1)是 (2) 64、64 (3)體重、座號

牛刀小試 2

- (1)是 (2) 13.8、12.8 (3)秒數、編號
- (1)是 (2) 31 (3)天數、月分

牛刀小試 3

- (1)

個數 (杯)	1	2	3	4	5	6	7	8
總金額 (元)	15	30	45	60	75	90	105	120

- (2)能 (3)不會、總金額、杯數 (4)能、杯數、總金額
- (1)

天數(天)	1	2	3	4	5	6
存款金額(元)	20	40	60	80	100	120

- (2)能 (3) 400、存款金額、天數 (4)能、天數、存款金額

牛刀小試 4

- (1)能、一個、價錢、餐點 (2)不能、餐點、價錢
- (1)能、一個、身高、座號 (2)不能、座號、身高

牛刀小試 5

- (1)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	3	6	9	12	15	18	21	24

- (2)是、一個 x 對到一個 y (3)是、一個 y 對到一個 x

- (1)

x	1	2	4	5	10
y	100	50	25	20	10

- (2)是、一個 x 對到一個 y (3)是、一個 y 對到一個 x

牛刀小試 6

- (1)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4	5	6	7	8	9	10	11

- (2) $y \cdot x$ (3) 1、一次函數

- (1)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	3	5	7	9	11	13	15	17

- (2) $y \cdot x$ (3) 1、一次函數

牛刀小試 7

- (1)價錢 y 、座號 x (2)常數函數
- (1)常數函數 (2) 20

牛刀小試 8

- (1) 3 (2) 6
- (1) 6 (2) 5
- (1) 5 (2) 5、常數函數
- (1) -21 (2) 16 (3) $-\frac{3}{2}$ (4) 8

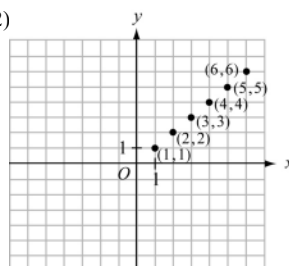
牛刀小試 9

- (1)是 (2) 10 (3) 11 (4) $y=x+5$
- (1)是 (2) 50 (3) 60 (4) $y=10x$

B4 2-2

牛刀小試 1

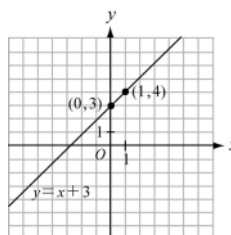
- (1) (1, 1)、(2, 2)、(3, 3)、(4, 4)、(5, 5)、(6, 6)
- (2)



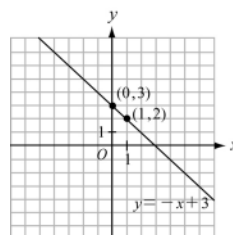
- 是、60、70

牛刀小試 2

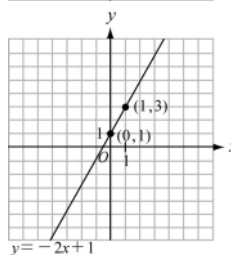
-



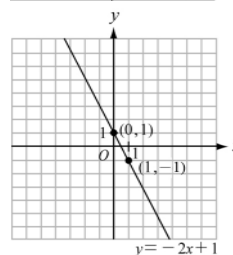
-



-

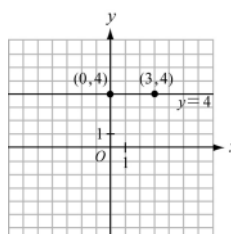


-

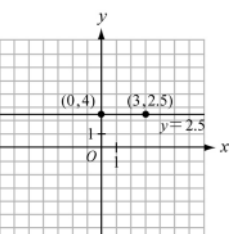


牛刀小試 3

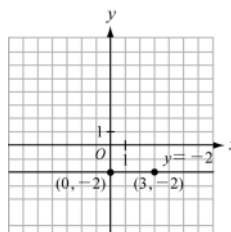
-



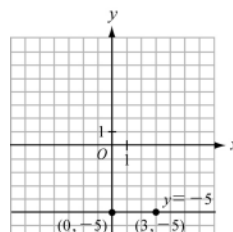
-



-



-



牛刀小試 4

- (1) $y=2x+1$ (2) $y=3x-5$
- (1) $y=3x+2$ (2) $y=0.5x-1$ (或 $y=\frac{1}{2}x-1$)

牛刀小試 5

- (1) $y=-2$ (2) $y=7$
- (1) $y=3$ (2) $y=-1$



B4 3-1 內角與外角



溫故知新 ① 角的標示

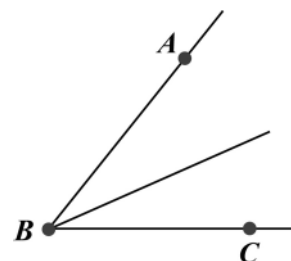


頂點

B

邊

角 B



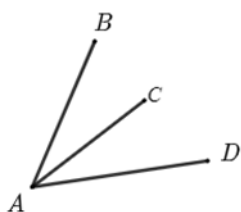
① $\angle B$ 有幾種可能？

② 如何標示才不會搞混呢？



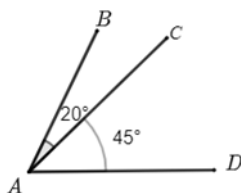
牛刀小試 ①

1. (1) 右圖有 _____ 個角。
(2) 分別為 _____

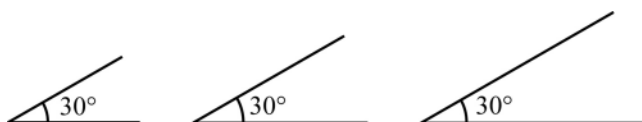


2. 右圖中

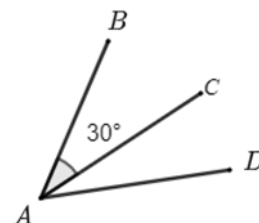
- (1) $\angle BAC =$ _____ $^{\circ}$
(2) $\angle CAD =$ _____ $^{\circ}$
(3) $\angle BAD =$ _____ $^{\circ}$



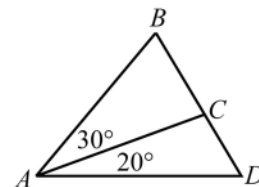
3. 觀察下列的 30 度角，想想看
角的兩邊越長，角的度數會越大嗎？



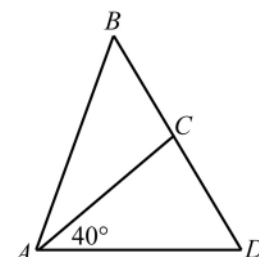
4. 若 $\angle BAD = 50^{\circ}$ ，
則 $\angle CAD =$ _____ $^{\circ}$



5. 右圖 $\angle BAD =$ _____ $^{\circ}$



6. 若 $\angle BAD = 70^{\circ}$ ， $\angle BAC =$ _____ $^{\circ}$





① 銳角

② 直角

③ 鈍角

④ 平角

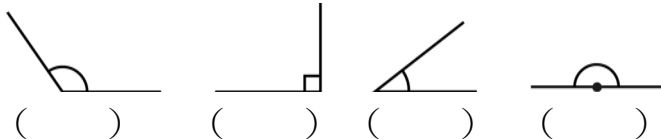
⑤ 周角

★寒流來了，天氣很冷怎麼辦？



牛刀小試 2

1. 判斷下列各角是銳角、直角、鈍角、平角



2. 把下面的各角的度數分別填入適當的位置中

40° , 135° , 180° , 90° , 360° , 127° ,
 4° , 88° , 105°

(1) 銳角：_____。

(2) 鈍角：_____。

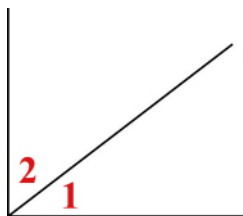
(3) 直角：_____。

(4) 平角：_____。

(5) 周角：_____。



① 餘角



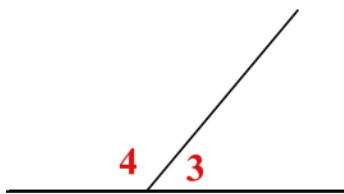
如果 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

我們說 $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的_____。

$\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的_____。

$\angle 1$ 和 $\angle 2$ _____。

② 補角



如果 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

我們說 $\angle 3$ 是 $\angle 4$ 的_____。

$\angle 4$ 是 $\angle 3$ 的_____。

$\angle 3$ 和 $\angle 4$ _____。

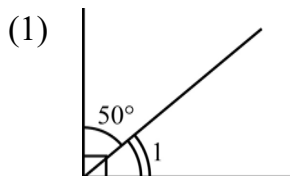
★ 餘角（互餘）

補角（互補）

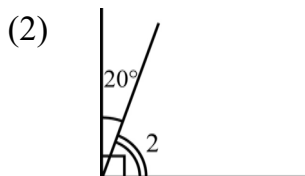


牛刀小試 ③

1. 求下列角的度數

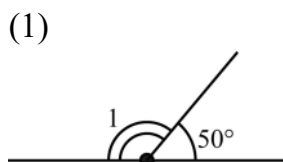


$\angle 1 =$ _____。

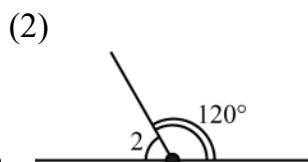


$\angle 2 =$ _____。

2. 求下列角的度數



$\angle 1 =$ _____。



$\angle 2 =$ _____。

3. 在下列空格中填入適當的答案：

(1) 156° 的補角是_____。

42° 的餘角是_____。

52° 的補角是_____。

(2) 137° 的補角是_____。

33° 的餘角是_____。

19° 的餘角是_____。

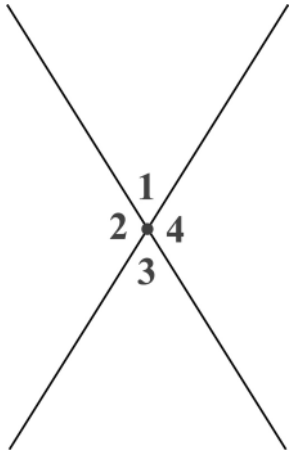
4. 已知 $\angle A = 55^\circ$

(1) $\angle A$ 和 $\angle B$ 互補， $\angle B =$ _____。

(2) $\angle A$ 和 $\angle C$ 互餘， $\angle C =$ _____。

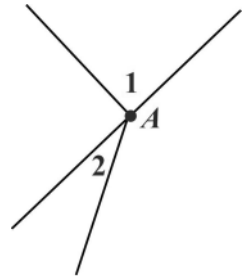


兩條直線相交於一點可以形成_____。



☆對頂角會_____

為什麼？



$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 頂點都是 A 點他們是不是對頂角？

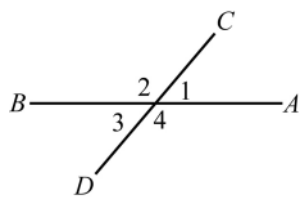


牛刀小試 4

1. 如圖 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 相交於一點，

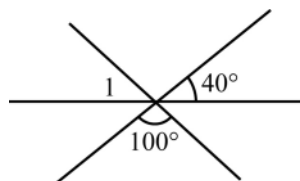
且 $\angle 1 = 50^\circ$ ，則 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2. 如右圖，已知三直線相交於一點，

則 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如圖 $\overline{AB}$ ， $\overline{CD}$ ， $\overline{EF}$ 相交於一點。

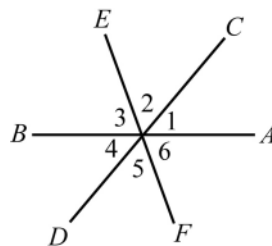
(1) $\angle 1 = 50^\circ$ ，則

$\angle 1$ 的對頂角是_____，角度是_____。

(2) $\angle 2 = 60^\circ$ ，則：

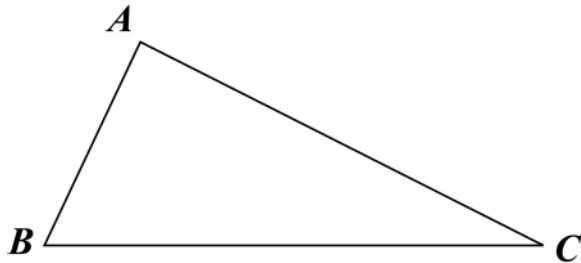
$\angle 2$ 的對頂角是_____，角度是_____。

(3) $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





三角形內角和是_____度

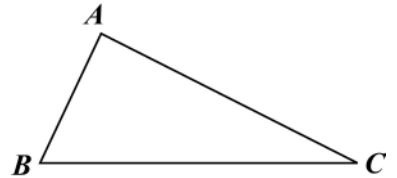


內角和就是_____

☆已知：

$\angle A = 3x^\circ$ ， $\angle B = 2x^\circ$ ， $\angle C = x^\circ$ ，求 $\angle A$ ， $\angle B$ 和 $\angle C$ 的度數。

★為什麼三角形的內角和是 180 度？



牛刀小試 5

1. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，

則 $\angle C =$ _____。

2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 2x^\circ$ ， $\angle B = 4x^\circ$ ，

$\angle C = 3x^\circ$ ，則 $x =$ _____。

3. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 2x^\circ$ ， $\angle B = 3x^\circ$ ，

$\angle C = x^\circ$ ，則 $x =$ _____， $\angle A =$ _____。

4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = (x + 11)^\circ$ ，

$\angle B = (2x + 3)^\circ$ ， $\angle C = (3x - 14)^\circ$ ，則

$\angle A =$ _____， $\angle B =$ _____，

$\angle C =$ _____。

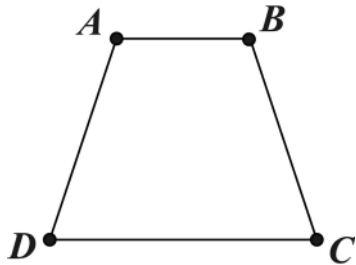
5. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = (2x - 9)^\circ$ ，

$\angle B = 4x^\circ$ ， $\angle C = (3x + 9)^\circ$ ，則

$x =$ _____， $\angle A =$ _____。



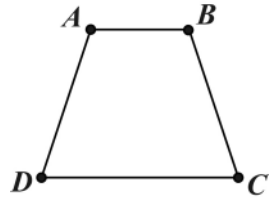
四邊形的內角和是_____度



☆還有沒有別的算法？

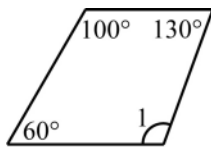
☆關鍵

★四邊形如何命名？



牛刀小試 6

1. $\angle 1 =$ _____。

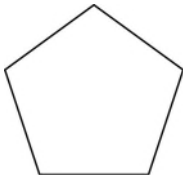
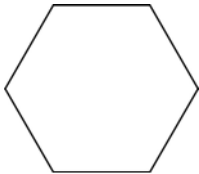
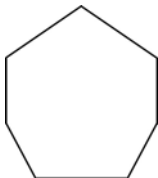


3. 四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A = 2x^\circ$ ，
 $\angle B = 3x^\circ$ ， $\angle C = x^\circ$ ， $\angle D = 6x^\circ$ ，
 則 $x =$ _____， $\angle A =$ _____。

2. 四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A = 2x^\circ$ ，
 $\angle B = 4x^\circ$ ， $\angle C = 3x^\circ$ ， $\angle D = 9x^\circ$ ，
 則 $x =$ _____， $\angle C =$ _____。

4. 四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A = (6x - 10)^\circ$ ，
 $\angle B = (8x + 5)^\circ$ ， $\angle C = (13x - 5)^\circ$ ，
 $\angle D = (9x + 10)^\circ$ ；則 $x =$ _____。

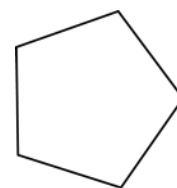
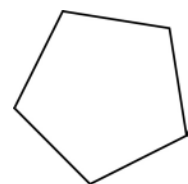


$n=5$ (五邊形)	$n=6$ (六邊形)	$n=7$ (七邊形)
		

☆我們發現：_____。

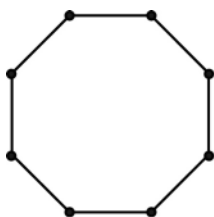
☆ n 邊形的內角和：_____。

★五邊形內角和還有別的算法嗎？



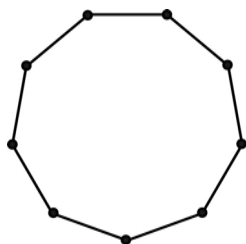
牛刀小試 7

1. 八邊形內角和 = _____。



3. 十邊形內角和 = _____。

2. 九邊形內角和 = _____。



4. 十二邊形內角和 = _____。



例題 1 蝴蝶形



$$\angle A + \angle B = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

❶ $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

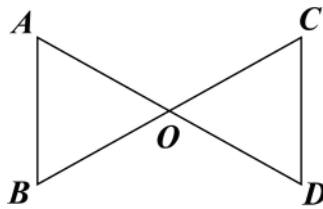
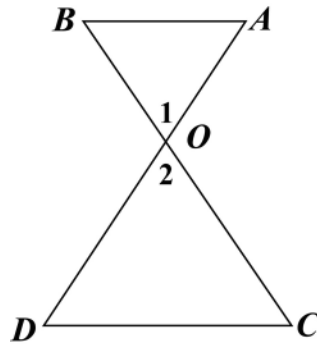
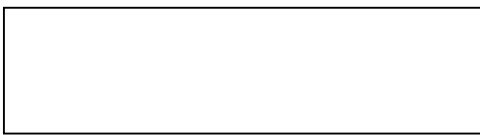
$$\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

❷ $\angle A + \angle B + \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}。$

$$\angle C + \angle D + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

❸ $\angle A + \angle B + \angle 1 = \angle C + \angle D + \angle 2$

$\Rightarrow$



★想一想

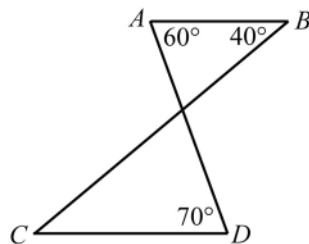
$\angle A$ 一定等於 $\angle C$ 嗎？

$\angle B$ 一定等於 $\angle D$ 嗎？

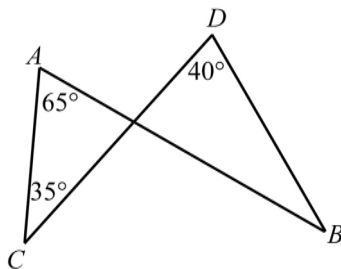


牛刀小試 8

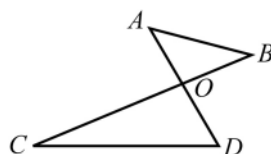
1. 如圖 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 交於 O 點，則 $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}。$



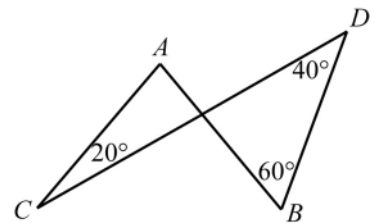
2. 如圖 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 交於 O 點，則 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}。$



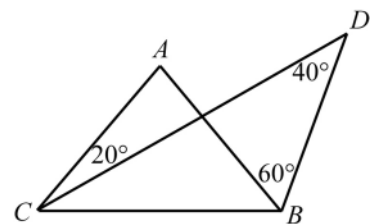
3. 如圖， $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 交於 O 點，已知 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle C = 23^\circ$ ， $\angle D = 59^\circ$ ，則 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}。$



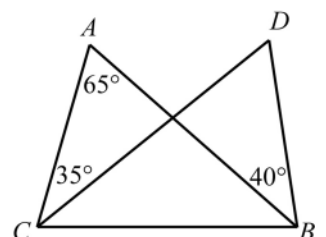
4. 如圖 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 交於 O 點，則 $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}。$

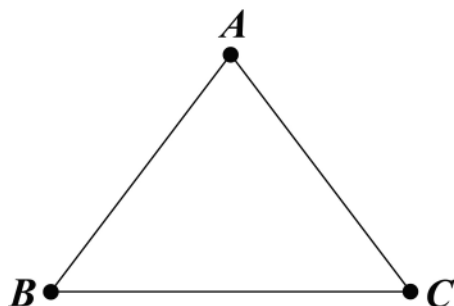


5. 如圖 $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}。$



6. 如圖 $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}。$

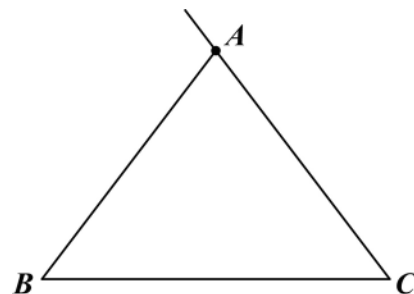




內角是_____。

外角是_____。

★1 個內角和它的外角加起來是_____。



$\angle A + \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



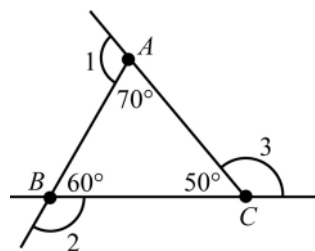
牛刀小試 9

1. 如右圖，若 $\triangle ABC$ 的三個內角是 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$

(1) $\angle A$ 的外角 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\angle B$ 的外角 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\angle C$ 的外角 $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2. 若 $\triangle ABC$ 的三個內角分別為 $\angle A = 20^\circ$ ， $\angle B = 55^\circ$ ， $\angle C = 105^\circ$ ，則

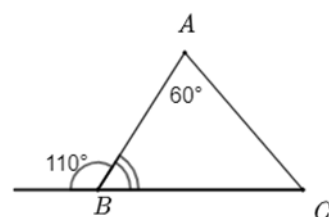
$\angle A$ 外角 = _____， $\angle B$ 外角 = _____， $\angle C$ 外角 = _____。

3. 若 $\triangle ABC$ 的三個內角分別為 $\angle A = 110^\circ$ ， $\angle B = 36^\circ$ ， $\angle C = 34^\circ$ ，則

$\angle A$ 外角 = _____， $\angle B$ 外角 = _____， $\angle C$ 外角 = _____。

4. $\triangle ABC$ 中如圖若 $\angle B$ 外角為 110° ， $\angle A = 60^\circ$ 。

(1) $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





7 三角形的外角和



假設 $\triangle ABC$ 是一個 $\triangle$ 公園，翔鼎從 P 點沿著 $\triangle$ 公園繞一圈，又回到 P 點，請問他轉了幾度？

★外角和為什麼是 360° ？

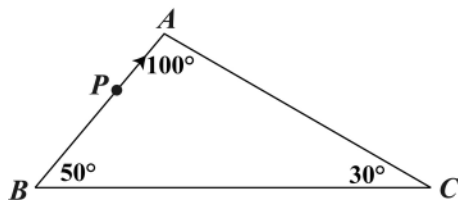
❶他到 A 點轉 100° 還是 80° ？

❷轉的角度其實就是_____。

❸到 C 點轉了_____度。

❹到 B 點轉了幾度？_____度。

❺三角形的外角和是_____度。



牛刀小試 10

1. 如右圖， $\triangle ABC$ 中

(1) $\angle A$ 的外角是_____， $\angle B$ 的外角是_____。

$\angle C$ 的外角是_____。

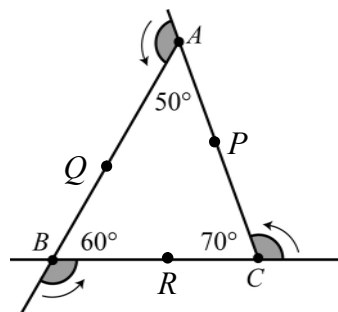
(2) 三角形的外角和 $=\angle A$ 的外角 $+\angle B$ 的外角 $+\angle C$ 的外角

$=$ _____。

(3) 從 P 點經 A 點到 Q 點，轉的角是_____（填內角或外角），轉了_____度。

(4) 從 Q 點經 B 點到 R 點，轉的角是_____（填內角或外角），轉了_____度。

(5) 從 R 點經 C 點到 P 點，轉的角是_____（填內角或外角），轉了_____度。



2. $\triangle ABC$ 中，

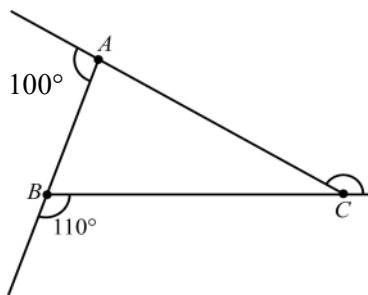
(1) 若 $\angle A$ 的外角是 130° ， $\angle B$ 的外角是 120° ，則 $\angle C$ 的外角是_____。

(2) 若 $\angle A$ 的外角是 100° ， $\angle B$ 的外角是 110° ，則 $\angle C$ 的外角是_____。

3. 如右圖， $\triangle ABC$ 中

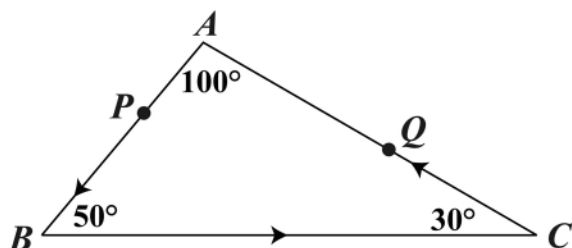
(1) $\angle C$ 的外角 $=$ _____。

(2) $\angle C=$ _____。





例題 ② 外角和應用



★轉的角度其實就是

_____。

從 P 經過 B 到 C 再到 Q 一共轉了_____度。

☆還有沒有別的方法？



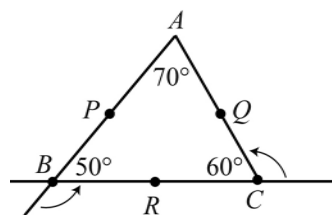
牛刀小試 11

1. 如右圖小文從 P 點出發，沿 $P \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow Q$ 路線走。

(1) 從 P 點經過 B 點轉向 R 點，在 B 點轉了_____度。

(2) 從 R 點經過 C 點轉向 Q 點，在 C 點轉了_____度。

(3) 從 P 點經過 B 點、 R 點、 C 點到 Q 點，轉彎 2 次，一共轉了_____度。

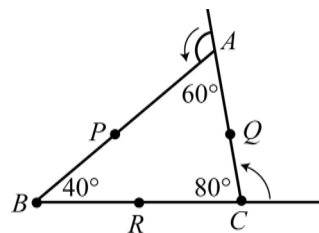


2. 如右圖小文從 R 點出發沿 $R \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow P$ 路線走。

(1) 從 R 點經過 C 點轉向 Q 點，在 C 點轉了_____度。

(2) 從 Q 點經過 A 點轉向 P 點，在 A 點轉了_____度。

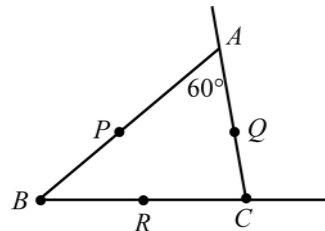
(3) 從 R 點經過 C 點、 Q 點、 A 點到 P 點，轉彎 2 次，一共轉了_____度。



3. 如右圖

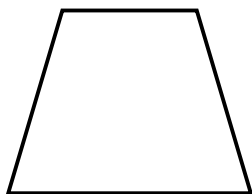
(1) 小文從 Q 點出發經過 A 點轉向 P 點，在 A 點轉了_____度。

(2) 小文從 P 點經過 B 點、 R 點、 C 點到 Q 點，經過 2 次轉彎，一共轉了_____度。

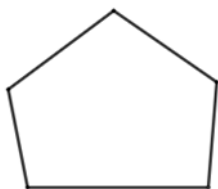




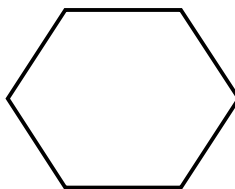
四邊形



五邊形



六邊形

 n 邊形外角和一定是_____度。★ n 邊形的外角和一定是_____度。

為什麼？



牛刀小試 12

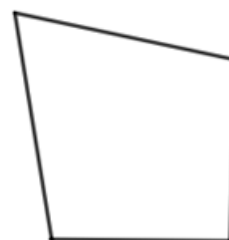
1. (1) 畫出五邊形的一組外角

(2) 五邊形的外角和=_____。



2. (1) 畫出四邊形的一組外角

(2) 四邊形的外角和=_____。





例題 ③ 正 n 邊形



正 n 邊形 $n=3$ $n=4$ $n=5$ $n=6$ $n=7$ $n=8$

外角和

每一外角

每一內角

內角和

★正 10 邊形

① 外角和 = _____

② 每一個外角 = _____

③ 每一個內角 = _____

④ 內角和 = _____



牛刀小試 13

1. 正十二邊形中

(1) 外角和 = _____。

(2) 每一外角 = _____。

(3) 每一內角 = _____。

(4) 內角和 = _____。

2. 正十八邊形中

(1) 外角和 = _____。

(2) 每一外角 = _____。

(3) 每一內角 = _____。

(4) 內角和 = _____。

3. (1) 有一正多邊形，每一外角是 60 度，
則是正 _____ 邊形。

(2) 有一正多邊形，每一外角是 90 度，
則是正 _____ 邊形。

4. 有一正多邊形，每一內角是 120°

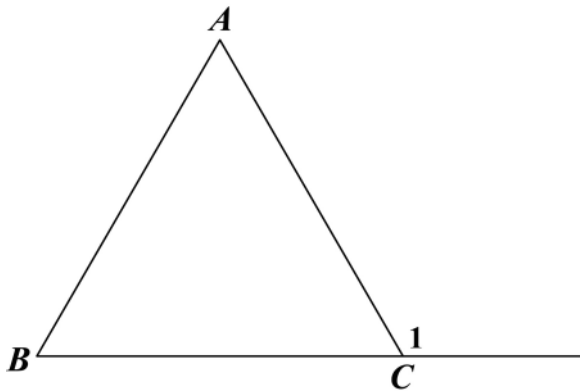
(1) 每一外角是 _____。

(2) 是正 _____ 邊形。

5. 有一正多邊形，每一內角是 140°

(1) 每一外角是 _____。

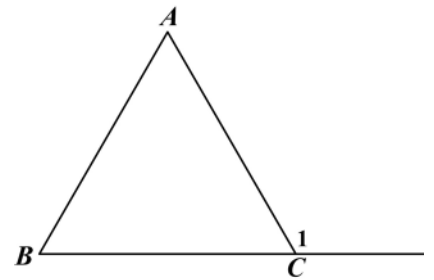
(2) 是正 _____ 邊形。



已知： $\triangle ABC$ ， $\angle 1$ 是 $\angle C$ 的外角，

則 $\angle 1 =$

★內對角



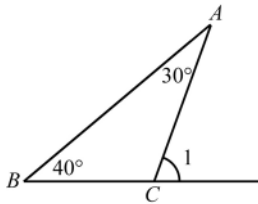
$\angle 1 =$ _____

★ $\triangle$ 的一個外角等於



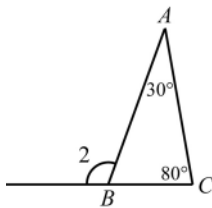
牛刀小試 14

1.



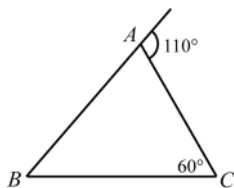
$\angle C$ 的外角 $\angle 1 =$ _____ $^\circ$.

2.



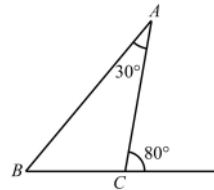
$\angle B$ 的外角 $\angle 2 =$ _____ $^\circ$.

3.



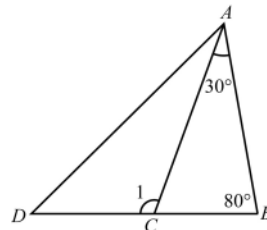
$\angle B =$ _____ $^\circ$.

4.



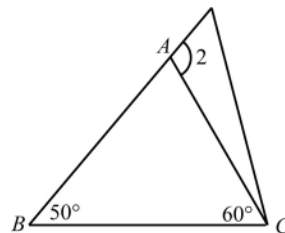
$\angle B =$ _____ $^\circ$.

5.



$\angle 1 =$ _____ $^\circ$.

6.



$\angle 2 =$ _____ $^\circ$.



例題

4

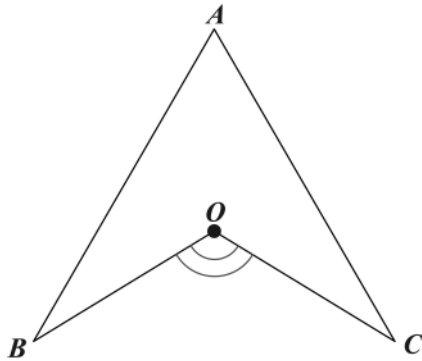
飛鏢、魚尾巴



$\angle BOC =$

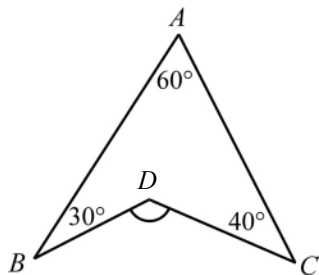
★外角性質

為什麼？

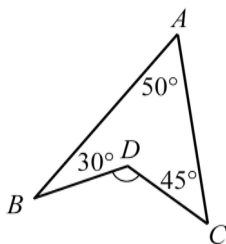


牛刀小試 15

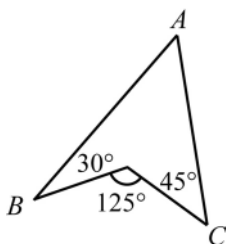
1. $\angle BDC =$ _____ °



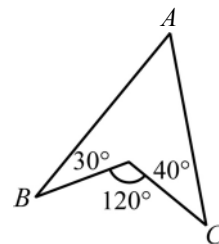
2. $\angle BDC =$ _____ °



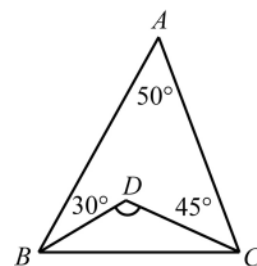
3. $\angle A =$ _____ °



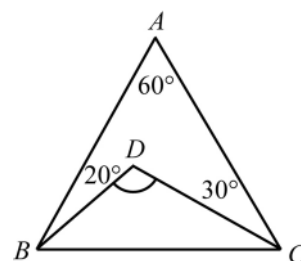
4. $\angle A =$ _____ °



5. $\angle BDC =$ _____ °



6. $\angle BDC =$ _____ °

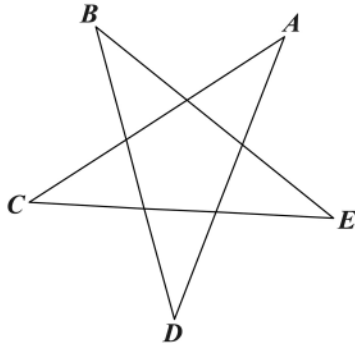
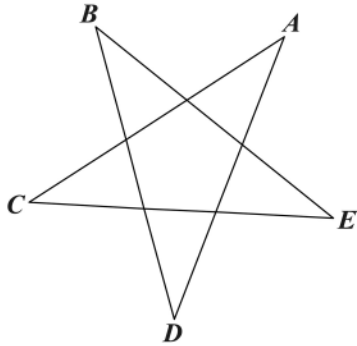




例題 5 星形



求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E =$



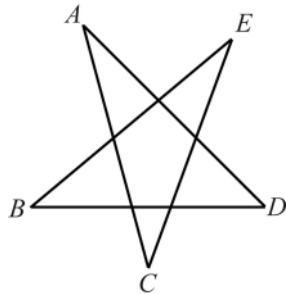
★蝴蝶形

★飛鏢形

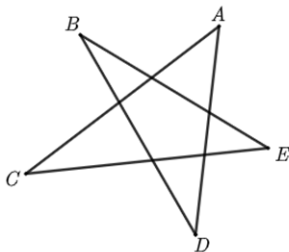


牛刀小試 16

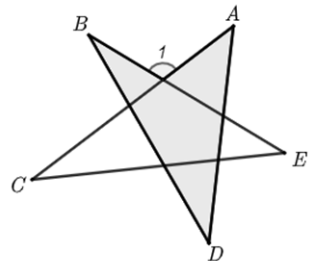
1. 如右圖已知 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $\angle D = 35^\circ$, 則 $\angle E =$ _____ 度。



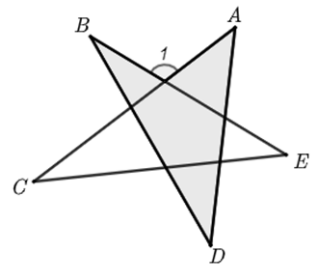
2. 如右圖，已知 $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 25^\circ$, $\angle D = 40^\circ$, 則 $\angle E =$ _____ 度。



3. 如右圖，已知 $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 25^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, 則 $\angle 1 =$ _____ 度，



4. 如右圖，已知 $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $\angle D = 35^\circ$, 則 $\angle 1 =$ _____ 度。





牛刀小試 1

- (1) 3
(2) $\angle BAC$, $\angle CAD$, $\angle BAD$
- (1) 20° (2) 45° (3) 65°
- 不會, 角的度數和角的兩邊沒有關係
- 20°
- 50°
- 30°

牛刀小試 2

- 鈍角, 直角, 銳角, 平角
- (1) 40° , 4° , 88°
(2) 135° , 127° , 105°
(3) 90°
(4) 180°
(5) 360°

牛刀小試 3

- (1) 40° (2) 70°
- (1) 130° (2) 60°
- (1) 24° , 48° , 128°
(2) 43° , 57° , 71°
- (1) 125°
(2) 35°

牛刀小試 4

- 130° , 50° , 130°
- 40°
- (1) $\angle 4$, 50°
(2) $\angle 5$, 60°
(3) 70°

牛刀小試 5

- 70°
- 20
- 30, 60°
- 41° , 63° , 76°
- 20, 31°

牛刀小試 6

- 70°
- 20, 60°
- 30, 60°
- 10

牛刀小試 7

- 1080°
- 1260°
- 1440°
- 1800°

牛刀小試 8

- 30°
- 60°
- 37°
- 80°
- 80°
- 60°

牛刀小試 9

- (1) 110° (2) 120° (3) 130°
- 160° , 125° , 75°
- 70° , 144° , 146°
- (1) 70° (2) 50°

牛刀小試 10

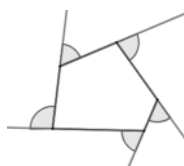
- (1) 130° , 120° , 110°
(2) 360°
(3) 外角, 130
(4) 外角, 120
(5) 外角, 110
- (1) 110° (2) 150°
- (1) 150° (2) 30°

牛刀小試 11

- (1) 130 (2) 120 (3) 250
- (1) 100 (2) 120 (3) 220
- (1) 120 (2) 240

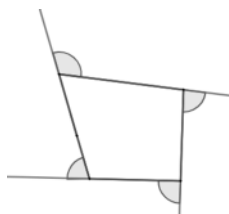
牛刀小試 12

- (1)



- (2) 360°

- (1)



- (2) 360°

牛刀小試 13

- (1) 360° (2) 30° (3) 150°
(4) 1800°
- (1) 360° (2) 20° (3) 160°
(4) 2880°
- (1) 六 (2) 四
- (1) 60° (2) 六
- (1) 40° (2) 九

牛刀小試 14

- 70°
- 110°
- 50°
- 50°
- 110°
- 110°

牛刀小試 15

- 130°
- 125°
- 50°
- 50°
- 125°
- 110°

牛刀小試 16

- 30°
- 35°
- 100°
- 105°



B4 3-2 基本尺規作圖



概念

① 等線段作圖



已知：



利用尺規作圖畫 $\overline{CD}$ 使得 $\overline{CD} = \overline{AB}$ 。

〈請先看影片，再把圖形畫在下面。〉

★尺規作圖的

尺是_____。

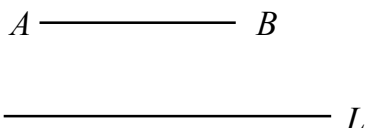
規是_____。

★作圖的痕跡請保留

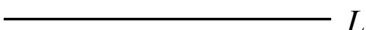


牛刀小試 ①

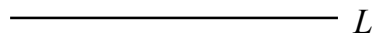
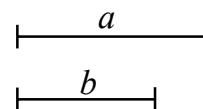
1. (1) 已知 $\overline{AB}$ 畫出 $\overline{CD}$ ，使 $\overline{CD} = \overline{AB}$



(2) 畫出 $\overline{CE}$ ， $\overline{CE} = 2\overline{AB}$



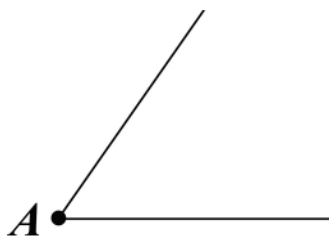
2. 如圖，已知兩線段長分別為 a 、 b 。畫出 $\overline{GH}$ 使得 $\overline{GH} = a + b$





已知： $\angle A$

請在下面畫出 $\angle B$ ，使得 $\angle B = \angle A$ 。



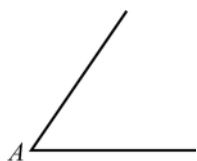
★怎麼畫 $\angle A$ 的2倍？



牛刀小試 2

1. 如圖，已知 $\angle A$

(1) 畫出一角， $\angle B$ 使得 $\angle B = \angle A$

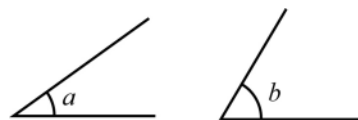


_____ L

(2) 畫出一角 $\angle B$ ，使得 $\angle B = 2\angle A$

_____ L

2. 畫出一角 $\angle C$ ，使得 $\angle C = a + b$



_____ L



已知： $\overline{AB}$

請在右方利用尺規作圖畫出 $\overline{AB}$ 的中垂線。

$A \bullet \text{-----} \bullet B$

★什麼是中垂線？



牛刀小試 3

1. 已知 $\overline{AB}$ ，求作 $\overline{AB}$ 的垂直平分線 $\overline{CD}$ 。

$A \text{-----} B$

2. 已知 $\overline{EF}$ ，求作將 $\overline{EF}$ 2 等分的直線。

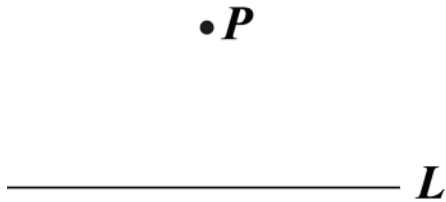
$E \text{-----} F$

3. 已知 $\overline{GH}$ ，求作將 $\overline{GH}$ 4 等分的直線。

$G \text{-----} H$

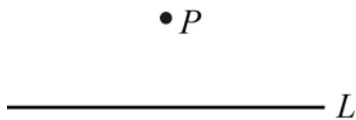


已知：一直線 L ，及 L 外一點 P ，利用尺規作圖畫出一直線通過 P 點，而且和 L 垂直。

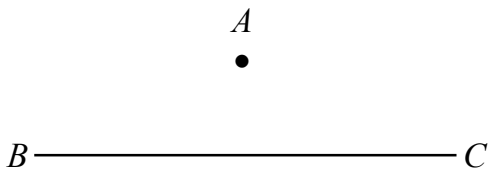


牛刀小試 4

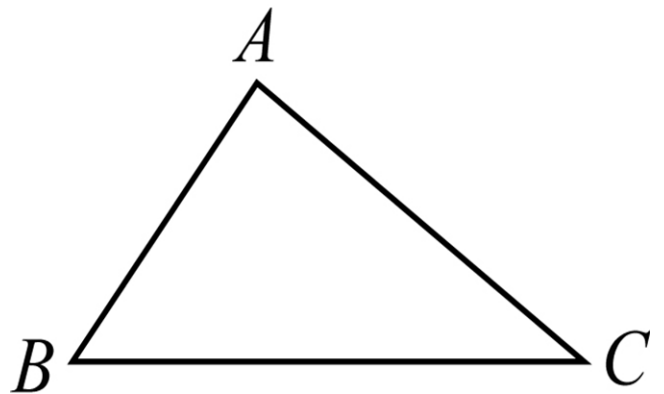
1. 如下圖，已知點 P 在直線 L 外，利用尺規作圖作出過 P 點，且與直線 L 垂直的直線。



2. 如下圖，已知點 A 在 $\overline{BC}$ 外，利用尺規作圖作出過 A 點，且與 $\overline{BC}$ 垂直的直線。

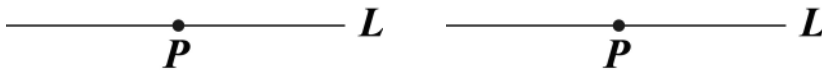


3. 如下圖，已知 $\triangle ABC$ ，利用尺規作圖作出過 A 點，且與 $\overline{BC}$ 垂直的直線。





已知：一直線 L ，及 L 外一點 P ，利用尺規作圖畫出一直線通過 P 點，而且和 L 垂直。

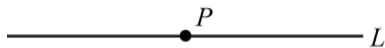


★通過 B 點畫垂線。

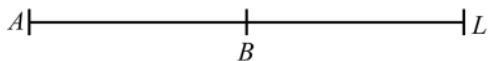


牛刀小試 5

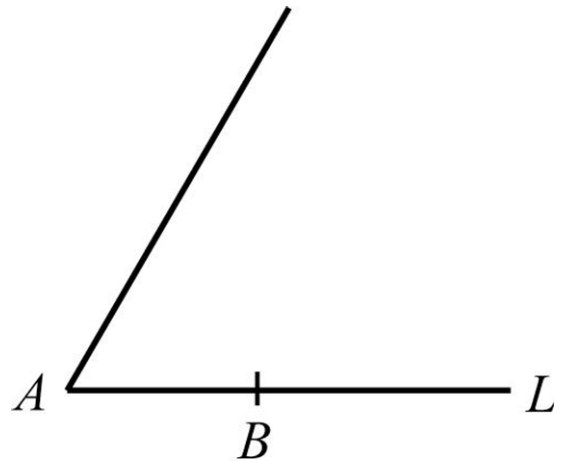
1. 如下圖，已知點 P 在直線 L 上，利用尺規作圖作出過 P 點，且與直線 L 垂直的直線。



2. 如下圖，已知點 B 在直線 L 上，利用尺規作圖作出過 B 點，且與直線 L 垂直的直線，使得 $\angle B = 90^\circ$ 。



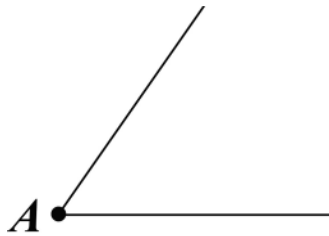
3. 如下圖，已知 $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖作出一個直角 $\triangle ABC$ ，並使得 $\angle B = 90^\circ$ 。





已知： $\angle A$

請利用尺規作圖，畫出 $\angle A$ 的角平分線。

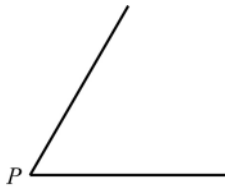


★角平分線，其實是在畫
_____形。

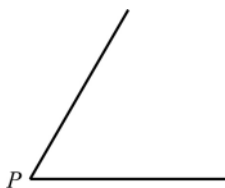


牛刀小試 6

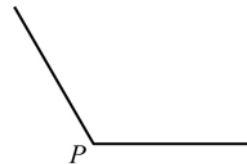
1. 如圖，已知 $\angle P$ ，畫出 $\angle P$ 的角平分線 $\overrightarrow{PQ}$ 。



2. 如圖，已知 $\angle P=60^\circ$ ，畫出 $\angle P$ 的角平分線 $\overrightarrow{PE}$ ，將 $\angle P$ 分成2等分。



3. 如圖，已知 $\angle P=120^\circ$ ，畫出 $\angle 1$ 使得 $\angle 1=60^\circ$ 。





牛刀小試 1

1. (1)
- (2)
- 2.

牛刀小試 2

1. (1)
- (2)
- 2.

牛刀小試 3

- 1.
- 2.
- 3.

牛刀小試 4

- 1.

- 2.
- 3.

牛刀小試 5

- 1.
- 2.
- 3.

牛刀小試 6

- 1.
- 2.
- 3.



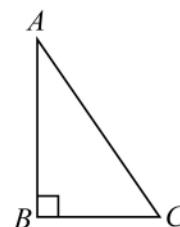
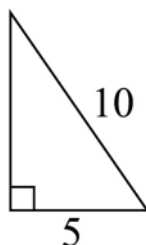
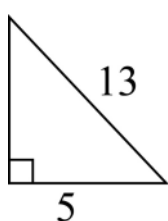
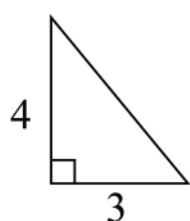
B4 3-3 三角形全等



溫故知新 ① 畢氏定理



①



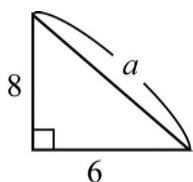
★①斜邊是_____。

② $\angle$ ____ + $\angle$ ____ = 90° 。



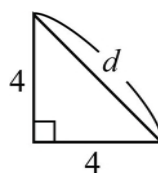
牛刀小試 ①

1.



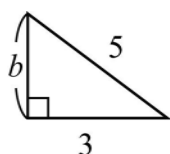
$a =$ _____。

4.



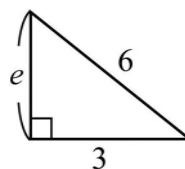
$d =$ _____。

2.



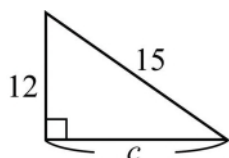
$b =$ _____。

5.



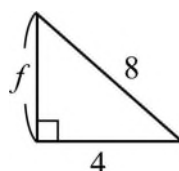
$e =$ _____。

3.



$c =$ _____。

6.



$f =$ _____。

畢氏數常用，請背下來



概念

① 全等△的表示法與性質



① 全等三角型：_____。

全等符號：_____。

② 對應頂點就是_____的頂點。

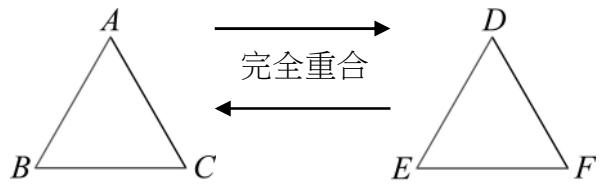
對應邊就是_____的邊。

對應角就是_____的角。

③ 全等△性質

重合的邊會_____。

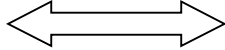
重合的角會_____。



$\triangle ABC \cong \triangle$ _____

① $\overline{AB} =$ _____, $\overline{BC} =$ _____, $\overline{AC} =$ _____

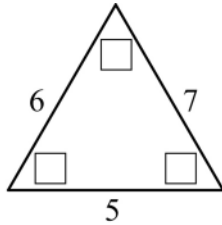
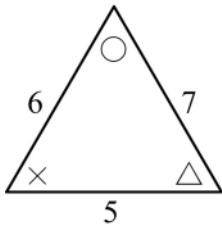
② $\angle A =$ _____, $\angle B =$ _____, $\angle C =$ _____



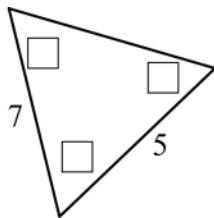
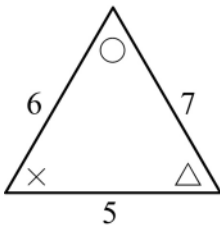
牛刀小試 2

1. 將下列對應角標上相同符號

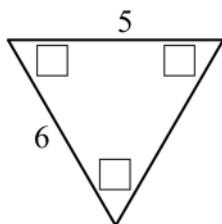
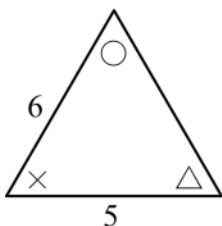
(1)



(2)

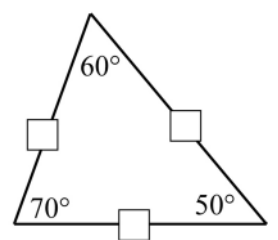
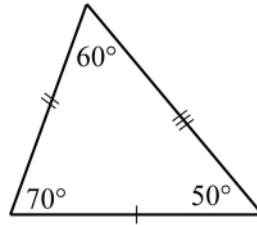


(3)

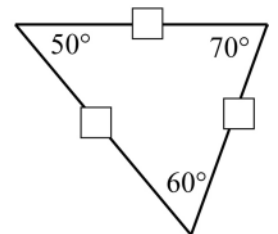
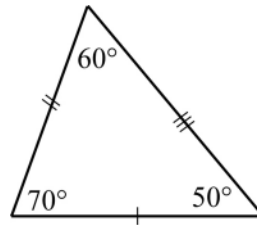


2. 將下列對應邊標上相同符號

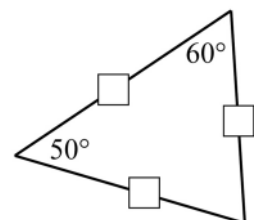
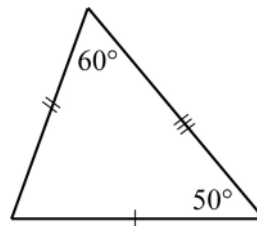
(1)



(2)



(3)





例題 1 全等三角形 (對應角相等)

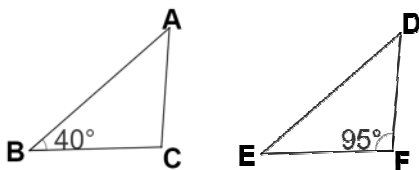


❶ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 $A、B、C$ 的對應點是 $D、E、F$ 。

(1) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

(2) $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

(3) $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。



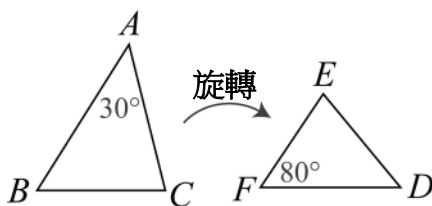
Q：如何找出對應角？

❷ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 $A、B、C$ 的對應點是 $D、E、F$ 。

(1) $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

(2) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

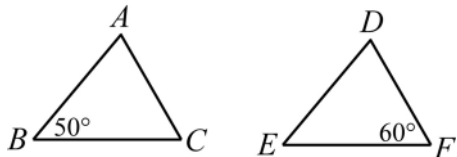
(3) $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。



牛刀小試 3

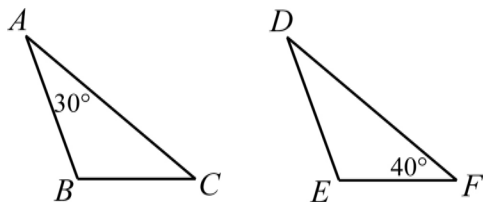
1. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 $A、B、C$ 的對應點是 $D、E、F$ 。

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



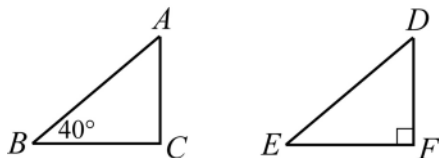
2. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 $A、B、C$ 的對應點是 $D、E、F$ 。

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$;



3. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 $A、B、C$ 的對應點是 $D、E、F$ 。

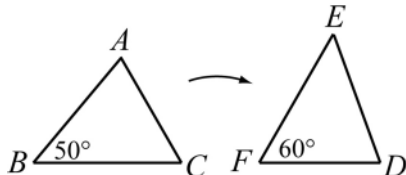
$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



提示：由對頂點找出角

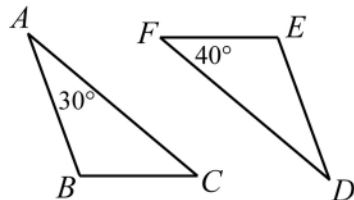
4. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 $A、B、C$ 的對應點是 $D、E、F$ 。

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



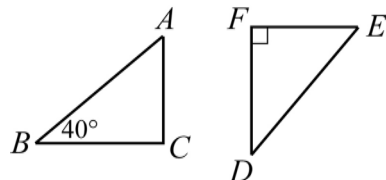
5. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 $A、B、C$ 的對應點是 $D、E、F$ 。

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



6. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 $A、B、C$ 的對應點是 $D、E、F$ 。

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



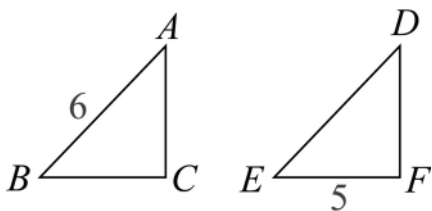


例題 ② 全等三角形 (對應邊相等)



$\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 A 、 B 、 C 的對應點是 D 、 E 、 F 。

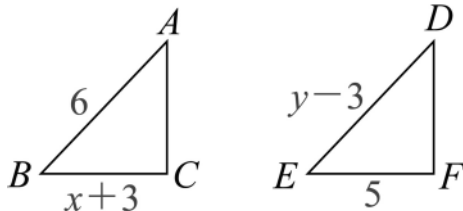
①



(1) $\overline{EF} =$

(2) $\overline{AC} =$

②



(1) $x =$

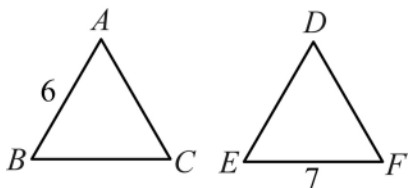
(2) $y =$



牛刀小試 4

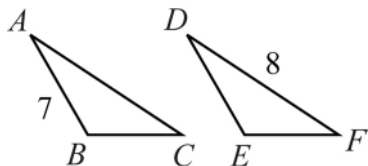
1. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 A 、 B 、 C 的對應點是 D 、 E 、 F 。

$\overline{BC} =$; $\overline{DE} =$



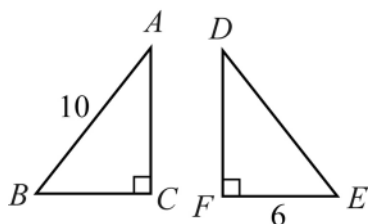
2. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 A 、 B 、 C 的對應點是 D 、 E 、 F 。

$\overline{AC} =$; $\overline{DE} =$



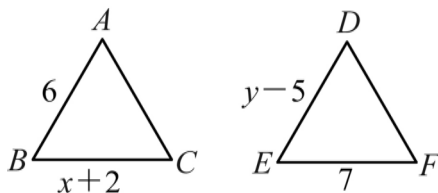
3. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 A 、 B 、 C 的對應點是 D 、 E 、 F 。

$\overline{DE} =$; $\overline{BC} =$; $\overline{AC} =$



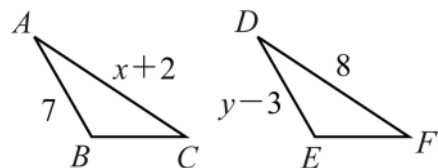
4. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 A 、 B 、 C 的對應點是 D 、 E 、 F 。

$x =$; $y =$



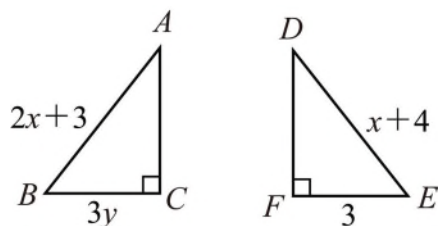
5. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 A 、 B 、 C 的對應點是 D 、 E 、 F 。

$x =$; $y =$



6. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 其中 A 、 B 、 C 的對應點是 D 、 E 、 F 。

$x =$; $y =$

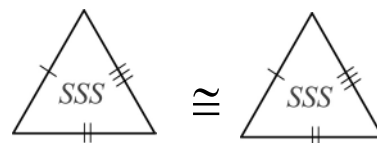
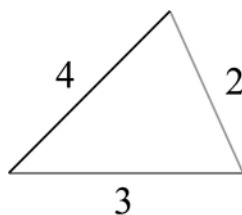
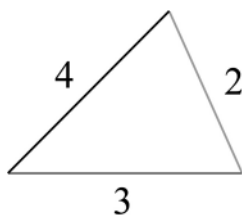




② SSS 全等性質

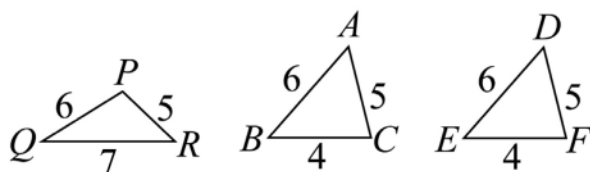


SSS 全等：_____的二個 $\triangle$ ，保證全等。



「S」代表。

例題：哪二個 $\triangle$ 全等？



$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

① _____ = 6 ② _____ = 5 ③ _____ = 4

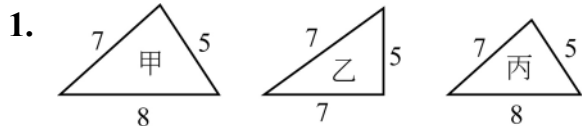
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (_____ 全等)

「A」代表。

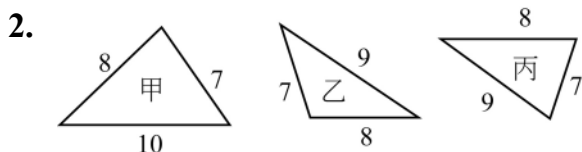


牛刀小試 5

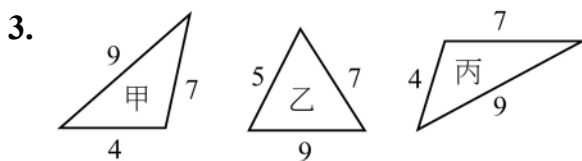
找出全等 $\triangle$ ，並寫出全等性質。



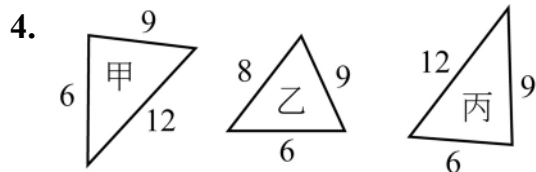
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



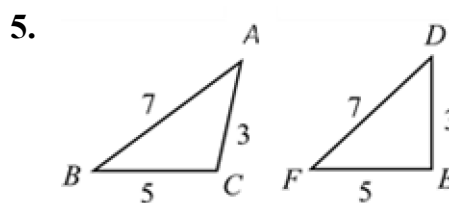
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



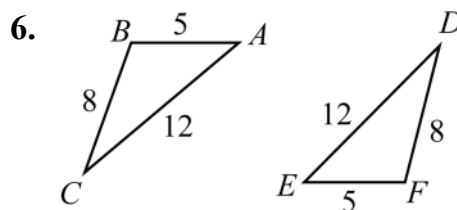
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



$\square \cong \square$ (_____ 全等)



$\square \cong \square$ (_____ 全等)



$\square \cong \square$ (_____ 全等)

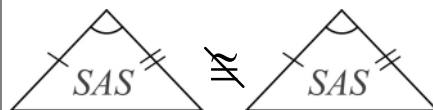
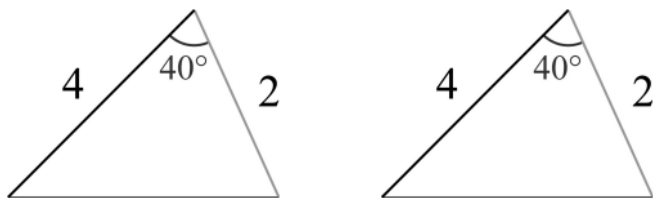


概念

③ SAS 全等性質



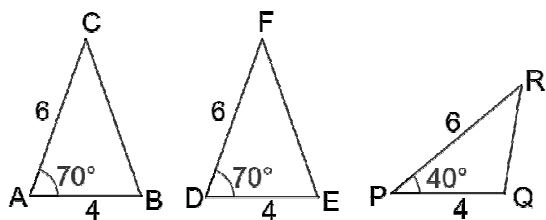
SAS 全等：_____的二個 $\triangle$ ，保證全等。



SAS 的關鍵是



例題：哪二個 $\triangle$ 全等？



$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

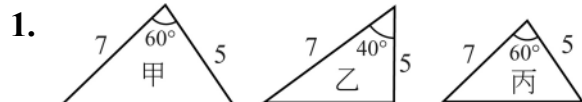
① _____ = 6 ② _____ = 70° ③ _____ = 4

$\triangle ABC$ $\triangle DEF$ (_____ 全等)

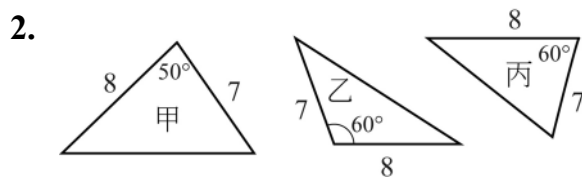


牛刀小試 6

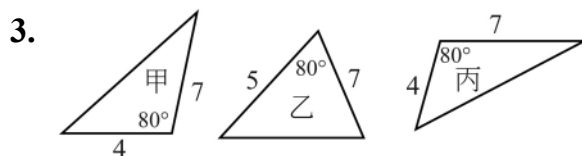
找出全等 $\triangle$ ，並寫出全等性質



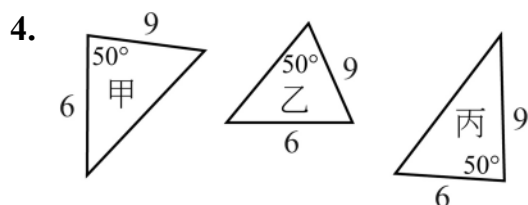
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



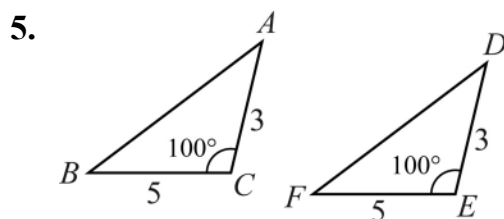
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



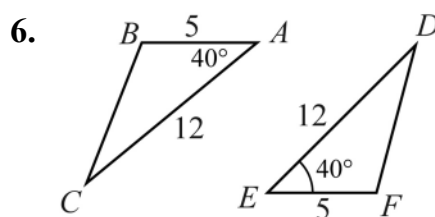
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



$\square \cong \square$ (_____ 全等)



$\triangle ABC \cong \triangle$ _____ (_____ 全等)



$\triangle ABC \cong \triangle$ _____ (_____ 全等)



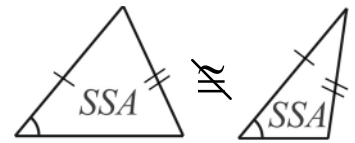
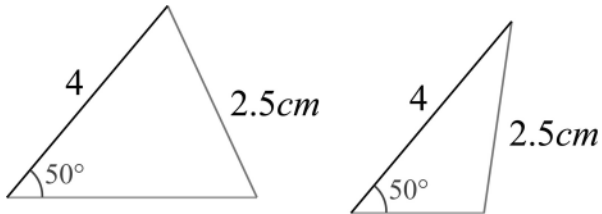
概念

④ SSA 不一定全等



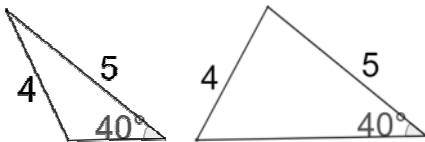
SSA 全等：_____的二個△_____全等

思考



例題：

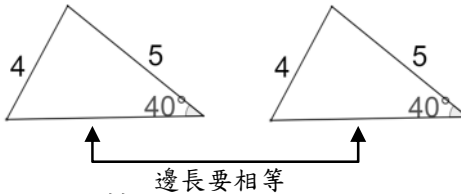
①



☐ 全等

☐ 不一定全等

②



邊長要相等

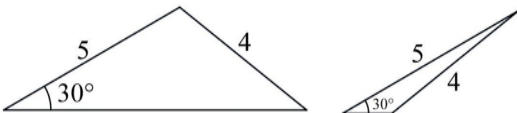
☐ 全等

☐ 不一定全等



牛刀小試 7

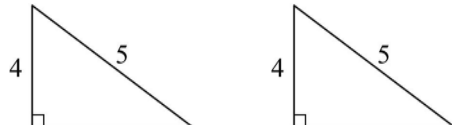
1.



☐ 全等

☐ 不一定全等

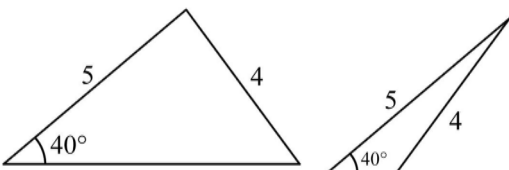
3.



☐ 全等

☐ 不一定全等

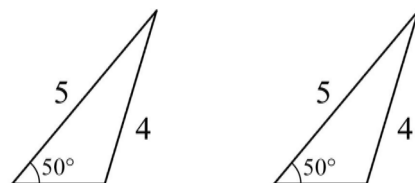
2.



☐ 全等

☐ 不一定全等

4.



☐ 全等

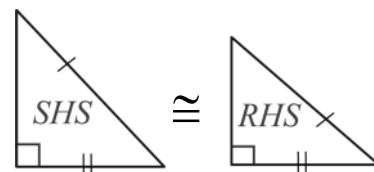
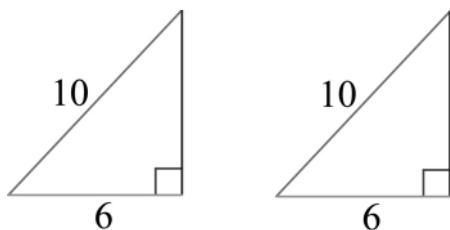
☐ 不一定全等



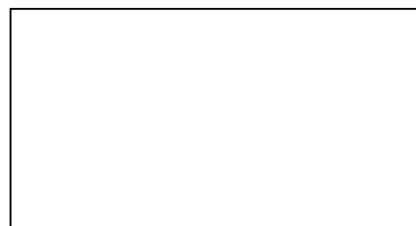
5 RHS 全等性質



RHS 全等：_____的二個直角 $\triangle$ ，保證全等

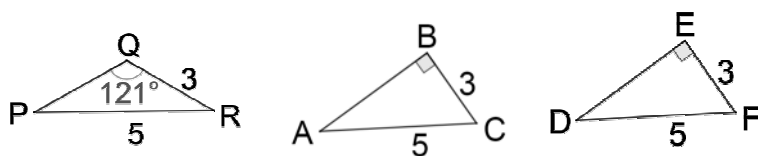


RHS 的關鍵是



RHS 為什麼會全等？

例題：哪二個 $\triangle$ 全等？



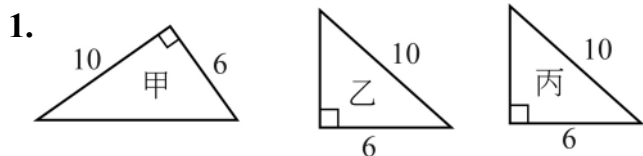
$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

① _____ = 90° ② _____ = 5 ③ _____ = 3

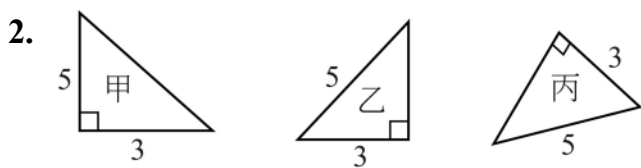
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (_____ 全等)



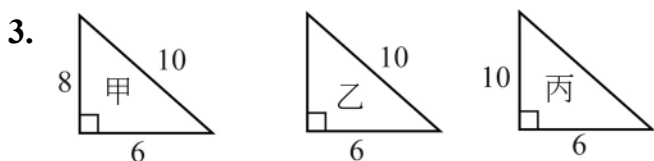
8 牛刀小試



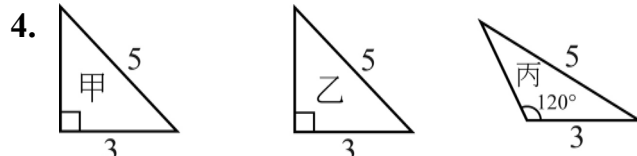
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



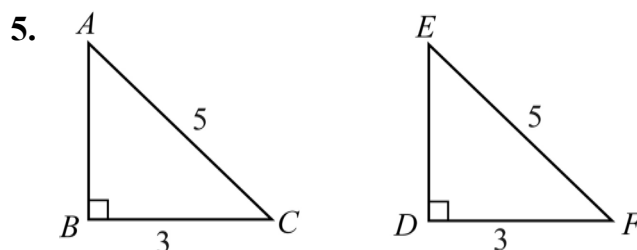
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



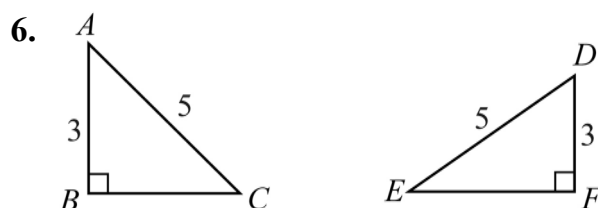
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



$\square \cong \square$ (_____ 全等)



$\triangle ABC \cong \triangle$ _____ (_____ 全等)



$\triangle ABC \cong \triangle$ _____ (_____ 全等)

提示：把所有的邊寫出來再找對應

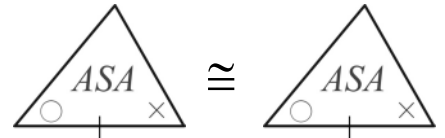
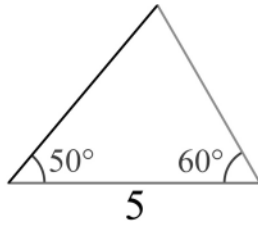
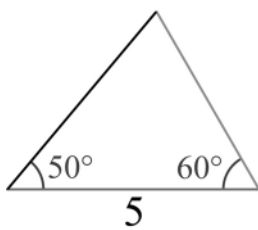


概念

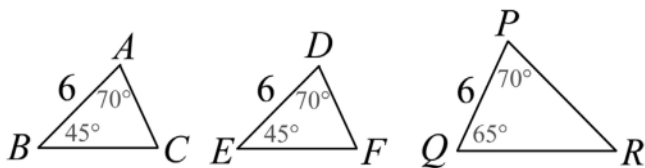
⑥ ASA 全等性質



RHS 全等：有_____的二個 $\triangle$ ，保證全等



例題：哪二個 $\triangle$ 全等？



$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

① _____ = 45° ② _____ = 6 ③ _____ = 70°

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (_____ 全等)



牛刀小試 9

- $\square \cong \square$ (_____ 全等)
- $\square \cong \square$ (_____ 全等)
- $\square \cong \square$ (_____ 全等)

- $\square \cong \square$ (_____ 全等)

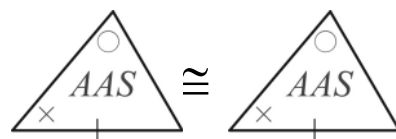
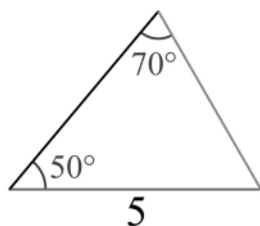
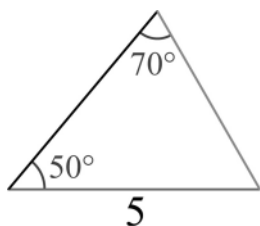
- $\triangle ABC \cong \triangle$ _____ (_____ 全等)
 - $\triangle ABC \cong \triangle$ _____ (_____ 全等)
- 由相等角找出對應頂點。



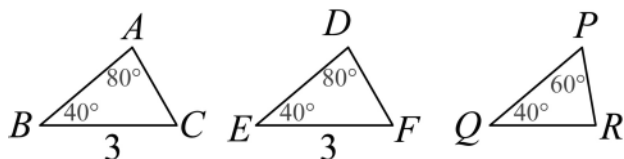
7 AAS 全等性質



AAS 全等：_____的二個 $\triangle$ ，保證全等



例題：哪二個 $\triangle$ 全等？



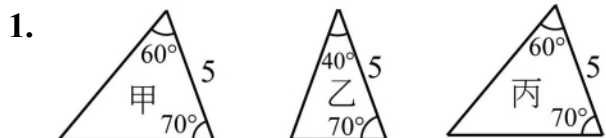
$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

❶ _____ = 80° ❷ _____ = 40° ❸ _____ = 3

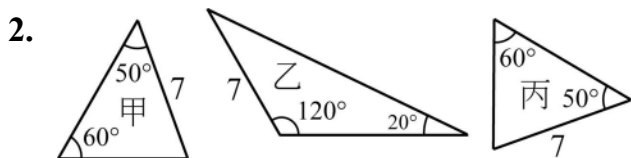
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (_____ 全等)



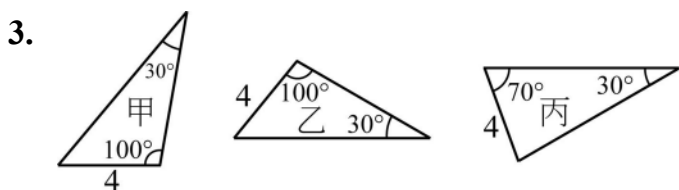
牛刀小試 10



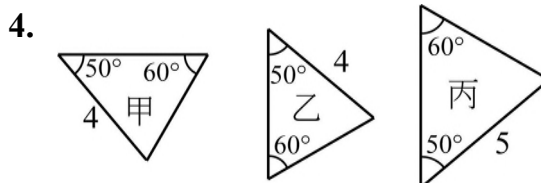
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



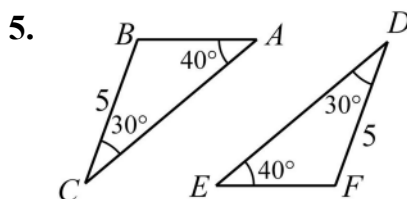
$\square \cong \square$ (_____ 全等)



$\square \cong \square$ (_____ 全等)

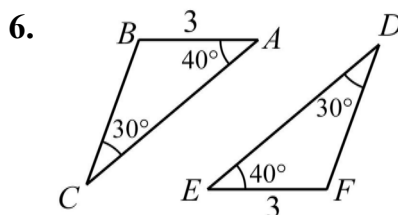


$\square \cong \square$ (_____ 全等)



由相等角找出
對應頂點。

$\triangle ABC \cong \triangle$ _____ (_____ 全等)



$\triangle ABC \cong \triangle$ _____ (_____ 全等)



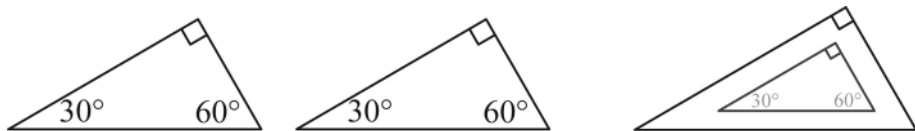
概念

8 AAA 不一定全等



AAA 全等：_____的二個△_____全等

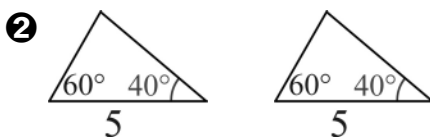
思考



例題：



- (1) ☐ 全等
(2) _____ 全等性質



- (1) ☐ 全等
(2) _____ 全等性質

★ 不一定全等

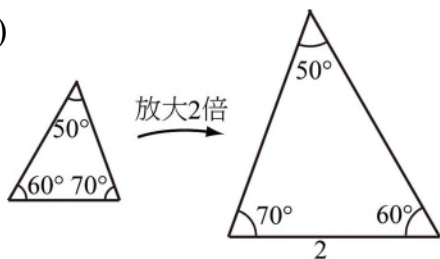


★ AAA 在什麼情況下一定會全等？



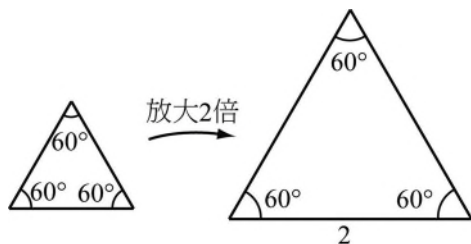
牛刀小試 11

1. (1)



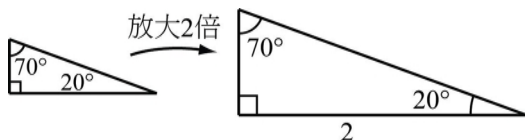
- ☐ 全等 (_____ 全等)
☐ 不全等

(2)



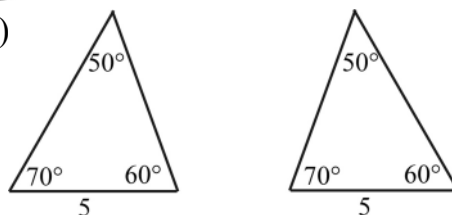
- ☐ 全等 (_____ 全等)
☐ 不全等

(3)



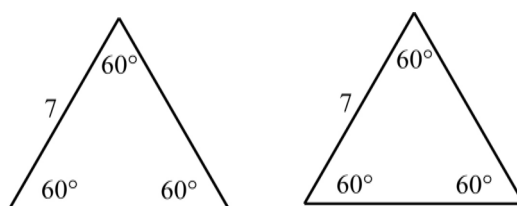
- ☐ 全等 (_____ 全等)
☐ 不全等

2. (1)



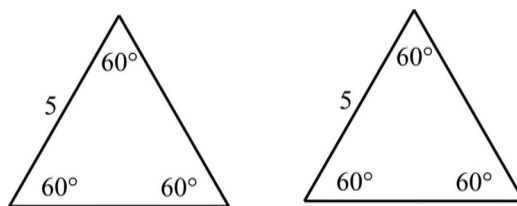
- ☐ 全等 (_____ 全等)
☐ 不全等

(2)



- ☐ 全等 (_____ 全等)
☐ 不全等

(3)



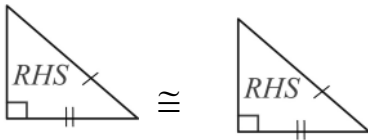
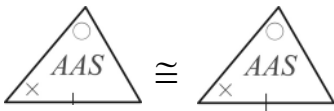
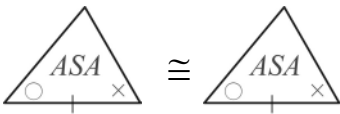
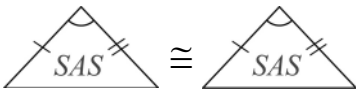
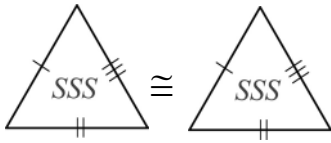
- ☐ 全等 (_____ 全等)
☐ 不全等



例題 ③ $\triangle$ 的全等性質 (統整)



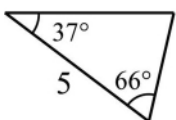
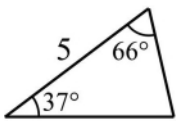
只要檢查兩個 $\triangle$ 的哪三個條件，就能保證兩個是不是 $\triangle$ 全等



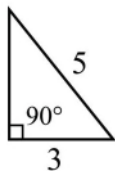
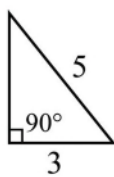
牛刀小試 12

1. 請依據題目所給之條件，判斷所引用的全等性質。

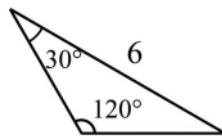
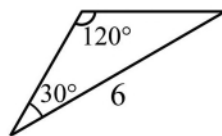
①



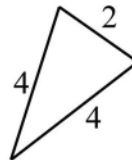
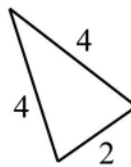
②



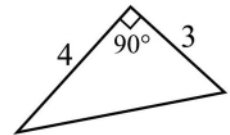
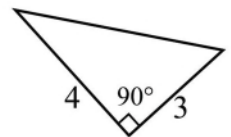
③



④



⑤



① _____ 全等

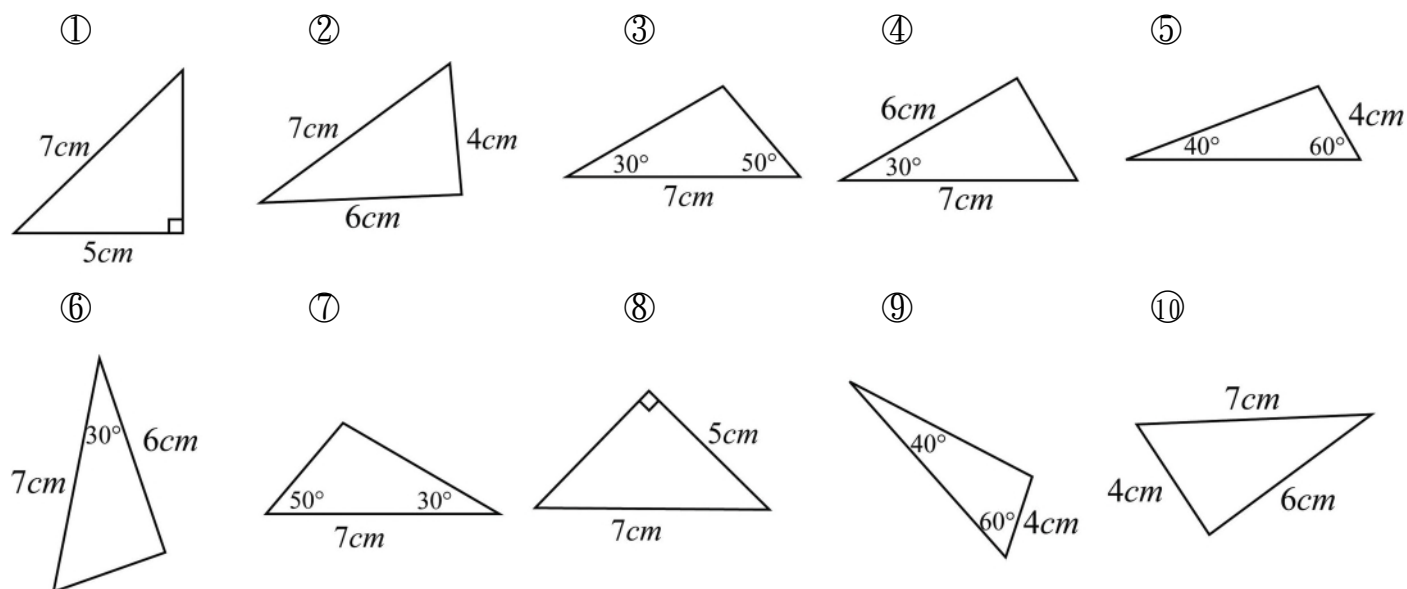
② _____ 全等

③ _____ 全等

④ _____ 全等

⑤ _____ 全等

2. 下圖①～⑩的三角形中，共有五組全等三角形，請找出來並說明所根據的全等性質：



則：

①和_____全等，根據_____全等性質；②和_____全等，根據_____全等性質；
 ③和_____全等，根據_____全等性質；④和_____全等，根據_____全等性質；
 ⑤和_____全等，根據_____全等性質。



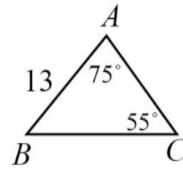
例題 4 $\triangle$ 的全等性質



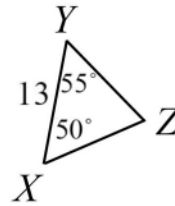
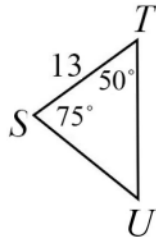
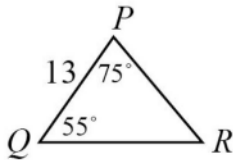
下圖中與 $\triangle ABC$ 全等的三角形有_____，

①與 $\angle C$ 互為對應角的是_____，

②與 $\overline{AC}$ 互為對應邊的是_____。



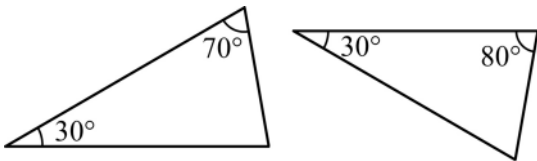
全等三角形最重要的就是對應，如何找對應？



牛刀小試 13

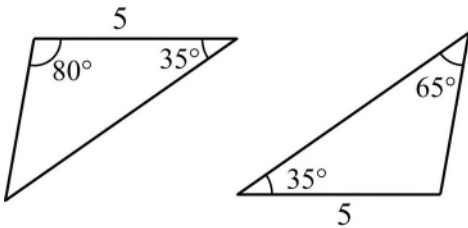
下列 $\triangle$ 是否全等。

1.



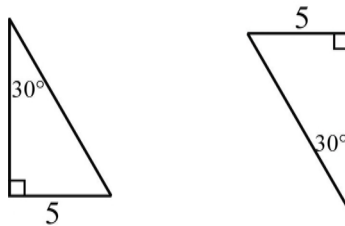
☐ 全等 ☐ 不全等

2.



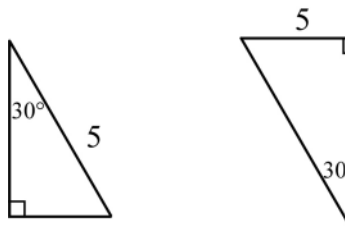
☐ 全等 ☐ 不全等

3.



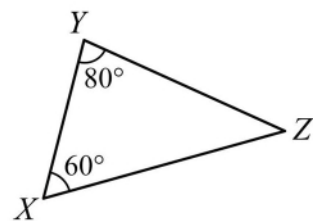
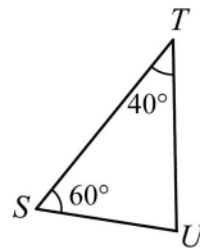
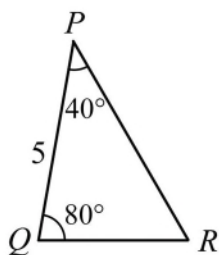
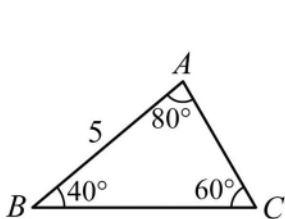
☐ 全等 ☐ 不全等

4.



☐ 全等 ☐ 不全等

5. 下圖中與 $\triangle ABC$ 全等的三角形有_____，在這些三角形中，與 $\angle C$ 互為對應角的是_____，與 $\overline{AC}$ 互為對應邊的是_____。

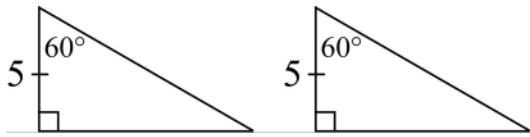




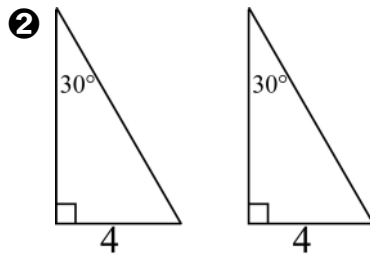
例題 5 直角△的全等性質



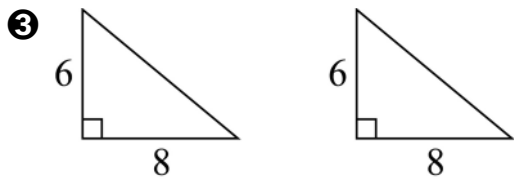
例題：①



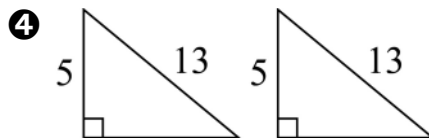
- (1) ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



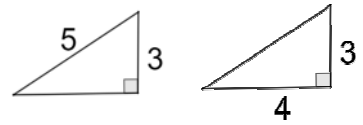
- (2) ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



- (3) ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



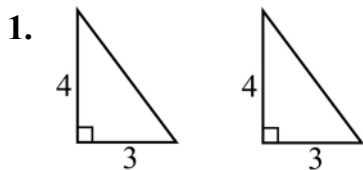
- (4) ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



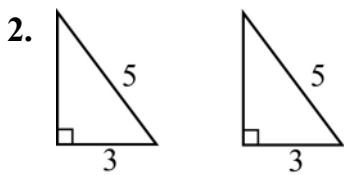
兩個直角△全等嗎？



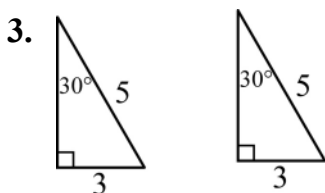
牛刀小試 14



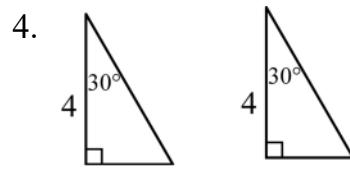
- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



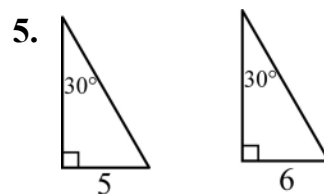
- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



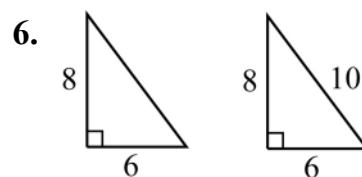
- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等

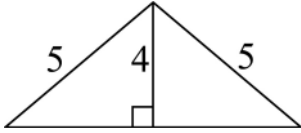


例題 ⑥ 共用邊和對頂角



共用邊

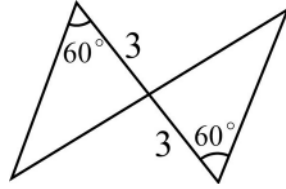
①



- (1) ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等

共用角

②

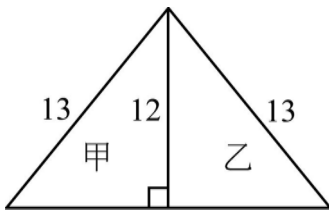


- (2) ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



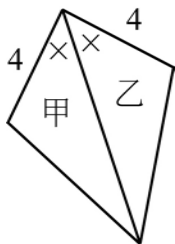
牛刀小試 15

1. (1)



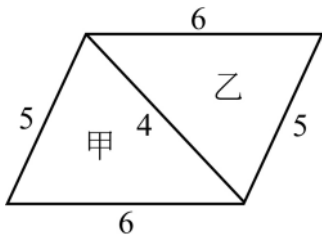
- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等

(2)



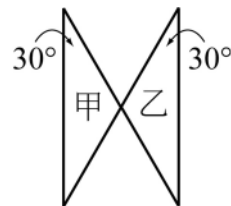
- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等

(3)



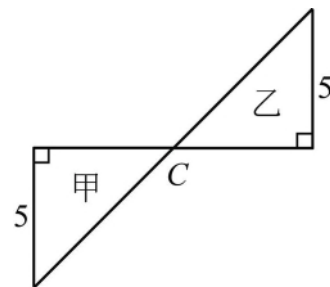
- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等

2. (1)



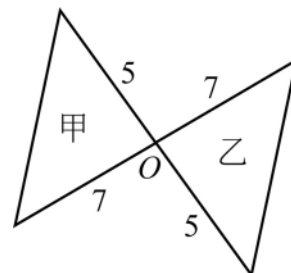
- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等

(2)



- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等

(3)



- ☐ 全等 (____ 全等)
☐ 不全等



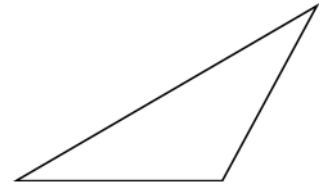
例題

7

全等 $\triangle$ 的尺規作圖

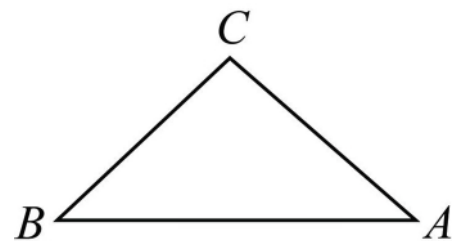


請運用你學過的尺規作圖和全等性質，作一個和右圖全等的三角形。



牛刀小試 16

請運用你學過的尺規作圖和全等性質，作一個和下圖全等的三角形。





牛刀小試 1

1. 10
2. 4
3. 9
4. $4\sqrt{2}$
5. $3\sqrt{3}$
6. $4\sqrt{3}$

牛刀小試 2

- (1)
 - (2)
 - (3)
- (1)
 - (2)
 - (3)

牛刀小試 3

1. $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $\angle E = 50^\circ$
2. $\angle B = 110^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, $\angle D = 30^\circ$
3. $\angle A = 50^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle E = 40^\circ$
4. $\angle C = 60^\circ$, $\angle D = 70^\circ$, $\angle E = 50^\circ$
5. $\angle C = 40^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, $\angle E = 110^\circ$
6. $\angle C = 90^\circ$, $\angle D = 50^\circ$, $\angle E = 40^\circ$

牛刀小試 4

1. $\overline{BC} = 7$, $\overline{DE} = 6$
2. $\overline{AC} = 8$, $\overline{DE} = 7$
3. $\overline{DE} = 10$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{AC} = 8$
4. $x = 5$, $y = 11$
5. $x = 6$, $y = 10$
6. $x = 1$, $y = 1$

牛刀小試 5

1. 甲 $\cong$ 丙 (SSS)
2. 乙 $\cong$ 丙 (SSS)
3. 甲 $\cong$ 丙 (SSS)
4. 甲 $\cong$ 丙 (SSS)
5. $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (SSS)
6. $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ (SSS)

牛刀小試 6

1. 甲 $\cong$ 丙 (SAS)
2. 乙 $\cong$ 丙 (SAS)
3. 甲 $\cong$ 丙 (SAS)
4. 甲 $\cong$ 丙 (SAS)
5. $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (SAS)
6. $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ (SAS)

牛刀小試 7

1. ☐ 不一定全等
2. ☐ 不一定全等
3. ☐ 全等
4. ☐ 全等

牛刀小試 8

1. 乙 $\cong$ 丙 (RHS)
2. 乙 $\cong$ 丙 (RHS)
3. 甲 $\cong$ 乙 (RHS)
4. 甲 $\cong$ 乙 (RHS)
5. $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ (RHS)
6. $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (RHS)

牛刀小試 9

1. 甲 $\cong$ 丙 (ASA)
2. 甲 $\cong$ 丙 (ASA)
3. 甲 $\cong$ 丙 (ASA)
4. 甲 $\cong$ 丙 (ASA)
5. $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (ASA)
6. $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ (ASA)

牛刀小試 10

1. 甲 $\cong$ 丙 (AAS, ASA)
2. 甲 $\cong$ 丙 (AAS)
3. 甲 $\cong$ 乙 (AAS)
4. 甲 $\cong$ 乙 (AAS)
5. $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ (AAS)
6. $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ (AAS)

牛刀小試 11

1. ☐ 不全等
2. ☐ 不全等
3. ☐ 不全等
4. ☐ 全等 (AAS 或 ASA)
5. ☐ 全等 (AAS 或 ASA)
6. ☐ 全等 (AAS 或 ASA)

牛刀小試 12

1. ①ASA ②RHS ③AAS
④SSS ⑤SAS
2. ①和⑧RHS
②和⑩SSS
③和⑦ASA
④和⑥SAS
⑤和⑨AAS

牛刀小試 13

1. ☐ 不全等
2. ☐ 全等
3. ☐ 全等
4. ☐ 不全等
5. $\angle QPR$, $\angle R$, $\overline{QR}$

牛刀小試 14

1. ☐ 全等 (SAS)
2. ☐ 全等 (RHS)
3. ☐ 全等 (AAS 或 RHS)
4. ☐ 全等 (ASA)
5. ☐ 不全等
6. ☐ 全等 (SSS)

牛刀小試 15

1. (1) ☐ 全等 (RHS)
(2) ☐ 全等 (SAS)
(3) ☐ 全等 (SSS)
2. (1) ☐ 不全等
(2) ☐ 全等 (AAS)
(3) ☐ 全等 (SAS)

牛刀小試 16

略

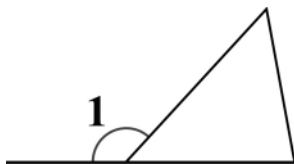


B4 3-4 全等三角形的應用

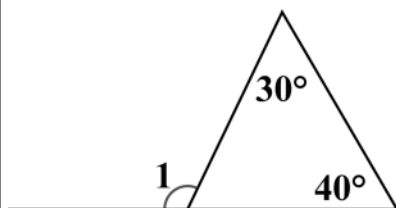


溫故知新 ① 外角定理

外角定理

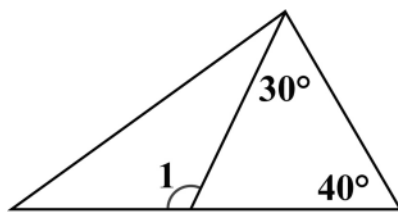


①



$$\angle 1 =$$

②

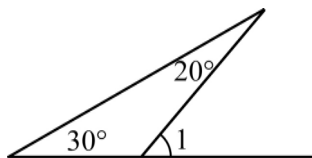


$$\angle 1 =$$



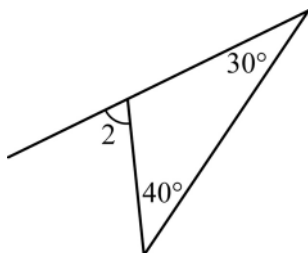
牛刀小試 ①

1. (1)



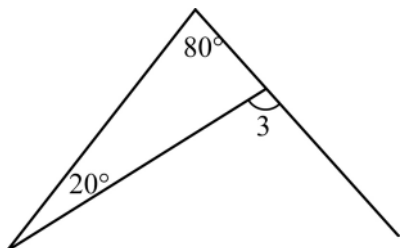
$$\angle 1 =$$

(2)



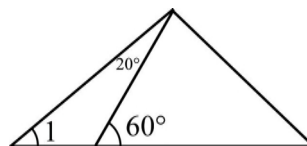
$$\angle 2 =$$

(3)



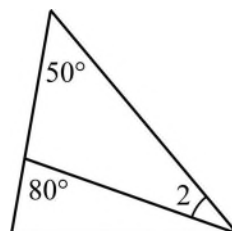
$$\angle 3 =$$

2. (1)



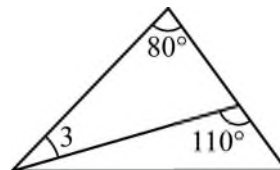
$$\angle 1 =$$

(2)



$$\angle 2 =$$

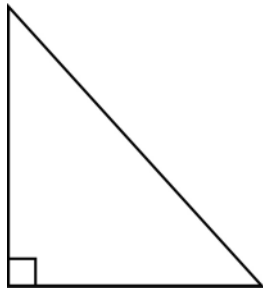
(3)



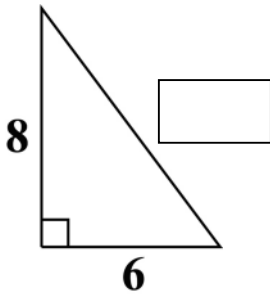
$$\angle 3 =$$



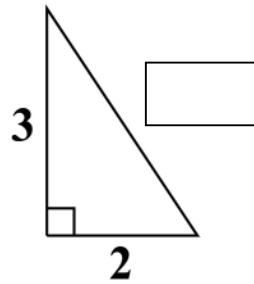
畢氏定理



①

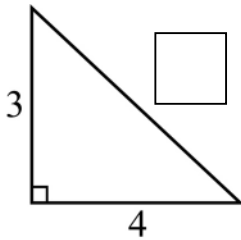


②

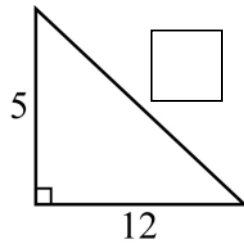


牛刀小試 ②

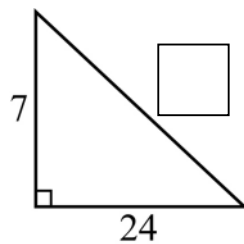
1. (1)



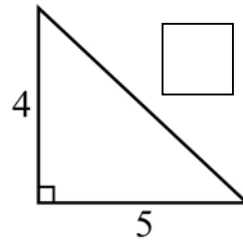
(2)



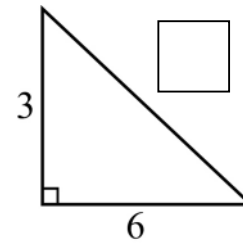
(3)



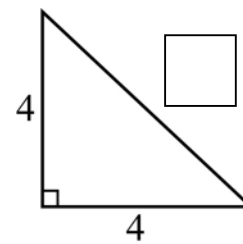
2. (1)



(2)

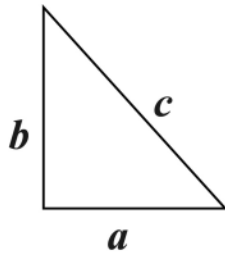


(3)

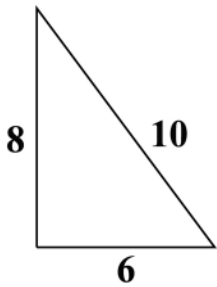




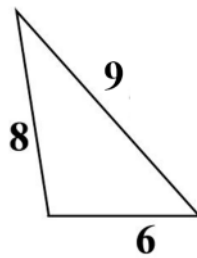
三角形中，若_____，
則此三角形保證是直角三角形。



① ☐是 ☐不是 直角△

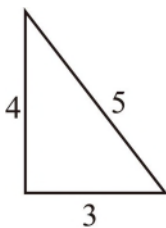


② ☐是 ☐不是 直角△

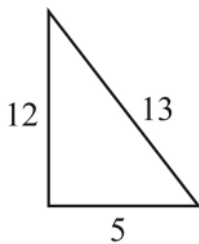


牛刀小試 3

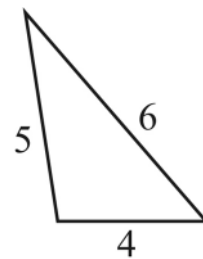
(1) ☐是 ☐不是 直角△



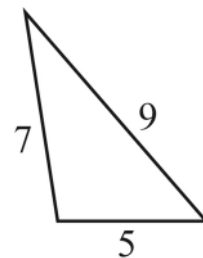
(2) ☐是 ☐不是 直角△



(3) ☐是 ☐不是 直角△



(4) ☐是 ☐不是 直角△





角平分線：_____

性質：角平分線上任意一點到角的_____距離相等。

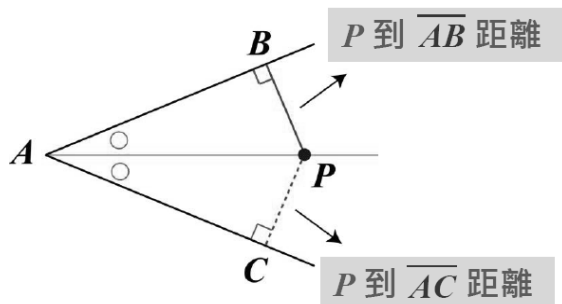
$$\angle 1 = \angle 2$$

角平分線

性質

$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

垂直線段



• P

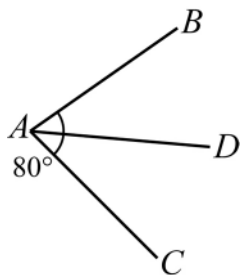
點到直線距離

→ 垂直線段

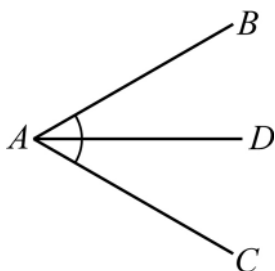


牛刀小試 4

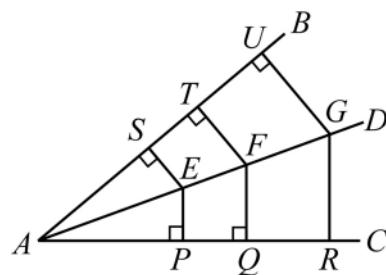
1. $\overrightarrow{AD}$ 是 $\angle BAC$ 的角平分線，
若 $\angle BAC = 80^\circ$ ，則 $\angle BAD = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\angle DAC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



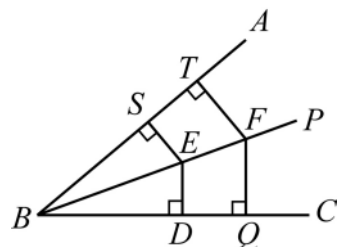
2. $\overrightarrow{AD}$ 是 $\angle BAC$ 的角平分線，
若 $\angle BAD = 30^\circ$ ，則 $\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如圖 $\overrightarrow{AD}$ 是 $\angle BAC$ 的角平分線， E 、 F 、 G 是 $\overrightarrow{AD}$ 上的 3 個點，且 $\overline{ES} = 3$ ， $\overline{FT} = 5$ ， $\overline{GU} = 6$ ，則 $\overline{EP} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{FQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{GR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

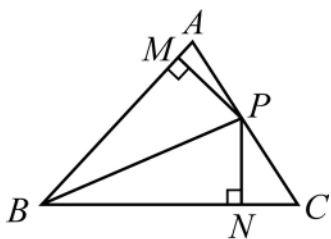


4. 如圖 $\overrightarrow{AP}$ 是 $\angle ABC$ 的角平分線， E 、 F 是 $\overrightarrow{AP}$ 上的 2 個點，且 $\overline{ED} = 2$ ， $\overline{FQ} = 4$ ， $\overline{BD} = 3$ ，則 $\overline{BS} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{ES} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{FT} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



**例題****① 角平分線上任意一點到兩邊距離相等**

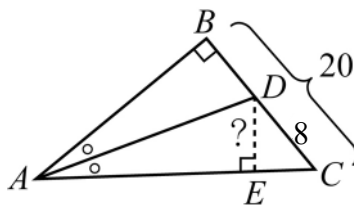
$\overline{BP}$ 為 $\angle ABC$ 的角平分線，
 $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PN} \perp \overline{BC}$ ，
 若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{PM} = 2$



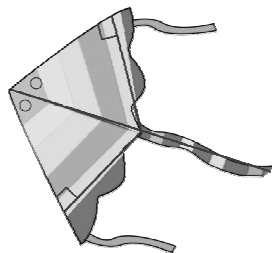
① $\overline{PN} =$

② $\triangle APB$ 面積 =

$\overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線，
 $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ，
 若 $\overline{BC} = 20$ ， $\overline{CD} = 8$



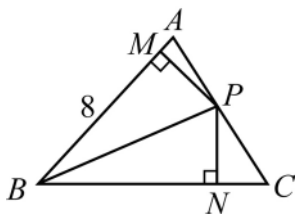
① D 到 $\overline{AC}$ 的距離 =

**牛刀小試 5**

1. $\overline{BP}$ 為 $\angle ABC$ 的角平分線， $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ ，
 $\overline{PN} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{PM} = 3$ 。

(1) $\overline{PN} =$ _____。

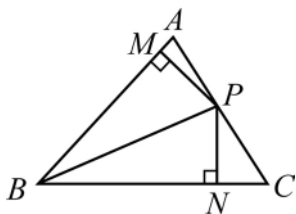
(2) $\triangle APB$ 面積 = _____。



2. $\overline{BP}$ 為 $\angle ABC$ 的角平分線， $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ ，
 $\overline{PN} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{PM} = 4$ 。

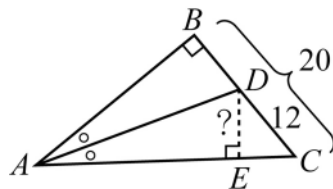
(1) $\overline{PN} =$ _____。

(2) $\triangle APB$ 面積 = _____。



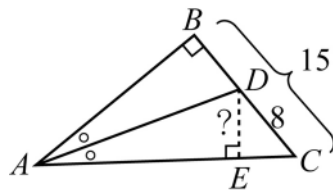
3. $\overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線， $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ，
 $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ，若 $\overline{BC} = 20$ ， $\overline{CD} = 12$ 。

則 D 到 $\overline{AC}$ 的距離 = _____。



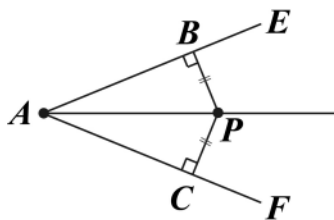
4. $\overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線， $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ，
 $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ，若 $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{CD} = 8$ 。

則 D 到 $\overline{AC}$ 的距離 = _____。





到角二邊等距離的點，必在角的_____線上。



$\triangle ABP$ 和 $\triangle ACP$ 中

① _____。

② _____。

③ _____。

$\triangle ABP \cong \triangle ACP$ (_____全等)

$\therefore \angle BAP = \angle CAP$ (對應角相等)

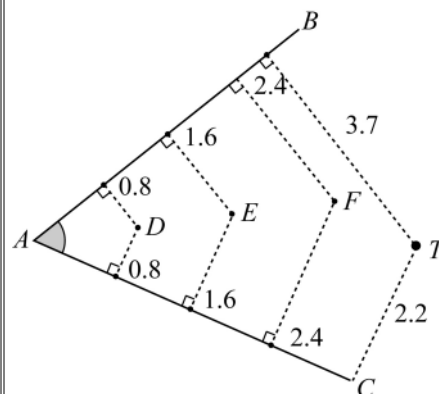
因此 $\overline{AP}$ 是 $\angle EAF$ 的角平分線，
故 P 點在 $\angle EAF$ 的_____線上。

$PA = PB$
垂直線段

判別

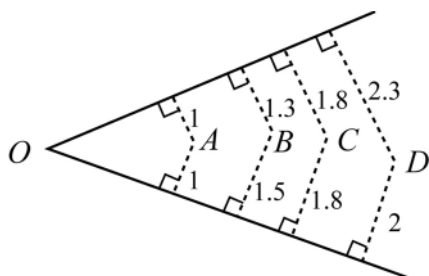
$\angle 1 = \angle 2$
角平分線

哪些點在 $\angle A$ 的角平分線上？

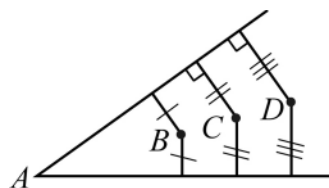


牛刀小試 6

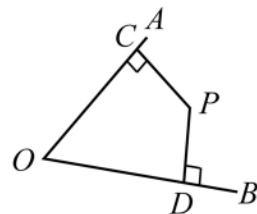
1. 哪些點在 $\angle D$ 的角平分線上。



2. 如右圖中 B 、 C 、 D 三點到 $\angle A$ 二邊的距離一樣長，可知 B 、 C 、 D 三點都在 $\angle A$ 的_____線上。



3. 如圖 $\overline{PC} \perp \overline{OA}$ ， $\overline{PD} \perp \overline{OB}$ ， $\overline{PC} = 3$ ，
當 $\overline{PD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 時， P 在 $\angle AOB$ 的角平分線上。



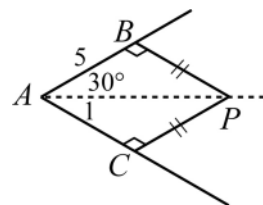
4. 如右圖 $\overline{PB} = \overline{PC}$

(1) $\overline{AP}$ 是 $\angle A$ 的_____線。

(2) $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\triangle ABP \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





例題 ② 角平分線的判別



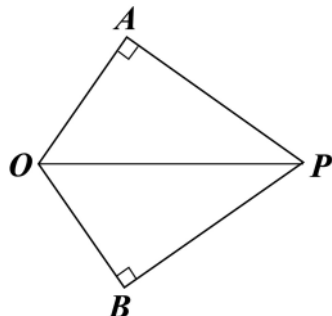
到角二邊等距離的點，必在角的_____線上。

如右圖，已知 $\overline{PA} \perp \overline{OA}$ ， $\overline{PB} \perp \overline{OB}$ ， $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，

且 $\angle AOB = 110^\circ$ ，則：

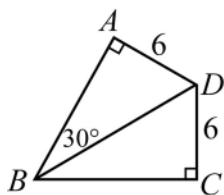
① $\overline{PO}$ 是 $\angle AOB$ 的_____線。

② $\angle AOP =$ _____度。

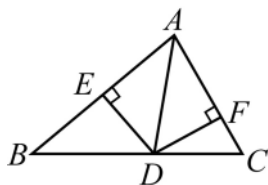


牛刀小試 7

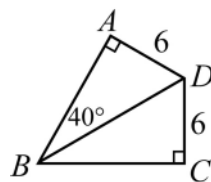
1. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，且 $\overline{CD} = \overline{AD} = 6$ ， $\angle ABD = 30^\circ$ ，則
- (1) $\angle DBC =$ _____。
- (2) $\angle BDC =$ _____。



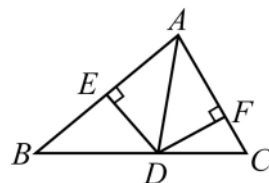
2. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 在 $\overline{BC}$ 上， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ，且 $\overline{DE} = \overline{DF}$ ，若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，則
- (1) $\angle A =$ _____。
- (2) $\angle DAF =$ _____。
- (3) $\angle ADF =$ _____。



3. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，且 $\overline{CD} = \overline{AD} = 6$ ， $\angle ABD = 40^\circ$ ，則
- (1) $\angle DBC =$ _____。
- (2) $\angle BDC =$ _____。



4. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 在 $\overline{BC}$ 上， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ，且 $\overline{DE} = \overline{DF}$ ，若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle DAC = 30^\circ$ ，則
- (1) $\angle BAC =$ _____。
- (2) $\angle C =$ _____。

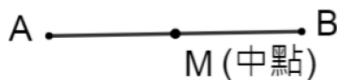




垂直平分線：通過一條線段_____點，且和此線段_____的直線。又稱（_____線）

性質：垂直平分線上任意一點到線段的_____距離相等。

$\overline{AB}$ 的垂直平分線 L



$\triangle PAM$ 和 $\triangle PBM$

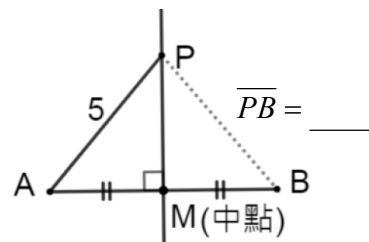
① _____（直線 L 是 $\overline{AB}$ 的中垂線）

② _____（直線 L 是 $\overline{AB}$ 的中垂線）

③ _____（公用邊_____）

$\triangle PAM \cong \triangle PBM$ （_____全等）

所以 $\overline{PA} = \underline{\hspace{1cm}}$ （對應邊相等）

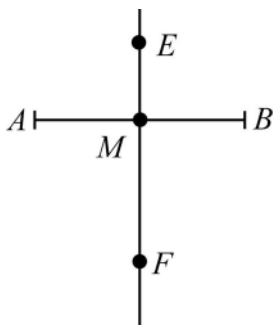


牛刀小試 8

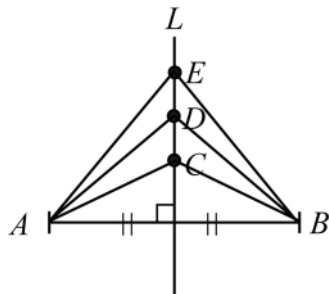
1. 直線 $\overleftrightarrow{EF}$ 是 $\overline{AB}$ 的中垂線若 $\overline{AB} = 12$ 。

(1) $\overline{AM} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

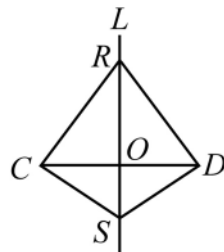
(2) $\angle EMA = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



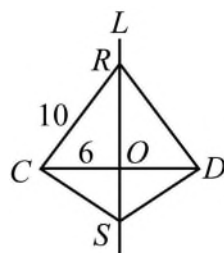
2. 直線 L 是 $\overline{AB}$ 的垂直平分線，線上有 3 個點，已知 $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{AE} = 5$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BE} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



3. 如右圖，直線 L 為 $\overline{CD}$ 的垂直平分線， R 、 S 兩點都在 L 上。已知 $\overline{CR} = 5$ ， $\overline{CO} = 3$ ，則 $\overline{RD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{DO} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{RO} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



4. 如右圖，直線 L 為 $\overline{CD}$ 的垂直平分線， R 、 S 兩點都在 L 上。已知 $\overline{CR} = 10$ ， $\overline{CO} = 6$ ，則 $\overline{RD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{DO} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{RO} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。





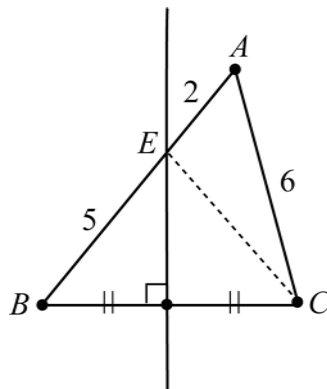
例題 3 中垂線性質的應用



如圖，直線 L 為 $\overline{BC}$ 的垂直平分線，若 $\overline{BE} = 5$ ， $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{AC} = 6$ 。

(1) $\overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\triangle AEC$ 周長 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



想一想：

若 $\overline{AB} = 7$

則 $\overline{AE} + \overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

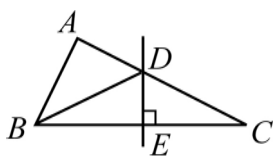


牛刀小試 9

1. 如右圖 $\overleftrightarrow{DE}$ 是 $\overline{BC}$ 的垂直平分線。

已知 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 5$ ，

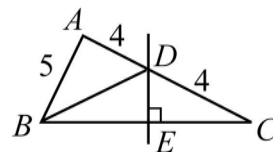
則 $\triangle ABD$ 的周長 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如右圖 $\overleftrightarrow{DE}$ 是 $\overline{BC}$ 的垂直平分線。

已知 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 4$ ，

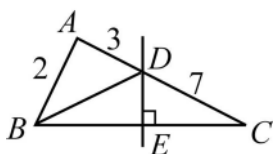
則 $\triangle ABD$ 的周長 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



2. 如右圖 $\overleftrightarrow{DE}$ 是 $\overline{BC}$ 的垂直平分線。

已知 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 7$ ，

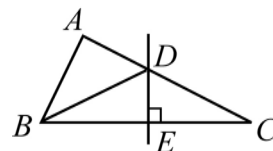
則 $\triangle ABD$ 的周長 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 如右圖 $\overleftrightarrow{DE}$ 是 $\overline{BC}$ 的垂直平分線。

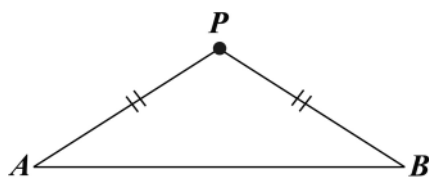
已知 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 10$ ，

則 $\triangle ABD$ 的周長 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。





到線段兩端點等距的點必在線段的_____線上。



過 P 點作 $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ 於 M

$\triangle PAM$ 和 $\triangle PBM$

① _____

② _____ (_____)

③ _____ (公用邊)

$\triangle PAM \cong \triangle PBM$ (____全等)

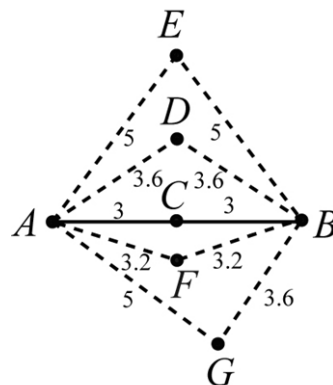
所以 $\overline{AM} = \underline{\hspace{1cm}}$ (對應邊相等)

因為 $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ ，且 $\overline{AM} = \overline{BM}$

所以 $\overline{PM}$ 是_____線，

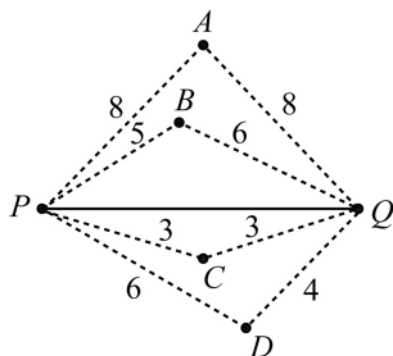
故 P 點在 $\overline{AB}$ 的垂直平分線上。

如圖，哪些點在 $\overline{AB}$ 的垂直平分線上？

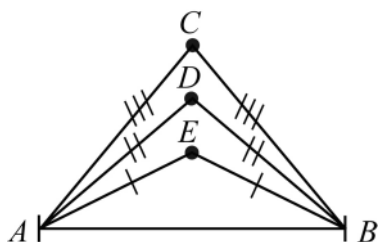


牛刀小試 10

1. 哪些點在 $\overline{PQ}$ 的垂直平分線上？



2. 如圖 $\overline{AB}$ 上有 C 、 D 、 E 三點，且 $\overline{AC} = \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = \overline{BD}$ ， $\overline{AE} = \overline{BE}$ ，則 C 、 D 、 E 三個點都在 $\overline{AB}$ 的_____線上。

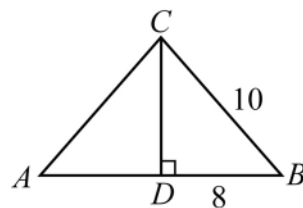


3. 如圖 D 點在 $\overline{AB}$ 上一點， $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ，且 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 。

(1) $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(2) $\overline{AD} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

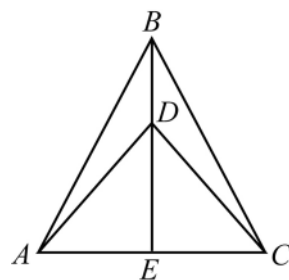
(3) $\overline{CD}$ 是 $\overline{AB}$ 上的_____線。



4. 已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = \overline{CD}$ ， $\overline{BE} = 8$ ， $\overline{BC} = 10$ 。

(1) $\overline{BE}$ 是 $\overline{AC}$ 的_____線。

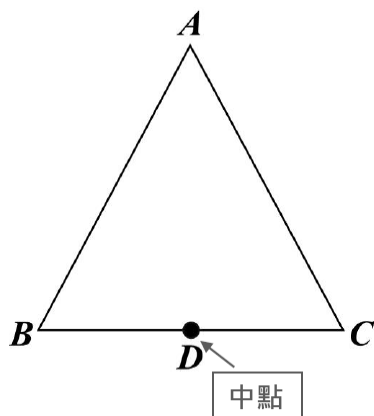
(2) $\overline{AE} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。





等腰△：_____。

等腰△兩個底角_____。



D 是 $\overline{BC}$ 中點，連 $\overline{AD}$

$\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中

① _____

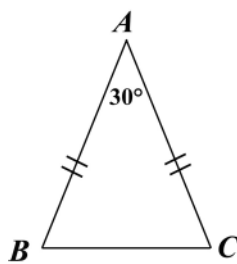
② _____ (D 是 $\overline{BC}$ 中點)

③ _____ (共用邊)

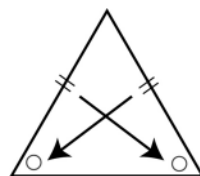
$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (____全等)

$\angle B =$ _____ (對應角相等)

例題： $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\angle A = 30^\circ$ ，
則 $\angle B = ?$

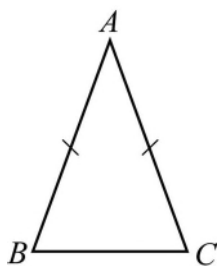


★等邊對等角

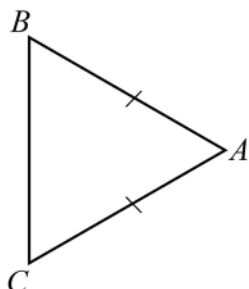


牛刀小試 11

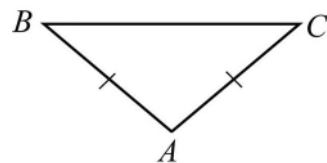
1. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\angle A = 40^\circ$ ，則
 $\angle B =$ _____。



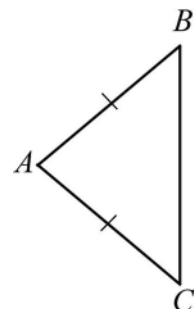
2. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\angle A = 60^\circ$ ，則
 $\angle C =$ _____。



3. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\angle B = 40^\circ$ ，則
 $\angle A =$ _____。



4. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\angle C = 50^\circ$ ，則
 $\angle A =$ _____。





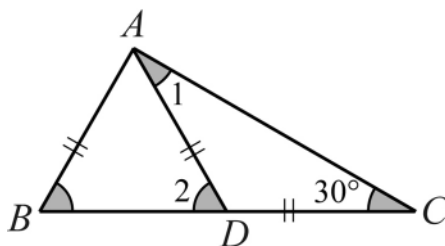
例題 4 等腰△的性質



如圖 $\triangle ABC$ 中，已知 D 為 $\overline{BC}$ 上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ 且 $\angle C = 30^\circ$ ，則：

① $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

② $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

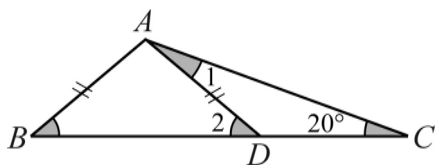


牛刀小試 12

1. 如圖 $\triangle ABC$ 中，已知 D 為 $\overline{BC}$ 上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle C = 20^\circ$ ，則：

(1) $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

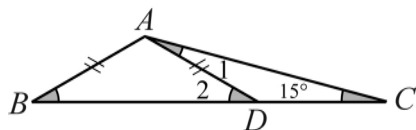
(2) $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2. 如圖 $\triangle ABC$ 中，已知 D 為 $\overline{BC}$ 上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle C = 15^\circ$ ，則：

(1) $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

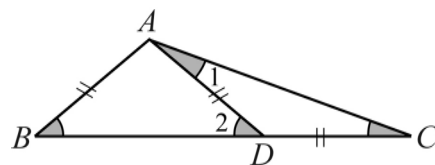
(2) $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如圖 $\triangle ABC$ 中，已知 D 為 $\overline{BC}$ 上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle B = 40^\circ$ ，則：

(1) $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

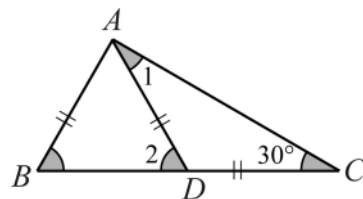
(2) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 如圖 $\triangle ABC$ 中，已知 D 為 $\overline{BC}$ 上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle B = 60^\circ$ ，則：

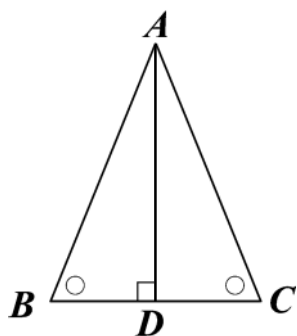
(1) $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





兩角相等的△，必為_____△。



作 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中

① _____

② _____ ($\overline{AD} \perp \overline{BC}$)

③ _____ (共用邊)

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (____全等)

$\overline{AB} = \underline{\hspace{1cm}}$ (對應角相等)

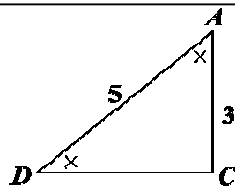
故 $\triangle ABC$ 是等腰△

★ $\triangle ABC$ 的三內角相等表示

$\triangle ABC$ 是什麼△？

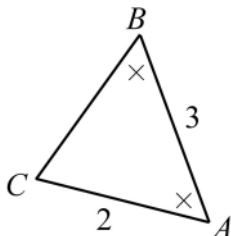
例題：△ACD 中若 $\angle A = \angle D$ ，

則 $\overline{CD} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

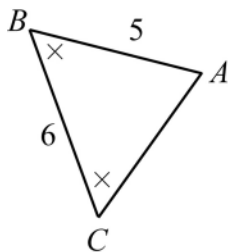


牛刀小試 13

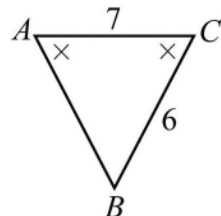
1. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = \angle B$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\overline{AB} = 3$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



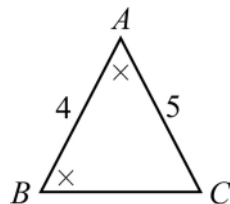
2. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則 $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



3. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = \angle C$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則 $\overline{AB} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



4. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = \angle B$ ， $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{AB} = 4$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

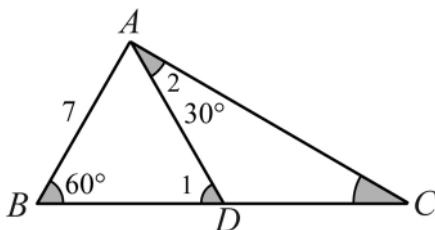




例題 5 等腰△的判別



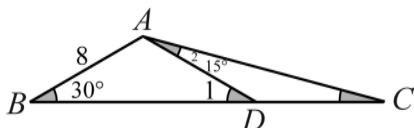
如圖在 $\triangle ABD$ 中，已知 $\angle B = \angle 1 = 60^\circ$ ， $\angle 2 = 30^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 7$ ，求 $\overline{CD} = ?$



牛刀小試 14

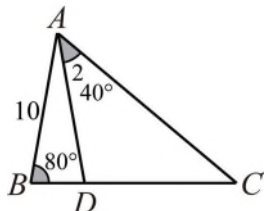
1. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 15^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 8$ ，求

- (1) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



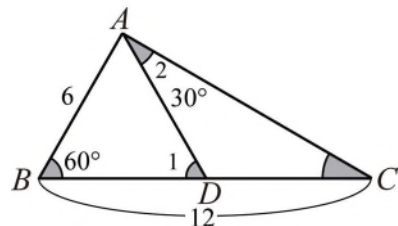
2. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle ADB = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 40^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 10$ ，求

- (1) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



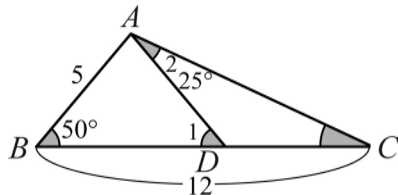
3. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle 1 = 60^\circ$ ， $\angle 2 = 30^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求

- (1) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 25^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求

- (1) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

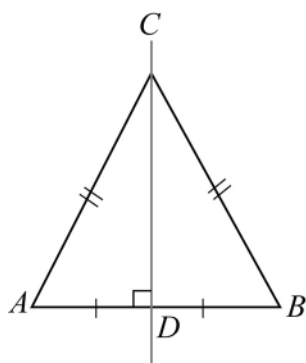




頂角平分線會_____底邊。

底邊中垂線會_____頂角。

對稱軸

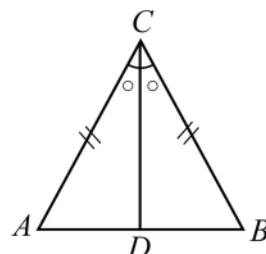


頂角_____

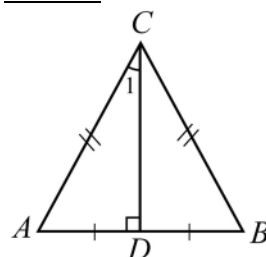
底邊上的_____

底邊上的_____

等腰 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{CD}$ 平分 $\angle ACB$ ，則 $\overline{BD} =$ _____

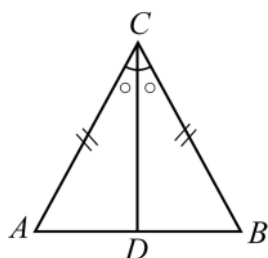


等腰 $\triangle ABC$ ， $\angle C = 80^\circ$ ， $\overline{BC}$ 的垂直平分線通過 A 點 $\angle 1 =$ _____

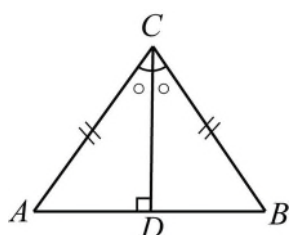


牛刀小試 15

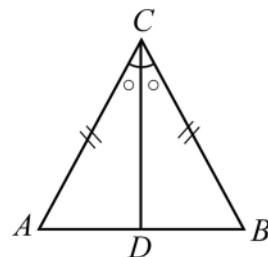
1. 等腰 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{CD}$ 平分 $\angle ACB$ ，則 $\overline{BD} =$ _____。



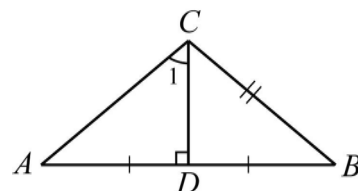
2. 等腰 $\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 70^\circ$ ， $\overline{BC}$ 的垂直平分線通過 A 點，則 $\angle ACD =$ _____。



3. 等腰 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 18$ ， $\overline{CD}$ 平分 $\angle ACB$ ，則 $\overline{BD} =$ _____。



4. 等腰 $\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 100^\circ$ ， $\overline{BC}$ 的垂直平分線通過 A 點，則 $\angle 1 =$ _____。





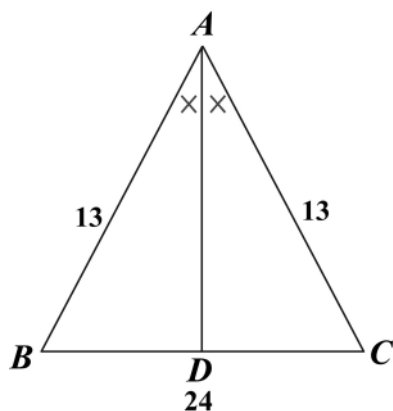
例題 6 等腰△面積計算



等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 24$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點。

問 ① $\overline{BC}$ 上的高＝？

② $\triangle ABC$ 面積？

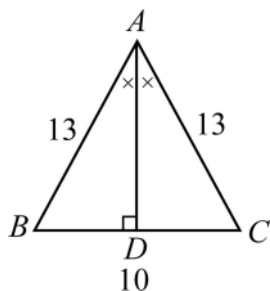


牛刀小試 16

1. 等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點，問：

(1) $\overline{BC}$ 上的高？

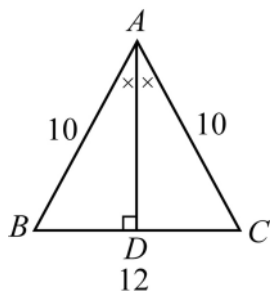
(2) $\triangle ABC$ 面積？



2. 等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點，問：

(1) $\overline{BC}$ 上的高？

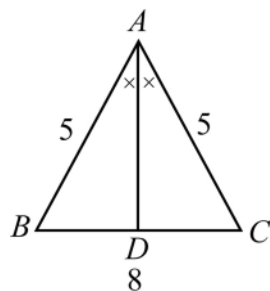
(2) $\triangle ABC$ 面積？



3. 等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點，問：

(1) $\overline{BC}$ 上的高？

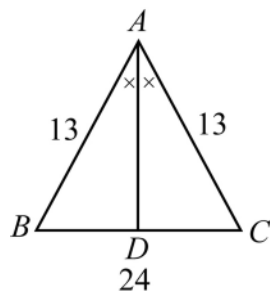
(2) $\triangle ABC$ 面積？



4. 等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 15$ ， $\overline{BC} = 24$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點，問：

(1) $\overline{BC}$ 上的高？

(2) $\triangle ABC$ 面積？



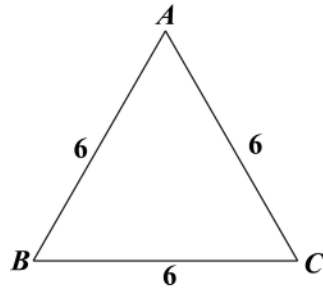


例題 7 正△面積計算



一正三角形邊長為 6，則

① 高 = ?



② 面積 = ?



牛刀小試 17

1. 若正三角形 ABC 的邊長為 4，則 $\triangle ABC$ 的高為_____，面積為_____。

3. 若正三角形 ABC 的邊長為 10，則 $\triangle ABC$ 的高為_____，面積為_____。

2. 若正三角形 ABC 的邊長為 8，則 $\triangle ABC$ 的高為_____，面積為_____。

4. 若正三角形 ABC 的邊長為 12，則 $\triangle ABC$ 的高為_____，面積為_____。



牛刀小試 1

- (1) $\angle 1 = 50^\circ$ (2) $\angle 2 = 70^\circ$, $\angle 3 = 100^\circ$
- (1) $\angle 1 = 40^\circ$ (2) $\angle 2 = 30^\circ$, $\angle 3 = 30^\circ$

牛刀小試 2

- (1) 5 (2) 13 (3) 25
- (1) $\sqrt{41}$ (2) $3\sqrt{5}$ (3) $4\sqrt{2}$

牛刀小試 3

- (1) 是 (2) 是
- (3) 不是 (4) 不是

牛刀小試 4

- $\angle BAD = 40^\circ$, $\angle DAC = 40^\circ$
- 60°
- 3, 5, 6
- 3, 2, 4

牛刀小試 5

- (1) 3 (2) 12
- (1) 4 (2) 24
- 8
- 7

牛刀小試 6

- A, C
- 角平分
- 3
- (1) 角平分 (2) 30° (3) $\triangle ACP$ (4) 5

牛刀小試 7

- (1) 30° (2) 60°
- (1) 80° (2) 40° (3) 50°
- (1) 40° (2) 50°
- (1) 60° (2) 80°

牛刀小試 8

- (1) 6 (2) 90°
- 3, 4, 5
- 5, 3, 4
- 10, 6, 8

牛刀小試 9

- 12
- 12
- 13
- 12

牛刀小試 10

- A, C
- 垂直平分
- (1) 10, (2) 8, (3) 垂直平分
- (1) 垂直平分 (2) 6, 10

牛刀小試 11

- 70°
- 60°
- 100°
- 80°

牛刀小試 12

- (1) 20° (2) 40° (3) 40°
- (1) 15° (2) 30° (3) 30°
- (1) 40° (2) 20°
- (1) 60° (2) 30°

牛刀小試 13

- 2
- 5
- 6
- 5

牛刀小試 14

- (1) 15° (2) 8 (3) 8
- (1) 40° (2) 10 (3) 10
- (1) 30° (2) 6 (3) 6
- (1) 25° (2) 5 (3) 7

牛刀小試 15

- 6
- 35°
- 9
- 50°

牛刀小試 16

- (1) 12 (2) 60
- (1) 8 (2) 48
- (1) 3 (2) 12
- (1) 5 (2) 60

牛刀小試 17

- $2\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$
- $4\sqrt{3}$, $16\sqrt{3}$
- $5\sqrt{3}$, $25\sqrt{3}$
- $6\sqrt{3}$, $36\sqrt{3}$



B4 3-5 三角形邊角關係

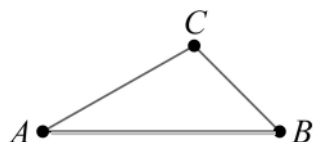


概念

① 三線段構成三角形的條件



■平面上兩點之間最短距離就是_____距離。



$$\begin{array}{l} \overline{AC} + \overline{BC} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \overline{AB} \\ \overline{AC} + \overline{AB} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \overline{BC} \\ \overline{AB} + \overline{BC} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \overline{AC} \end{array}$$

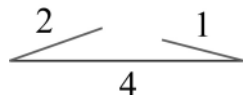
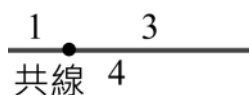
◎三角形任意二邊長和會_____第三邊的長。

例題：下列哪些線段可以拼成三角形？

① 1、3、4

② 2、4、1

③ 2、3、4



由②中

$$2 + 4 > 1$$

二邊長和 > 第三邊
為何無法拼成△

★要拼成△，則三邊長的關鍵條件是



牛刀小試 ①

下列哪些線段可以拼成△？

1. (1) 8, 8, 16

(2) 6, 8, 10

(3) 2, 5, 1

2. (1) 8, 8, 17

(2) 9, 8, 17

(3) 10, 8, 17

3. (1) 6, 4, 2

(2) 4, 4, 6

(3) 1, 4, 2

4. (1) 3, 7, 10

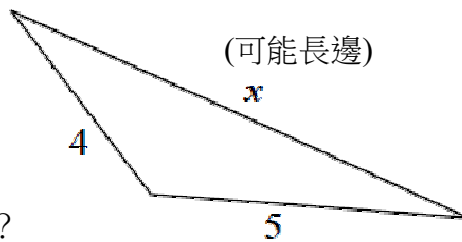
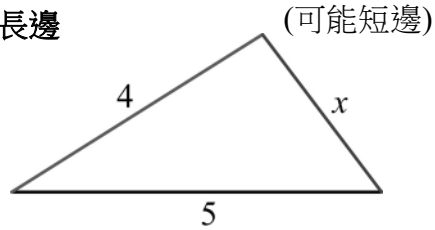
(2) 5, 5, 10

(3) 4, 8, 10

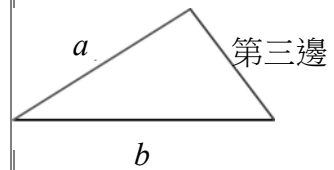


① 若三角形的二邊是 4 和 5，則第三邊長度 x 的範圍為何？

△較短的兩邊和會_____最長邊



拼成△的關鍵



要拼成△，第三邊長範圍是

_____ < 第三邊 < _____

② 若第三邊邊長是整數，求 $x = ?$



牛刀小試 2

1. 若三角形二邊長為 3、7，試求第三邊長度 x 的範圍？

3. 若三角形二邊長為 2、13

(1) 試求第三邊長度 m 的範圍？

(2) 若第三邊邊長是整數，則 $m = ?$

2. 若三角形二邊長為 4、8，試求第三邊長度 y 的範圍？

4. 若三角形二邊長為 2、14

(1) 試求第三邊長度 n 的範圍？

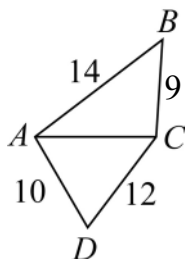
(2) 若第三邊邊長是整數，則 $n = ?$



例題 ① 四邊形分成兩個△

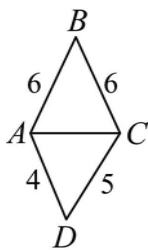


如圖，已知 $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{BC} = 9$ ， $\overline{CD} = 12$ ， $\overline{AD} = 10$ ，若 $\overline{AC}$ 為整數，則 $\overline{AC}$ 的最大值與最小值分別為多少？

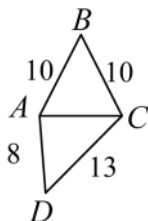


牛刀小試 3

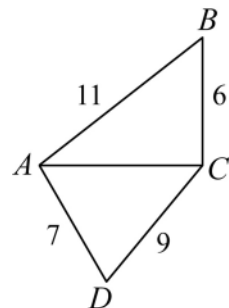
1. 如圖，若 $\overline{AC}$ 為整數，則 $\overline{AC}$ 的最大值為何？



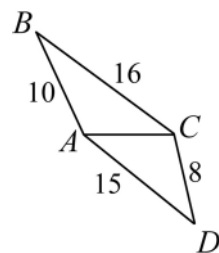
2. 如圖，若 $\overline{AC}$ 為整數，則 $\overline{AC}$ 的最大值為何？

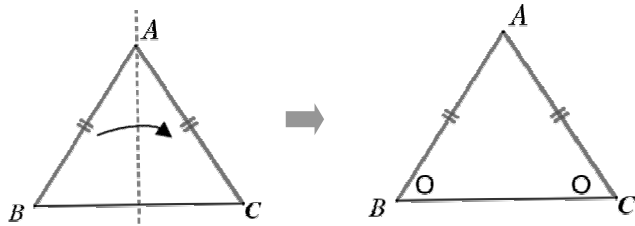


3. 如圖，若 $\overline{AC}$ 為整數，則 $\overline{AC}$ 的最小值與最大值分別為多少？



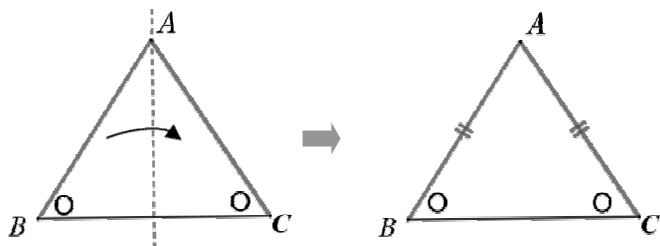
4. 如圖，若 $\overline{AC}$ 為整數，則 $\overline{AC}$ 的最小值與最大值分別為多少？





若 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，則 $\angle B = \angle C$

表示：當二邊相等，它們所對的角必相等。

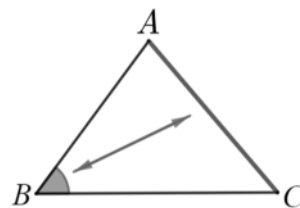


若 $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$

表示：當二邊相等，它們所對的邊必相等。

◎我們說

★對角與對邊



★ $\angle B$ 的對邊是_____

$\overline{AC}$ 的對角是_____

我們說

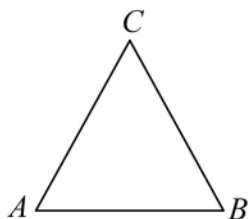
$\angle B$ 對_____

$\overline{AC}$ 對_____

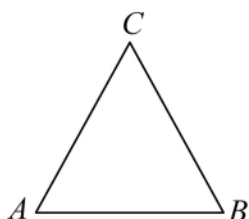


牛刀小試 4

1. 直角 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{CA} = \overline{CB}$ ，
則 $\angle A$ _____ $\angle B$ 。



2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = \angle B$ 。
則 $\overline{AC}$ _____ $\overline{BC}$ 。

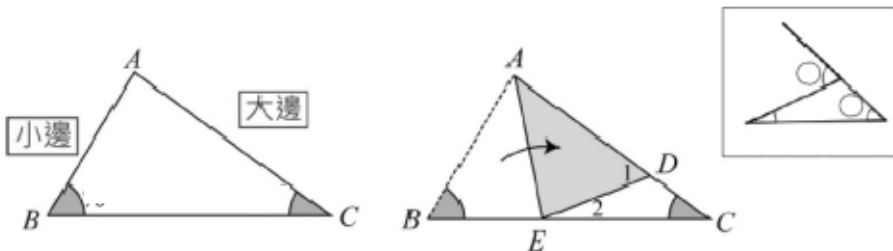


3. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{BC} = \overline{AB}$
則 $\angle A =$ _____。

4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C = \angle A$ ，
則 $\overline{AB} =$ _____。



問題：△ABC 中，若 $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，則 $\angle B$ _____ $\angle C$ 哪個角比較大？

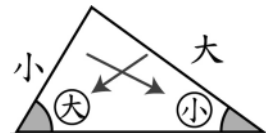


直觀 $\overline{AB}$ 所對的角是 _____。
 $\overline{AC}$ 所對的角是 _____。

若 $\overline{AC}$ _____ $\overline{AB}$
 則 $\angle B$ _____ $\angle C$

證明 ① 將 $\overline{AB}$ 摺疊到 $\overline{AC}$ 上
 則 $\angle B$ _____ $\angle 1$

② △ABC 中
 $\therefore \angle 1 = \angle C + \angle$ _____
 $\therefore \angle 1$ _____ $\angle C$
 因此 $\angle B$ _____ $\angle C$



在同一△中
 若二邊不相等
 大邊所對的角比較 _____。
 小邊所對的角比較 _____。
 我們說

在同一△中



牛刀小試 5

1. △ABC 中，已知 $\overline{AC} > \overline{BC}$ ，則
 $\angle A$ 與 $\angle B$ 的大小關係為何？

3. △ABC 中，已知 $\overline{BC} > \overline{AB}$ ，則
 $\angle A$ 與 $\angle C$ 的大小關係為何？

2. △ABC 中，已知 $\overline{AC} < \overline{AB}$ ，則
 $\angle B$ 與 $\angle C$ 的大小關係為何？

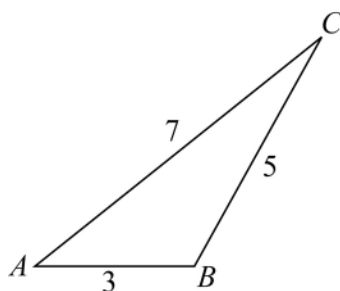
4. △ABC 中，已知 $\overline{BC} = \overline{AB}$ ，則
 $\angle A$ 與 $\angle C$ 的大小關係為何？



例題 ② 在同一 $\triangle$ 中，大邊對大角



在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{AC}=7$ ，
試判斷 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係。



牛刀小試 6

1. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=5$ ， $\overline{BC}=7$ ，
 $\overline{AC}=9$ ，試比較 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小。

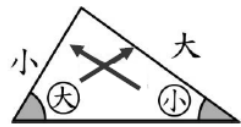
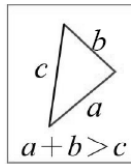
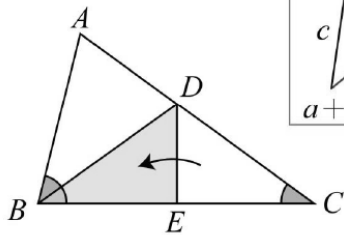
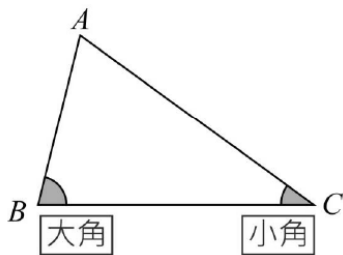
2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=13$ ， $\overline{BC}=12$ ，
 $\overline{AC}=5$ ，試比較 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小。

3. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=15$ ， $\overline{BC}=13$ ，
 $\overline{AC}=10$ ，試比較 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小。

4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=8$ ， $\overline{BC}=8$ ，
 $\overline{AC}=6$ ，試比較 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小。



問題：△ABC 中，若 $\angle B > \angle C$ ，則 $\overline{AC}$ 和 $\overline{AB}$ 哪個邊比較長？



在同一△中
若二邊不相等
大角所對的邊比較_____。
小角所對的邊比較_____。

我們說

在同一△中

直觀 已知 $\angle B > \angle C$

$\angle B$ 所對的邊是_____。

$\angle C$ 所對的邊是_____。

$\overline{AC}$ _____ $\overline{AB}$

推理 ① 將 C 點沿 $\overline{BC}$ 摺疊到 B 點上

② △ABC 中

$\overline{AD} + \overline{BD}$ _____ $\overline{AB}$

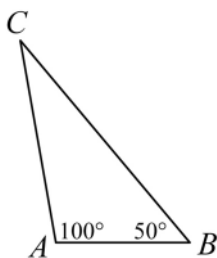
$\overline{AD} + \overline{CD}$ _____ $\overline{AB}$

$\overline{AC}$ _____ $\overline{AB}$

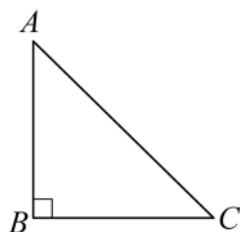


牛刀小試 7

1. △ABC 中，已知 $\angle A > \angle B$ ，
則 $\overline{BC}$ _____ $\overline{AC}$ 。



2. △ABC 中，已知 $\angle B > \angle C$ ，
則 $\overline{AC}$ _____ $\overline{AB}$ 。

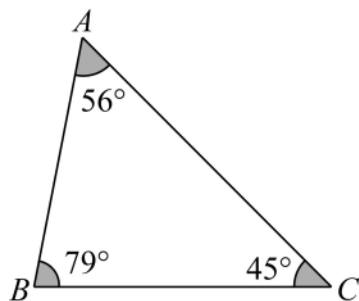


3. △ABC 中，已知 $\angle A > \angle C$ ，
則 $\overline{BC}$ _____ $\overline{AB}$ 。

4. △ABC 中，已知 $\angle A < \angle C$ ，
則 $\overline{BC}$ _____ $\overline{AB}$ 。

**例題****③ 在同一 $\triangle$ ，大角對大邊**

$\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 56^\circ$ ， $\angle B = 79^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，
試判斷 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 的大小。

**牛刀小試 8**

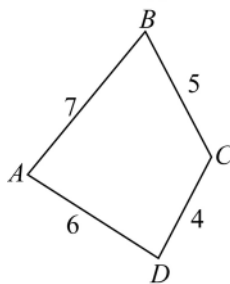
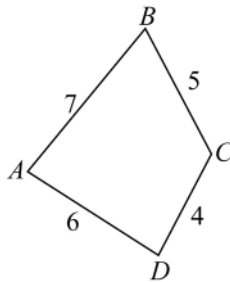
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，
 $\angle C = 70^\circ$ ，試比較 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 和 $\overline{AC}$ 的大小。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ，
 $\angle C = 80^\circ$ ，試比較 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 和 $\overline{AC}$ 的大小。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，
試比較 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 和 $\overline{AC}$ 的大小。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = \angle B$ ， $\angle C$ 是最大角，
試比較 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 和 $\overline{AC}$ 的大小。

**例題****4** $\triangle$ 大邊對大角與遞移律

如圖，已知 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CD} = 4$ ， $\overline{AD} = 6$ ，則

① $\angle BAD$ _____ $\angle BCD$

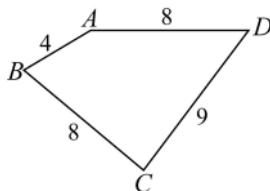
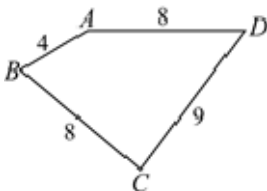
② $\angle ABC$ _____ $\angle ADC$

**牛刀小試 9**

1. 如圖

(1) $\angle BAD$ _____ $\angle BCD$

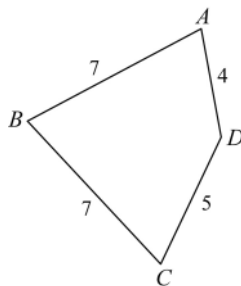
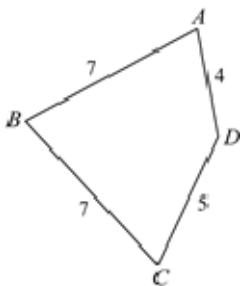
(2) $\angle ABC$ _____ $\angle ADC$



2. 如圖

(1) $\angle BAD$ _____ $\angle BCD$

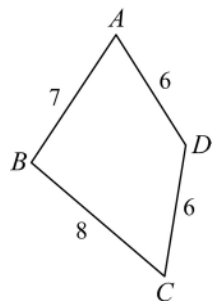
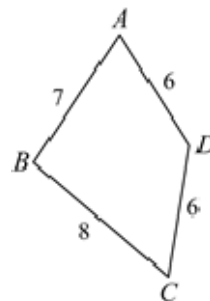
(2) $\angle ABC$ _____ $\angle ADC$



3. 如圖

(1) $\angle BAD$ _____ $\angle BCD$

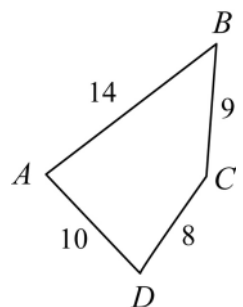
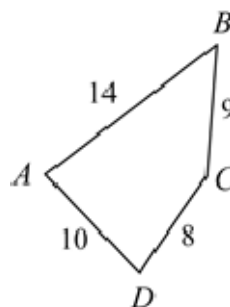
(2) $\angle ABC$ _____ $\angle ADC$



4. 如圖

(1) $\angle BAD$ _____ $\angle BCD$

(2) $\angle ABC$ _____ $\angle ADC$





例題 5 $\triangle$ 大角對大邊與遞移律



如右圖，已知 $\angle AOB = \angle BOC = 55^\circ$ ，

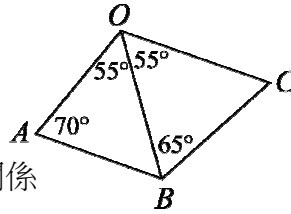
$\angle A = 70^\circ$ ， $\angle OBC = 65^\circ$ ，則：

❶ $\angle ABO =$ _____ 度， $\angle BCO =$ _____ 度。

❷ $\triangle ABO$ 中， $\overline{AB}$ 、 $\overline{OA}$ 與 $\overline{OB}$ 中三邊長大小關係

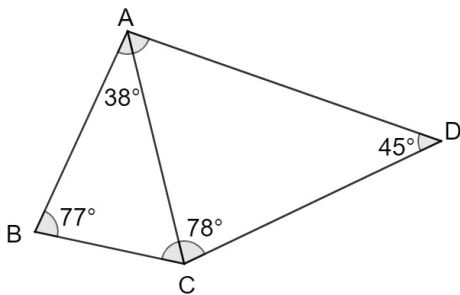
❸ $\triangle BCO$ 中， $\overline{OC}$ 、 $\overline{BC}$ 與 $\overline{OB}$ 中三邊長大小關係

❹ $\overline{OA}$ 、 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{OC}$ 四邊中，最長邊為_____。



牛刀小試 10

1.



如圖

(1) $\angle ACB =$ _____

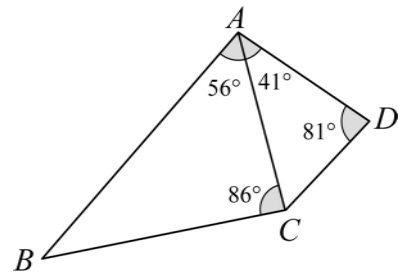
$\angle CAD =$ _____

(2) $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}$ _____ $\overline{AC}$

(3) $\triangle ADC$ 中， $\overline{AC}$ _____ $\overline{AD}$

(4) $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AD}$ 四個邊中最長邊是_____。

2.



如圖

(1) $\angle ABC =$ _____

$\angle ACD =$ _____

(2) $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}$ _____ $\overline{AC}$

(3) $\triangle ADC$ 中， $\overline{AC}$ _____ $\overline{AD}$

(4) $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AD}$ 四個邊中最長邊是_____。



牛刀小試 1

1. (2)
2. (3)
3. (2)
4. (3)

牛刀小試 2

1. $4 < x < 10$
2. $4 < y < 12$
3. (1) $11 < m < 15$
(2) $m = 12, 13, 14$
4. (1) $12 < n < 16$
(2) $n = 13, 14, 15$

牛刀小試 3

1. 8
2. 19
3. 最小值是 6，最大值是 15
4. 最小值是 8，最大值是 22

牛刀小試 4

1. =
2. =
3. $\angle C$
4. $\overline{BC}$

牛刀小試 5

1. $\angle B > \angle A$ (或 $\angle A < \angle B$)
2. $\angle C > \angle B$ (或 $\angle B < \angle C$)
3. $\angle A > \angle C$ (或 $\angle C < \angle A$)
4. $\angle A = \angle C$ (或 $\angle C = \angle A$)

牛刀小試 6

1. $\angle B > \angle A > \angle C$
(或 $\angle C < \angle A < \angle B$)
2. $\angle C > \angle A > \angle B$
(或 $\angle B < \angle A < \angle C$)
3. $\angle C > \angle A > \angle B$
(或 $\angle B < \angle A < \angle C$)
4. $\angle A = \angle C > \angle B$
(或 $\angle B < \angle A = \angle C$)

牛刀小試 7

1. $>$
2. $>$
3. $>$
4. $<$

牛刀小試 8

1. $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$
(或 $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$)
2. $\overline{BC} = \overline{AC} < \overline{AB}$
(或 $\overline{AB} > \overline{BC} = \overline{AC}$)
3. $\overline{AC} < \overline{BC} < \overline{AB}$
(或 $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$)
4. $\overline{AC} = \overline{BC} < \overline{AB}$
(或 $\overline{AB} > \overline{AC} = \overline{BC}$)

牛刀小試 9

1. (1) $>$
(2) $>$
2. (1) $>$
(2) $<$
3. (1) $>$
(2) $<$
4. (1) $<$
(2) $>$

牛刀小試 10

1. (1) $65^\circ, 57^\circ$
(2) $<$
(3) $<$
(4) $\overline{AD}$
2. (1) $38^\circ, 58^\circ$
(2) $>$
(3) $>$
(4) $\overline{AB}$



B4-4-1 平行線



概念

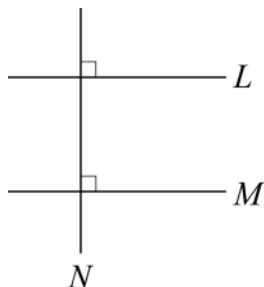
① 平行的意義



① 圖示：若 L 和 M 都和 N 垂直 我們說

L 和 M

{ 寫成符號 $\Rightarrow$ 若 $L \perp N$ 則
 $M \perp N$



② 定義：若平面上兩條直線都垂直於同一直線，
則這兩條直線稱為_____。



牛刀小試 ①

1.



地面

(1) 因為

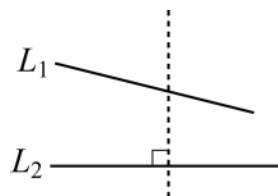
柱子 A 和地面 ☐ 垂直 ☐ 平行，
 柱子 B 和地面 ☐ 垂直 ☐ 平行，
 所以，可以確定 A 柱子和 B 柱子
 互相_____。

(2) 因為

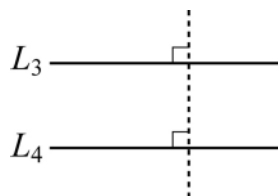
柱子 B 和地面 ☐ 有 ☐ 沒有 垂直
 鋼索 C 和地面 ☐ 有 ☐ 沒有 垂直
 所以，可以確定柱子 B 和鋼索 C
☐ 有 ☐ 沒有 互相平行。

(3) 請你再寫一次，在同一平面上，二條
直線要在什麼情況下才會互相平行？

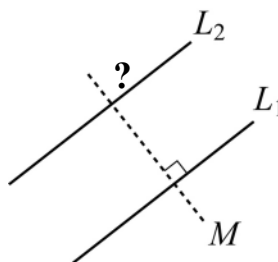
2. (1) L_1 和 L_2 ☐ 有 ☐ 沒有 平行。



(2) L_3 和 L_4 ☐ 有 ☐ 沒有 平行。



3. 若要畫出一條和 L_1 平行的直線 L_2 表示這
條直線 L_2 要和 M _____。

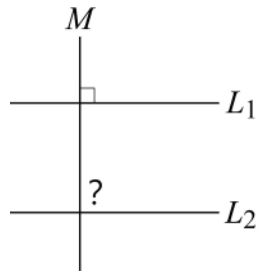




例題 1 平行線的性質



$L_1 // L_2$ ，而且 $M \perp L_1$ ，請問： M 和 L_2 會垂直嗎？為什麼？



☆

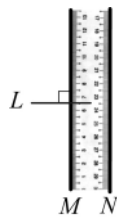
_____ L_1
 _____ L_2
 _____ L_3

若 $L_1 // L$ 而且 $L_2 // L$ 那麼 L_1 和 L_2 會平行嗎？為什麼？



牛刀小試 2

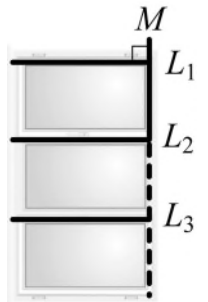
1. (1) 尺的二邊互相平行，即 $M // N$ ，
 若一條直線 L 垂直 M
 則 L 也會垂直 N 嗎？_____



- (2) 在平面上
 兩條互相平行的直線 M 和 N ，
 用數學符號記為 M _____ N 。
 若一直線 L 和直線 M 垂直，
 用數學符號記為 L _____ M 。
 則這一條直線 L 也會垂直 N ，
 用數學符號記為 L _____ N 。

- (3) 在平面上 $M // N$ ，
 若 $L \perp M$ ，則 L _____ N 。

2. (1) 在平面上直線 L_1 和直
 線 L_2 互相平行，直線
 L_2 和直線 L_3 互相平行，
 則直線 L_1 和直線 L_3 會
 互相平行嗎？_____

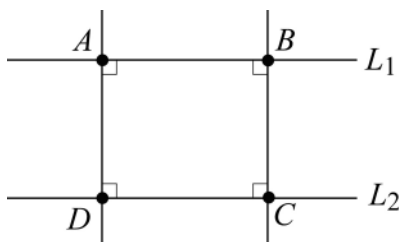


- (2) 由(1)中將直線 M 延伸想想看，
 $L_1 // L_2$ ，表示當 $M \perp L_1$ ，則 M _____ L_2 。
 $L_2 // L_3$ ，表示當 $M \perp L_2$ ，則 M _____ L_3 。
 我們發現 $M \perp L_1$ ， $M \perp L_2$ ， $M \perp L_3$ 兩條
 線都和同一直線垂直，表示這三條線
 L_1 _____ L_2 _____ L_3 。
- (3) 在平面上 $L_1 // L_2$ 且 $L_2 // L_3$ ，
 則 L_1 _____ L_3 。



- ① 兩條平行線之間的距離處處相等。

$L_1 // L_2$



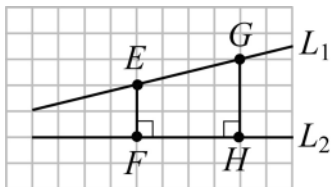
☆兩條鐵軌會不會相交？

- ② 平行的兩直線永不相交。



牛刀小試 3

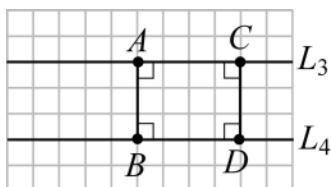
1. (1)



數數看，在平面上 L_1 和 L_2 不平行，
則 E 、 F 點間的距離 $\overline{EF} =$ _____。

G 、 H 點間的距離 $\overline{GH} =$ _____。

- (2)



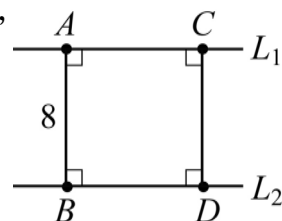
數數看，在平面上 $L_3 // L_4$ ，
則 A 、 B 點間的距離 $\overline{AB} =$ _____。

C 、 D 點間的距離 $\overline{CD} =$ _____。

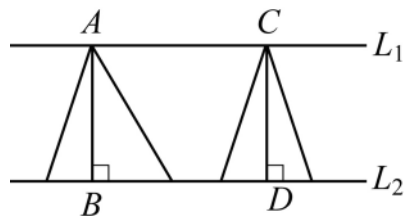
- (3) 發現平行線間的距離是不是相等？

_____。

2. 已知 $L_1 // L_2$ ，若 $\overline{AB} = 8$ ，
則 $\overline{CD} =$ _____。



3. 已知 $L_1 // L_2$



若 $\overline{AB} = 6$ ，則 $\overline{CD} =$ _____。
表示二個 $\triangle$ 的高是不是相等？

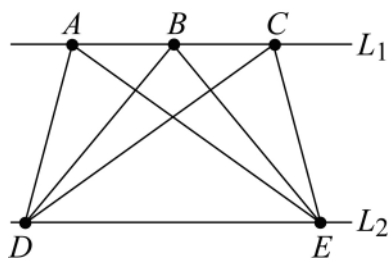
_____。



例題 ② 平行線高相等



- ① 若以 $\overline{DE}$ 當成底，請畫出 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BDE$ 、 $\triangle CDE$ 的高



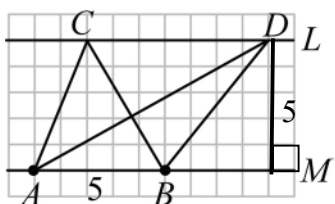
- ② 這三個 $\triangle$ 的高會_____為什麼？

- ③ 如果 $\triangle ADE$ 的面積是6，則
 $\triangle BDE$ 的面積是_____。
 $\triangle CDE$ 的面積是_____。



牛刀小試 4

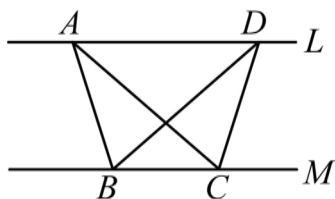
1. 下圖中 $L \parallel M$



$\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中

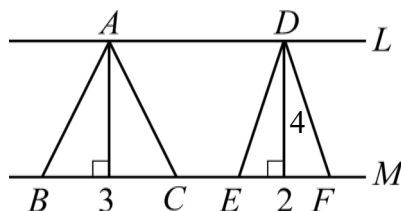
- (1) 底都是_____。
- (2) 因為 $L \parallel M$ ，所以高都是_____。
- (3) $\triangle ABC$ 面積和 $\triangle ABD$ 面積是否相等？為什麼？

2. 下圖中 $L \parallel M$



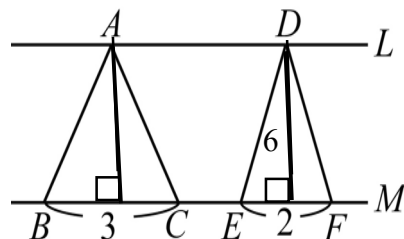
若 $\triangle ABC$ 面積 = 8，(請畫出 $\triangle$ 的高)
 則 $\triangle BDC$ 面積 = _____。

3. 下圖中 $L \parallel M$



- (1) $\triangle ABC$ 的高 = _____。
- (2) $\triangle ABC$ 的面積 = _____。
- (3) $\triangle DEF$ 的面積 = _____。

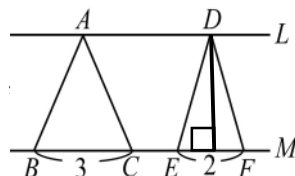
4. 下圖中 $L \parallel M$



- (1) $\triangle ABC$ 的高 = _____。
- (2) $\triangle ABC$ 的面積 = _____。
- (3) $\triangle DEF$ 的面積 = _____。

5. 右圖中 $L \parallel M$ ，

若 $\triangle DEF$ 的面積是 10，
 則 $\triangle ABC$ 面積 = _____。





❶ 若 L_1 和 L_2 被直線 M 所截，則 M 稱為_____。

$\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\dots$ $\angle 7$ 、 $\angle 8$

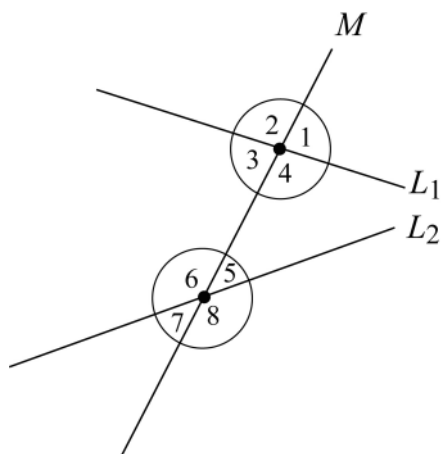
稱為_____。

❷ 截角有 3 種

(1) 同位角

(2) 內錯角

(3) 同側內角

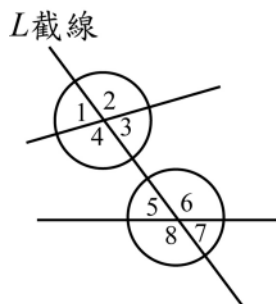


☆ L_1 和 L_2 一定要平行，才有同位角、內錯角、同側內角嗎？



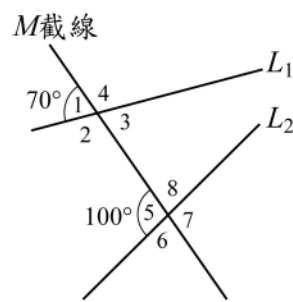
牛刀小試 5

1.



- (1) $\angle 2$ 的同位角是_____。
- (2) $\angle 3$ 的內錯角是_____。
- (3) $\angle 6$ 的同側內角是_____。
- (4) $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 是_____角。
- (5) $\angle 3$ 和 $\angle 5$ 是_____角。
- (6) $\angle 3$ 和 $\angle 7$ 是_____角。

2.



- (1) $\angle 2 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 。 $\angle 3 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 。 $\angle 4 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 。
 $\angle 6 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 。 $\angle 7 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 。 $\angle 8 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 。
- (2) $\angle 8$ 的同位角是_____。
- (3) $\angle 2$ 的內錯角是_____。
- (4) $\angle 2$ 的同側內角是_____。
- (5) $\angle 3$ 的同位角是_____。
 $\angle 3$ 和的同位角度數相等嗎？_____。
- (6) $\angle 5$ 的內錯角是_____。
- (7) $\angle 8$ 的同側內角是_____。
- (8) 觀察：兩條直線沒有平行情況下，
每個截角的同位角和內錯角有沒有相等？_____。



例題 3 認識截角

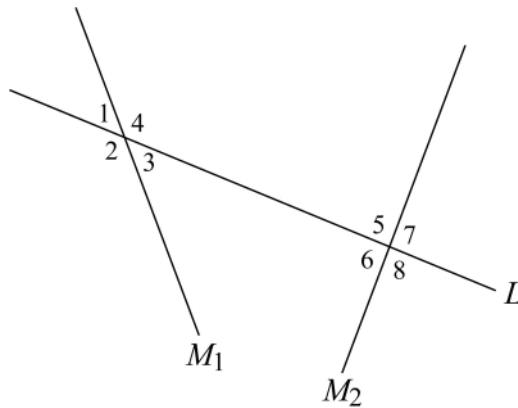


找出

① 同位角

② 內錯角

③ 同側內角

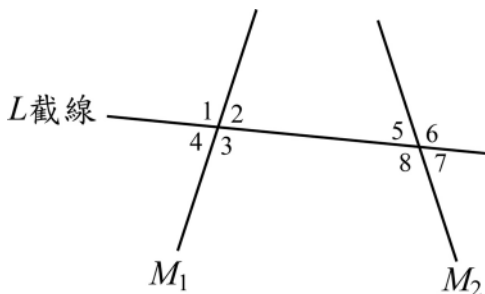


☆ $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是_____角。



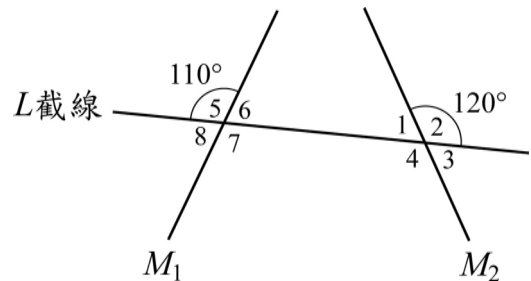
牛刀小試 6

1.



- (1) $\angle 2$ 的同位角是_____。
- (2) $\angle 3$ 的內錯角是_____。
- (3) $\angle 8$ 的同側內角是_____。
- (4) $\angle 3$ 和 $\angle 7$ 是_____角。
- (5) $\angle 3$ 和 $\angle 5$ 是_____角。
- (6) $\angle 3$ 和 $\angle 8$ 是_____角。

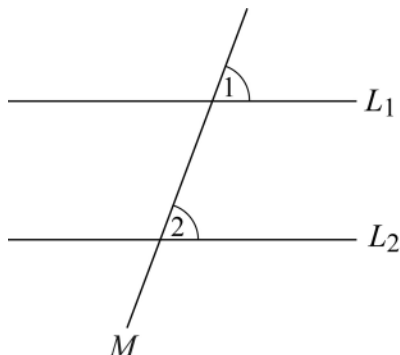
2.



- (1) $\angle 1 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ $\angle 3 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ $\angle 4 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$
 $\angle 6 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ $\angle 7 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ $\angle 8 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$
- (2) $\angle 8$ 的同位角是_____。
- (3) $\angle 1$ 的內錯角是_____。
- (4) $\angle 6$ 的同側內角是_____。
- (5) $\angle 3$ 的同位角是_____。
- (6) $\angle 4$ 的內錯角是_____。
- (7) $\angle 7$ 的同側內角是_____。
 $\angle 7 + \angle 4 = \underline{\hspace{1cm}}$ 度
- (8) 觀察：兩條直線沒有平行情況下，
 $\angle 6$ 、 $\angle 7$ 和它們的同側內角分別相加
 有沒有 180 度？_____。



若 $L_1 \parallel L_2$ ，則所截出同位角



☆如何找出同位角？

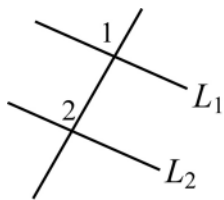


牛刀小試 7

1. 已知 $L_1 \parallel L_2$

(1) $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是_____角，
因為 $L_1 \parallel L_2$ ，所以同位角_____。

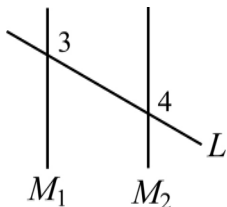
(2) 若 $\angle 1 = 95^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ _____。



2. 已知 $M_1 \parallel M_2$

(1) $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是_____角，
因為_____，所以同位角相等。

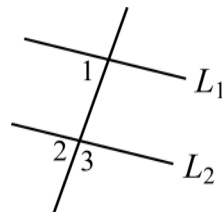
(2) 若 $\angle 3 = 108^\circ$ ，則 $\angle 4 =$ _____。



3. $L_1 \parallel L_2$ ，若 $\angle 1 = 95^\circ$ ，則

(1) $\angle 2 =$ _____。

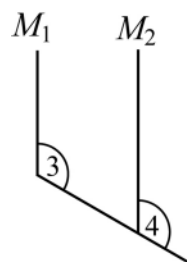
(2) $\angle 3 =$ _____。



4. $M_1 \parallel M_2$ ，若 $\angle 3 = 110^\circ$ ，則

$\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是_____角，
所以 $\angle 4 =$ _____。

(可參考第 1 題(1)的圖)

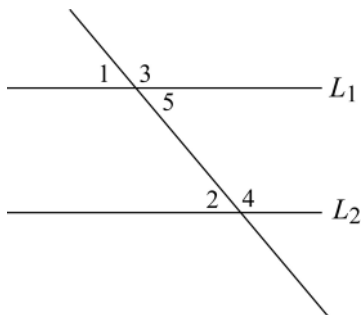




例題 4 同位角的計算



①



若 $L_1 \parallel L_2$, $\angle 1 = 50^\circ$

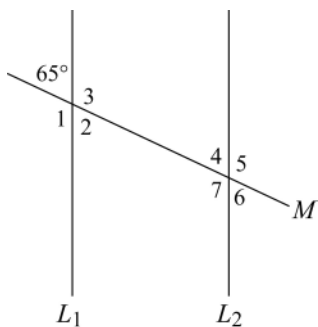
則 $\angle 2 =$ _____ $^\circ$

$\angle 3 =$ _____ $^\circ$

$\angle 4 =$ _____ $^\circ$

$\angle 5 =$ _____ $^\circ$

②



若 $L_1 \parallel L_2$, 則

$\angle 1 =$ _____ $^\circ$

$\angle 2 =$ _____ $^\circ$

$\angle 3 =$ _____ $^\circ$

$\angle 4 =$ _____ $^\circ$

$\angle 5 =$ _____ $^\circ$

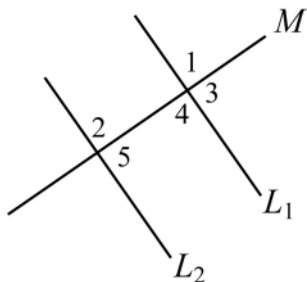
$\angle 6 =$ _____ $^\circ$

$\angle 7 =$ _____ $^\circ$



牛刀小試 8

1. 若 $L_1 \parallel L_2$, 且 $\angle 1 = 95^\circ$ 。



(1) $\angle 2 =$ _____, $\angle 3 =$ _____

(2) $\angle 4 =$ _____, $\angle 5 =$ _____

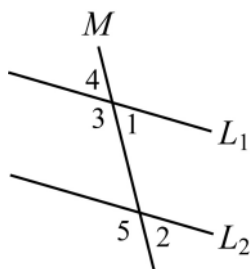
2. 若 $L_1 \parallel L_2$, 且 $\angle 1 = 80^\circ$ 。

(1) $\angle 2 =$ _____,

(2) $\angle 3 =$ _____,

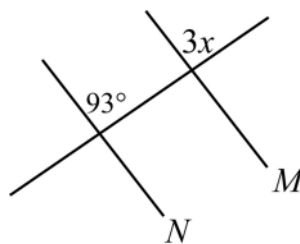
(3) $\angle 4 =$ _____,

(4) $\angle 5 =$ _____



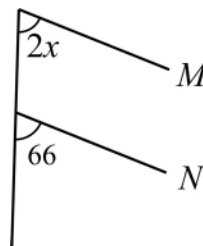
3. $M \parallel N$, 計算下列各值

(1) $x =$ _____ $^\circ$



(2) $x =$ _____ $^\circ$

(可參考第 2 題的圖)





若 $L_1 \parallel L_2$ 則所截出的內錯角_____

❶ $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是_____角

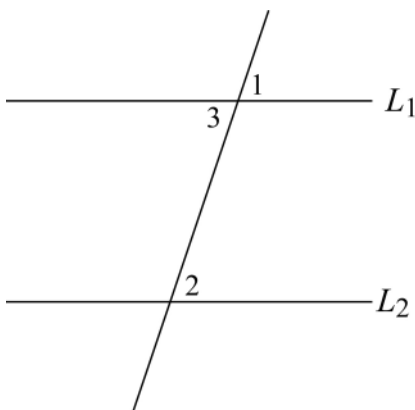
$\Rightarrow$ _____。

❷ $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是_____角

$\Rightarrow$ _____。

❸ $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 是_____角

$\Rightarrow$ _____。



☆如何找出內錯角？



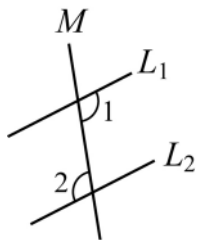
牛刀小試 9

1. 已知 $L_1 \parallel L_2$

(1) $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是_____角，

因為 $L_1 \parallel L_2$ ，所以內錯角_____。

(2) 若 $\angle 1 = 120^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ _____。

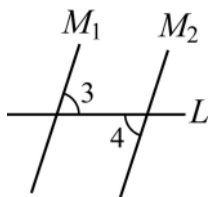


2. 已知 $M_1 \parallel M_2$

(1) $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是_____角，

因為_____，所以內錯角相等。

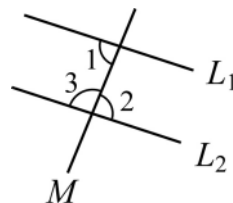
(2) 若 $\angle 3 = 60^\circ$ ，則 $\angle 4 =$ _____。



3. $L_1 \parallel L_2$ 若 $\angle 1 = 92^\circ$ ，則

(1) $\angle 2 =$ _____。

(2) $\angle 3 =$ _____。

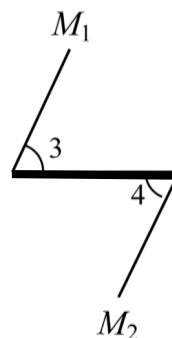


4. $M_1 \parallel M_2$ 若 $\angle 3 = 65^\circ$ ，則

$\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是_____角，

所以 $\angle 4 =$ _____。

(可參考第 2 題的圖)

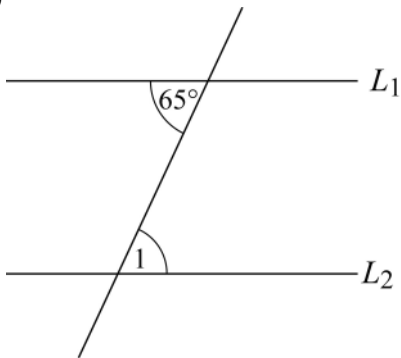




例題 5 內錯角的計算

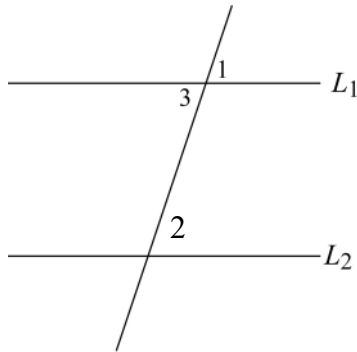


①



若 $L_1 \parallel L_2$, 則 $\angle 1 =$ _____。

②



若 $L_1 \parallel L_2$, 則 $\angle 2 =$ _____。

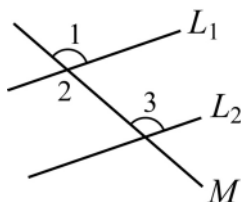


牛刀小試 10

1. 若 $L_1 \parallel L_2$, 且 $\angle 1 = 123^\circ$

(1) $\angle 2 =$ _____。

(2) $\angle 3 =$ _____。



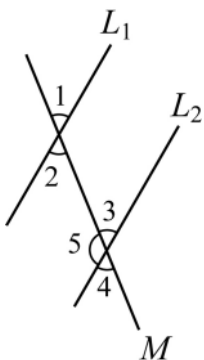
2. 若 $L_1 \parallel L_2$, 且 $\angle 1 = 53^\circ$

(1) $\angle 2 =$ _____

(2) $\angle 3 =$ _____。

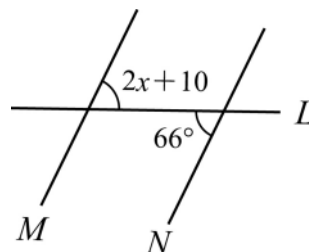
(3) $\angle 4 =$ _____

(4) $\angle 5 =$ _____。



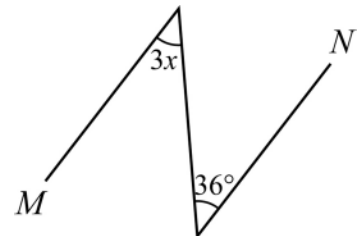
3. $M \parallel N$, 計算下列各值

(1) $x =$ _____。



(2) $x =$ _____。

(可參考第 2 題的圖)





若 $L_1 \parallel L_2$ ，則所截出的同側內角_____。

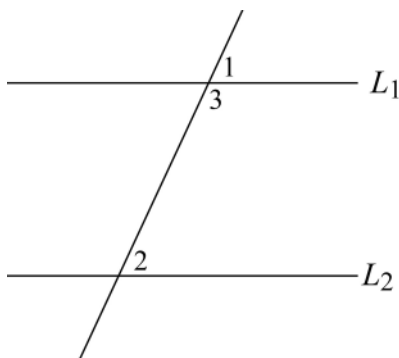
❶ $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是_____角

$\Rightarrow$ _____。

❷ $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是_____角

$\Rightarrow$ _____。

❸ 從❶和❷可以得到：



☆如何找出同側內角？



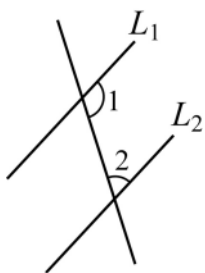
牛刀小試 11

1. 已知 $L_1 \parallel L_2$

(1) $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是_____角，

因為 $L_1 \parallel L_2$ ，所以同側內角_____。

(2) 若 $\angle 1 = 120^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ _____。

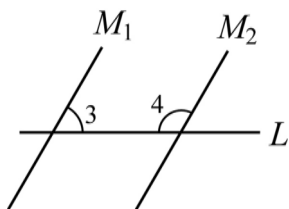


2. 已知 $M_1 \parallel M_2$

(1) $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是_____角，

因為_____，所以同側內角互補。

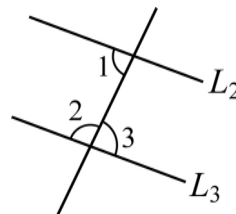
(2) 若 $\angle 3 = 60^\circ$ ，則 $\angle 4 =$ _____。



3. $L_1 \parallel L_2$ 若 $\angle 1 = 85^\circ$ ，則

(1) $\angle 2 =$ _____。

(2) $\angle 3 =$ _____。

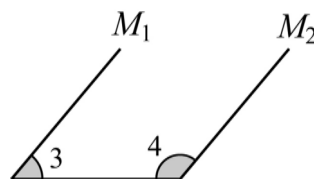


4. $M_1 \parallel M_2$ 若 $\angle 3 = 50^\circ$ ，則

$\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是_____角，

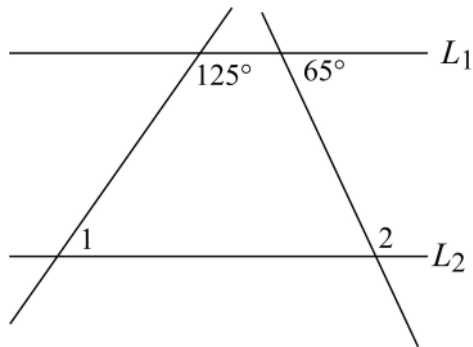
所以 $\angle 4 =$ _____。

(可參考第 2 題的圖)





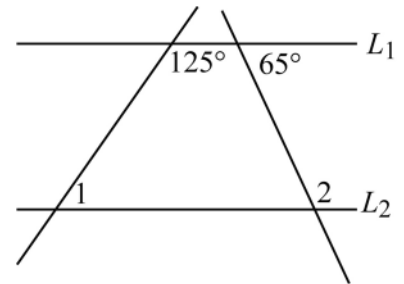
例題 6 同側內角的計算



已知： $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\angle 1 =$ _____。

$\angle 2 =$ _____。

☆有沒有別的方法？



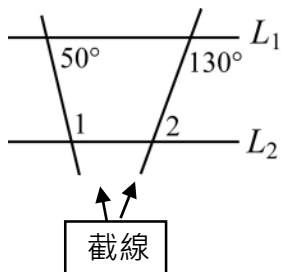
牛刀小試 12

1. $L_1 \parallel L_2$ ，則

$\angle 1 =$ _____。

$\angle 2 =$ _____。

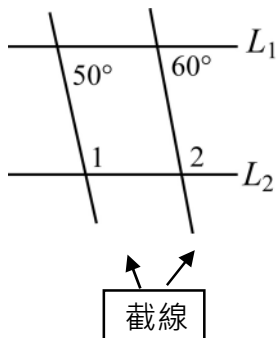
(一次只看一條截線)



2. $L_1 \parallel L_2$ ，則

$\angle 1 =$ _____。

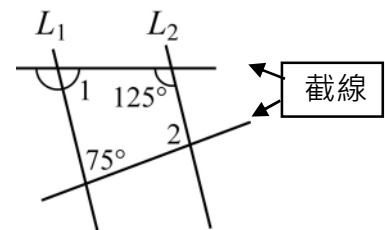
$\angle 2 =$ _____。



3. $L_1 \parallel L_2$ ，則

$\angle 1 =$ _____。

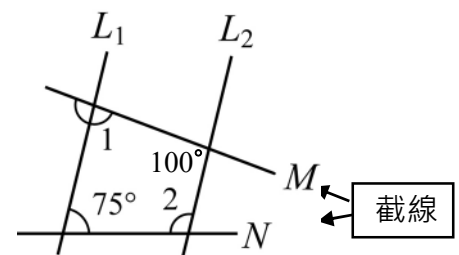
$\angle 2 =$ _____。



4. $L_1 \parallel L_2$ ，則

$\angle 1 =$ _____。

$\angle 2 =$ _____。

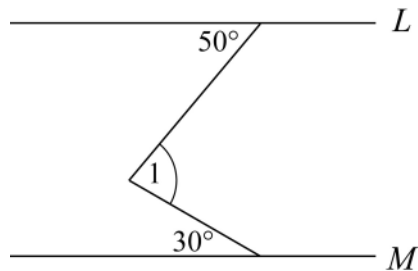




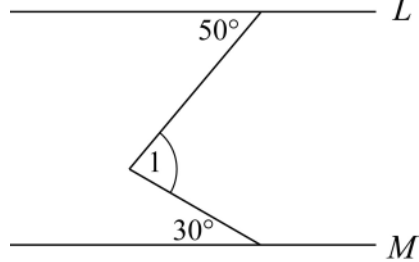
例題 7 平行線間角度問題



〈方法一〉



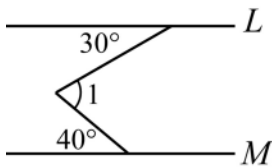
〈方法二〉



牛刀小試 13

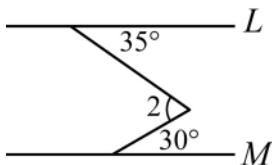
1. $L \parallel M$

$\angle 1 =$ _____ $^{\circ}$



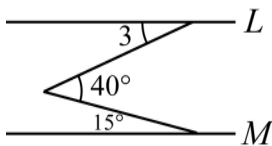
2. $L \parallel M$

$\angle 2 =$ _____ $^{\circ}$



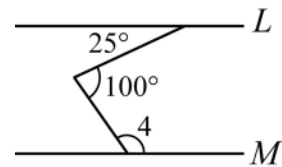
3. $L \parallel M$

$\angle 3 =$ _____ $^{\circ}$



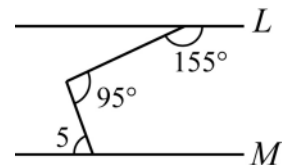
4. $L \parallel M$

$\angle 4 =$ _____ $^{\circ}$



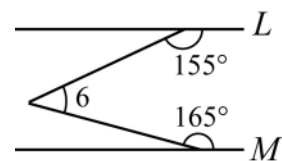
5. $L \parallel M$

$\angle 5 =$ _____ $^{\circ}$



6. $L \parallel M$

$\angle 6 =$ _____ $^{\circ}$



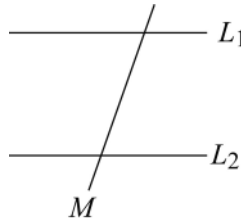
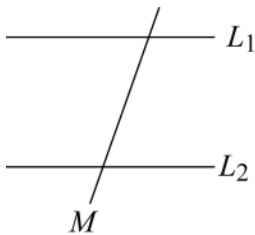
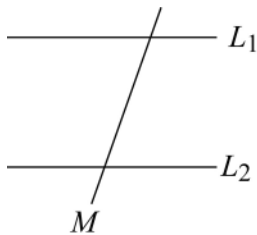


如何判別兩條直線是否平行？

① 定義 _____ L_1

_____ L_2

② (1)同位角是否相等 (2)內錯角是否相等 (3)同側內角是否互補



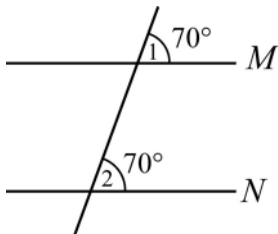
☆整理



牛刀小試 14

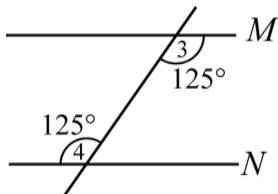
1. M 和 N ☐ 平行 ☐ 不平行

因為_____。



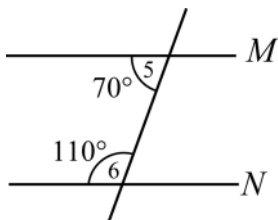
2. M 和 N ☐ 平行 ☐ 不平行

因為_____。



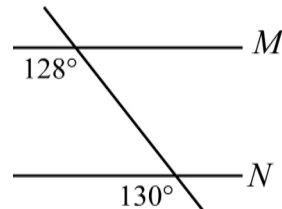
3. M 和 N ☐ 平行 ☐ 不平行

因為_____。



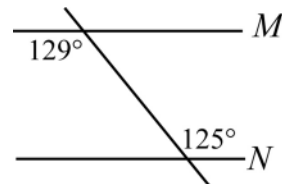
4. M 和 N ☐ 平行 ☐ 不平行

因為_____。



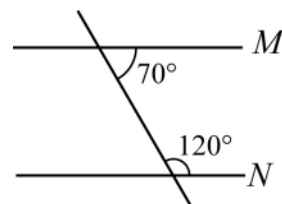
5. M 和 N ☐ 平行 ☐ 不平行

因為_____。



6. M 和 N ☐ 平行 ☐ 不平行

因為_____。

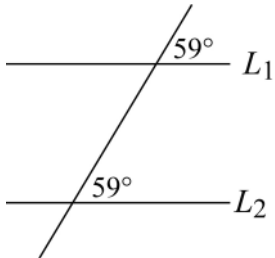




例題 8 判斷 L_1 和 L_2 是否平行？

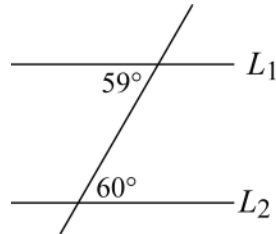


①



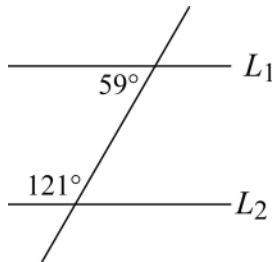
☐ 平行
☐ 不平行
為什麼？

②



☐ 平行
☐ 不平行
為什麼？

③

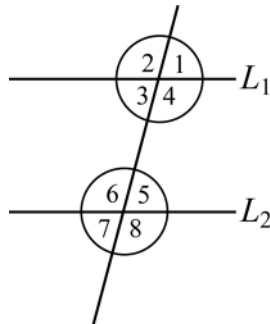


☐ 平行
☐ 不平行
為什麼？



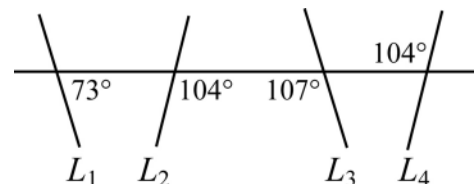
牛刀小試 15

1. 哪幾個條件可以說明二條線平行？

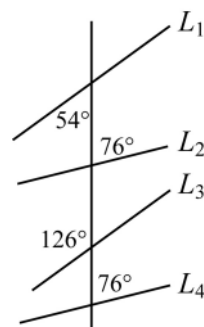


- ☐ $\angle 2 = \angle 6$
因為 $\angle 2$ 和 $\angle 6$ 是_____角。
- ☐ $\angle 3 = \angle 5$
因為 $\angle 3$ 和 $\angle 5$ 是_____角。
- ☐ $\angle 4 = \angle 5$
因為 $\angle 4$ 和 $\angle 5$ 是_____角。
- ☐ $\angle 3 = \angle 7$
因為 $\angle 3$ 和 $\angle 7$ 是_____角。
- ☐ $\angle 1 = \angle 3$
因為 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是_____角。
- ☐ $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$
因為 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 是_____角。
- ☐ $\angle 4 + \angle 8 = 180^\circ$
因為 $\angle 4$ 和 $\angle 8$ 是_____角。

2. (1) L_1 和_____平行，因為_____。
- (2) L_2 和_____平行，因為_____。

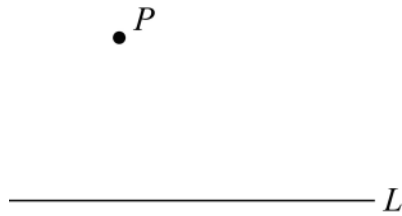
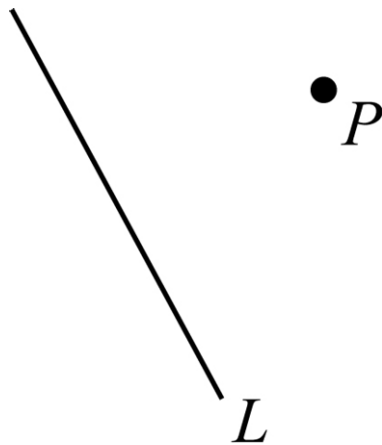
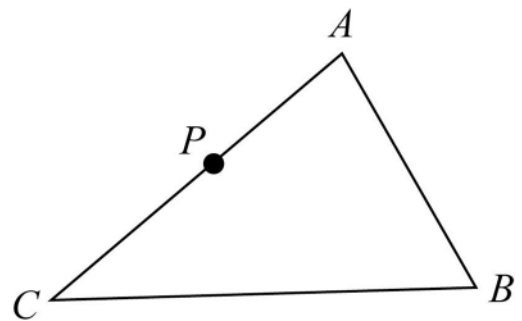


3. (1) L_1 和_____平行，
因為_____角相等。
- (2) L_2 和_____平行，
因為_____角相等。



**例題****9****通過 P 點，作一直線平行 L** 為什麼你畫出來的直線會和 L 平行？

☆試試看有沒有其他方法？

**牛刀小試 16**1. 通過 P 點，作一直線平行 L 。2. 通過 P 點，作一直線平行 $\overline{BC}$ 。



牛刀小試 1

- (1) ☒ 垂直, ☒ 垂直, ☒ 平行
(2) ☒ 有, ☒ 沒有, ☒ 沒有
(3) 二條直線要垂直於同一條直線。
- (1) ☒ 沒有
(2) ☒ 有
- 要互相垂直

牛刀小試 2

- (1) 會
(2) //, $\perp$, $\perp$
(3) $\perp$
- (1) 會
(2) $\perp$, $\perp$, //, //
(3) //

牛刀小試 3

- (1) 2, 3
(2) 3, 3
(3) 是
- 8
- 6, 是

牛刀小試 4

- (1) 5
(2) 5
(3) 是, 因為同底等高, 所以面積相同
- 8
- (1) 4
(2) 6
(3) 4
- (1) 6
(2) 9
(3) 6
- 15

牛刀小試 5

- (1) $\angle 6$
(2) $\angle 5$
(3) $\angle 3$
(4) 同側內
(5) 內錯
(6) 同位
- (1) 110° , 70° , 110° , 80° , 100° , 80°
(2) $\angle 4$
(3) $\angle 8$
(4) $\angle 5$
(5) $\angle 7$, 不相等
(6) $\angle 3$
(7) $\angle 3$
(8) 不相等

牛刀小試 6

- (1) $\angle 6$
(2) $\angle 5$
(3) $\angle 3$
(4) 同位
(5) 內錯
(6) 同側內
- (1) 60° , 60° , 120° , 70° , 110° , 70°
(2) $\angle 4$
(3) $\angle 7$
(4) $\angle 1$
(5) $\angle 7$
(6) $\angle 6$
(7) $\angle 4$, 230°
(8) 沒有

牛刀小試 7

- (1) 同位, 相等
(2) 95°
- (1) 同位, $M_1 // M_2$
(2) 108°
- (1) 95°
(2) 85°
- 同位, 110°

牛刀小試 8

- (1) 95° , 85°
(2) 95° , 85°
- (1) 80°
(2) 100°
(3) 80°
(4) 100°
- (1) $x = 31$
(2) $x = 33$

牛刀小試 9

- (1) 內錯, 相等
(2) 120°
- (1) 內錯, $M_1 // M_2$
(2) 60°
- (1) 92°
(2) 88°
- 內錯, 65°

牛刀小試 10

- (1) 123°
(2) 123°
- (1) 53°
(2) 53°
(3) 53°
(4) 127°
- (1) $x = 28^\circ$
(2) $x = 12^\circ$

牛刀小試 11

- (1) 同側內, 互補 (加起來是 180°)
(2) 60°
- (1) 同側內, $M_1 // M_2$
(2) 120°
- (1) 95°
(2) 85°
- 同側內, 130°

牛刀小試 12

- $\angle 1 = 130^\circ$, $\angle 2 = 50^\circ$
- $\angle 1 = 130^\circ$, $\angle 2 = 120^\circ$
- $\angle 1 = 55^\circ$, $\angle 2 = 105^\circ$
- $\angle 1 = 80^\circ$, $\angle 2 = 105^\circ$

牛刀小試 13

- 70°
- 65°
- 25°
- 105°
- 70°
- 40°

牛刀小試 14

- ☒ 平行, 同位角相等
- ☒ 平行, 內錯角相等
- ☒ 平行, 同側內角互補
(或同側內角相加等於 180°)
- ☒ 不平行, 同位角不相等
- ☒ 不平行, 內錯角不相等
- ☒ 不平行, 同側內角不互補
(或同側內相加不是 180°)

牛刀小試 15

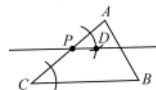
- ☒ $\angle 2 = \angle 6$, 同位。
☒ $\angle 3 = \angle 5$, 內錯。
☐ $\angle 4 = \angle 5$, 同側內。
☒ $\angle 3 = \angle 7$, 同位。
☐ $\angle 1 = \angle 3$, 對頂。
☒ $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$, 同側內。
☐ $\angle 4 + \angle 8 = 180^\circ$, 同位。
- (1) L_3 , 同側內角互補
(2) L_4 , 內錯角相等
- (1) L_3 , 同側內角互補
(2) L_4 , 同位角相等

牛刀小試 16

- 直線 $\overline{PQ}$ 及所求



- 直線 $\overline{PD}$ 及所求





B4 4-2 平行四邊形



溫故知新 ① 四邊形



① 命名：

② (1) 頂點：_____。

(2) 角：_____。

(3) 邊：_____。

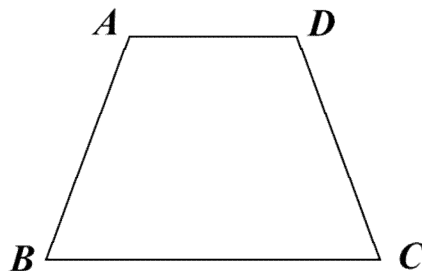
③ (1) 對邊：_____。

(2) 鄰邊：_____。

④ (1) 對角：_____。

(2) 鄰角：_____。

⑤ 對角線：_____。

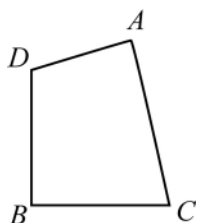


★筆記



牛刀小試 ①

1. (1) 如圖，四邊形由 A 點順時針方向可命名為_____。



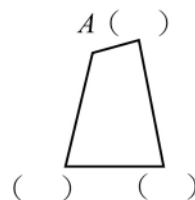
(2) $\angle A$ 的對角是_____。

$\angle A$ 的鄰角是_____。

(3) $\overline{BD}$ 的鄰邊是_____。
對邊是_____。

(4) 對角線是_____。

2. (1) 如圖為四邊形 $ABCD$ 請協助標示頂點。
(寫出一種即可)



(2) $\angle A$ 和 $\angle C$ 是_____。

$\angle C$ 和 $\angle D$ 是_____。

(3) $\overline{AD}$ 和 $\overline{BC}$ 是_____。

$\overline{AD}$ 和 $\overline{AB}$ 是_____。

(4) $\overline{AC}$ 是四邊形的_____。

$\overline{BD}$ 是四邊形的_____。



① 平行：請畫出平行線。

② 平行四邊形：請在下方空白處，任意畫出一個平行四邊形。

③ 平行四邊形的意義。

④ 平行四邊形的符號。

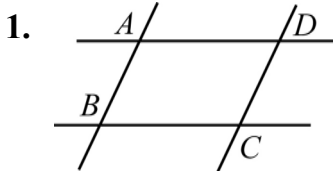
☆你發現什麼？



☆生活中常見的平行四邊形

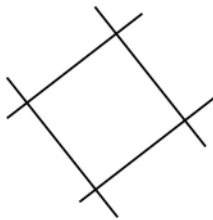


牛刀小試 2



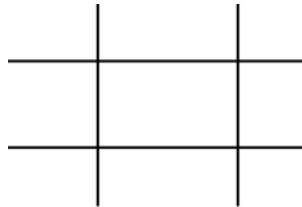
- (1) 如圖，二組平行線相疊就是_____。
- (2) 上圖讀作_____。
- (3) 用符號記為_____。

2. 將二組平行線相疊且讓每邊長度都相等



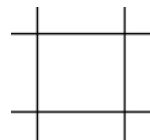
- (1) 上圖中，四個邊相等的是_____。
- (2) 發現，菱形就是四個邊相等的_____。

3. 將二組平行線相疊且擺正



- (1) 上圖中，四個角都 90° 的是_____。
- (2) 發現，長方形就是四個角都 90° 的_____。

4. 若將二組平行線相疊擺正且讓每邊相等

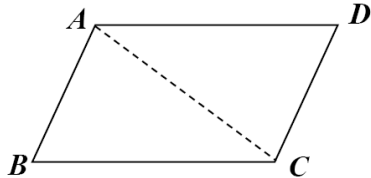


- (1) 上圖是_____。
- (2) 發現，正方形就是四個角是 90° ，且邊長一樣長的_____。

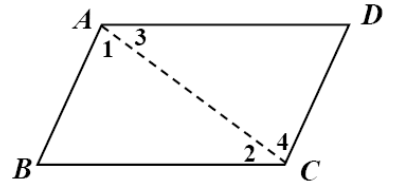
5. 由第 2、3、4 題發現，哪些常見四邊形也是平行四邊形家族的成員？



$\overline{AC}$ 是 $\square ABCD$ 的對角線如果沿著 $\overline{AC}$ 剪下來，可以發現，
兩個 $\triangle$ 完全重疊在一起（全等）
寫成數學符號：_____。

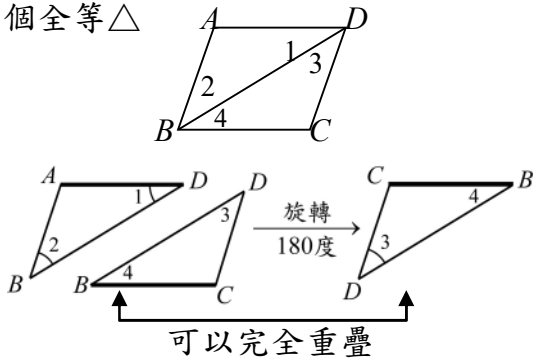


☆想一想為什麼？



牛刀小試 3

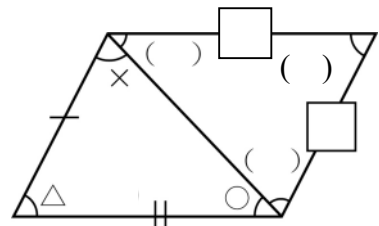
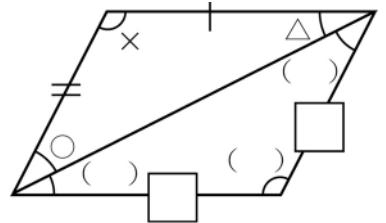
1. 由上，我們換另一條對角線是否能切成 2 個全等 $\triangle$



- (1) 表示 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ _____。
- (2) 因此記為 $\triangle ABD \square \triangle CDB$
- (3) $\overline{AD}$ 和 _____ 重疊 $\Rightarrow \overline{AD} =$ _____。
- (4) $\overline{AB}$ 和 _____ 重疊 $\Rightarrow \overline{AB} =$ _____。
- (5) $\angle 1$ 和 _____ 重疊 $\Rightarrow \angle 1 =$ _____。
- (6) $\angle 2$ 和 _____ 重疊 $\Rightarrow \angle 2 =$ _____。

2. 由第 1 題中，發現任一條對角線可以將平行 $\square$ 平分成 2 個 _____ $\triangle$ 。

3. 請把相同的邊和相同的角標示相同符號。



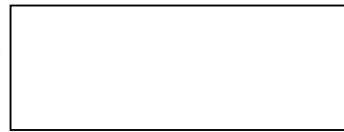
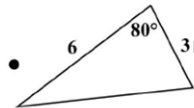
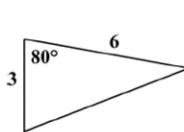
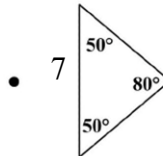
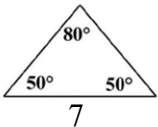
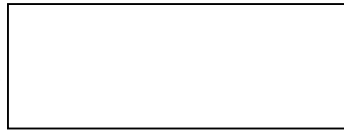
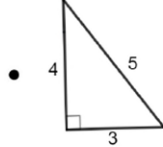
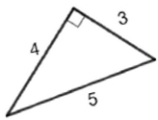


例題 1 平行四邊形可以切成 2 個全等三角形



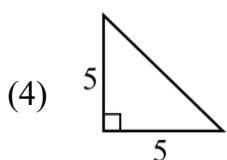
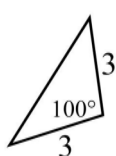
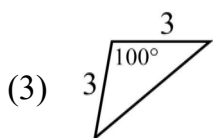
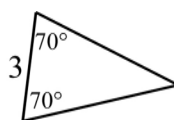
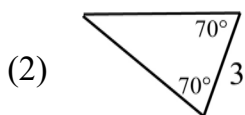
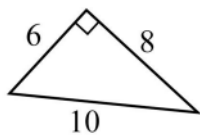
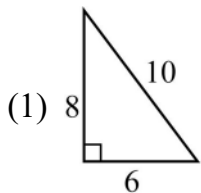
請問：哪 2 個 $\triangle$ 可以接成平行四邊形，請你連連看，並畫出最後拚出平行四邊形的樣子。

★筆記



牛刀小試 4

1. 一條對角線可以將平行 $\square$ 平分成 2 個 _____ $\triangle$ 。
2. 將下列的 2 個 _____ $\triangle$ 拼成平行 $\square$ 並畫出圖形。

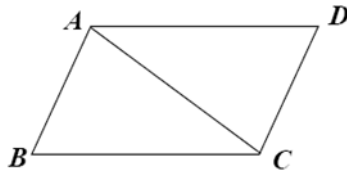




① 還記得之前提過：

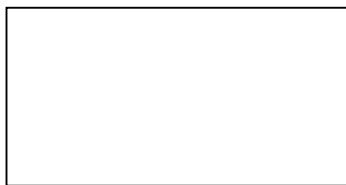
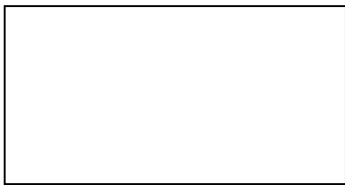
平行四邊形 $ABCD$ 的對角線 $\overline{AC}$

可以把四邊形切成 2 個 _____
三角形。



② 因為 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$

_____，
所以我們可以得到

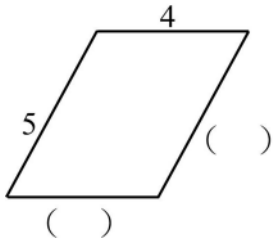


☆想一想為什麼？



牛刀小試 5

1. 寫出平行 $\square$ 的括號內的邊長



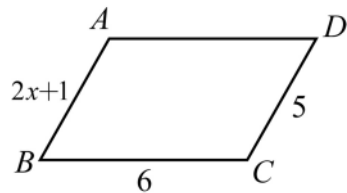
2. 平行 $\square$ 的三邊長是 4、7、4，
請問第四邊長是 _____。

3. 下列哪一組長度以逆時針方向連接
起來可以組成平行 $\square$ ？答：_____

- (A) 5、5、5、6
- (B) 5、5、6、6
- (C) 5、6、5、6
- (D) 5、6、7、8

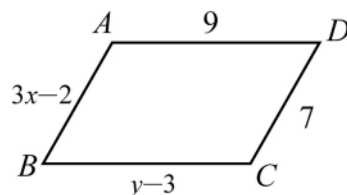
4. 已知 $ABCD$ 是平行 $\square$ ，則

- (1) $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



5. 已知 $ABCD$ 是平行 $\square$

- (1) $x = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) $y = \underline{\hspace{2cm}}$





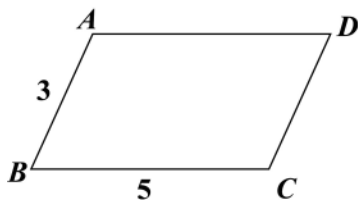
例題 ② 平行四邊形對邊相等



已知 $ABCD$ 是平行四邊形

★筆記

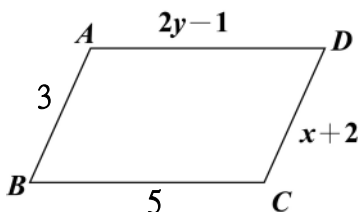
①



$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

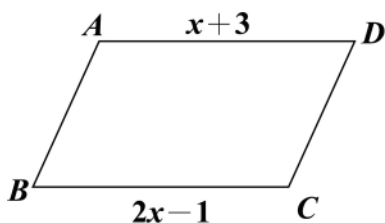
②



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

③



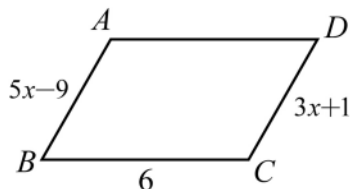
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



牛刀小試 6

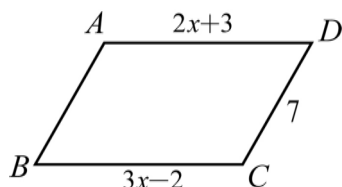
1. 已知 $ABCD$ 是平行 $\square$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



2. 已知 $ABCD$ 是平行 $\square$

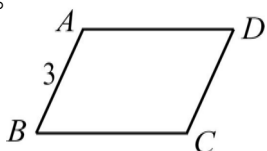
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



3. 已知 $ABCD$ 是平行 $\square$

$$\overline{AB} = 3, \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 14,$$

$$\text{則 } \overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

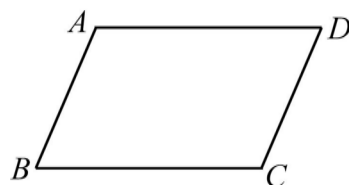


4. 已知 $ABCD$ 是平行 $\square$

$$\text{若 } \overline{AB} + \overline{CD} = 20, \overline{BC} + \overline{AD} = 30,$$

$$\text{則 } \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

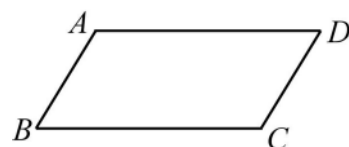
$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



5. 已知 $ABCD$ 是平行 $\square$, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$,

$$\text{且 } \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AD} + \overline{CD} = 24,$$

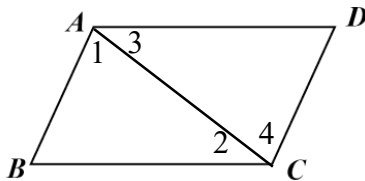
$$\text{則 } \overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}.$$





① 還記得之前提過：

$\square ABCD$ 的對角線 $\overline{AC}$ 可以把
平行四邊形切成 2 個 _____
三角形。



② 因為 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCA$ _____
所以我們可以得到

$\angle 1 =$ _____

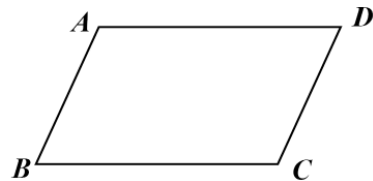
$\angle 2 =$ _____

$\angle B =$ _____

$\Rightarrow$



☆



已知： $ABCD$ 是平行四邊形

$\angle A =$ _____

$\angle B =$ _____

$\angle A + \angle B =$ _____

$\angle B + \angle C =$ _____



牛刀小試 7

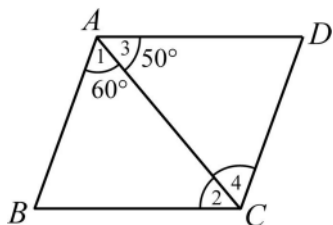
1. 已知 $\square ABCD$

$\angle 2 =$ _____ $^{\circ}$

$\angle 4 =$ _____ $^{\circ}$

$\angle B =$ _____ $^{\circ}$

$\angle D =$ _____ $^{\circ}$



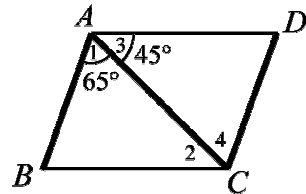
3. 已知 $\square ABCD$

$\angle 2 =$ _____ $^{\circ}$

$\angle 4 =$ _____ $^{\circ}$

$\angle B =$ _____ $^{\circ}$

$\angle D =$ _____ $^{\circ}$



。

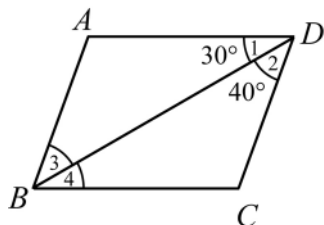
2. 已知 $\square ABCD$

$\angle 3 =$ _____ $^{\circ}$

$\angle 4 =$ _____ $^{\circ}$

$\angle A =$ _____ $^{\circ}$

$\angle C =$ _____ $^{\circ}$

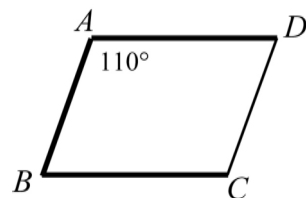


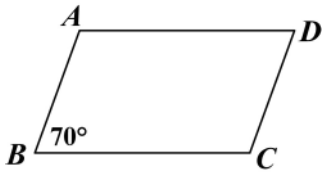
4. 已知 $\square ABCD$

(1) $\angle B =$ _____ $^{\circ}$

(2) $\angle C =$ _____ $^{\circ}$

(3) $\angle D =$ _____ $^{\circ}$

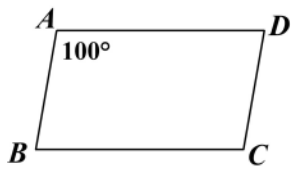


**例題****③ 平行四邊形對角相等****①**

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}} \quad \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}} \quad \angle C = \underline{\hspace{2cm}}$

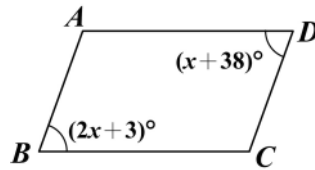
$\angle D = \underline{\hspace{2cm}} \quad \angle D = \underline{\hspace{2cm}}$

②

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$

③

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$

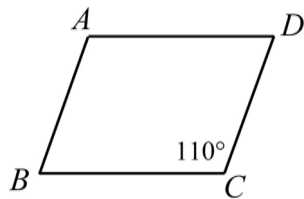
★筆記

**牛刀小試 8**1. 已知 $\square ABCD$

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$

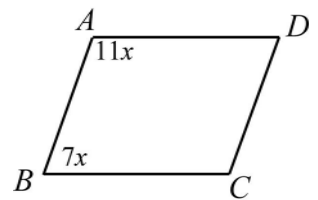
$\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 已知 $\square ABCD$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$

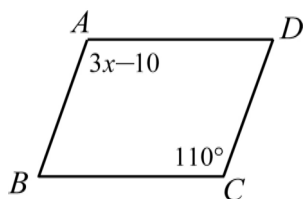
$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 已知 $\square ABCD$

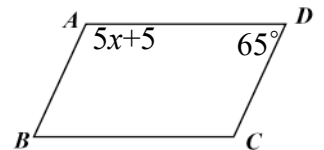
$x = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$

5. (1) $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$

$(2) x = \underline{\hspace{2cm}}$

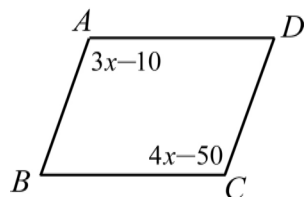
3. 已知 $\square ABCD$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$

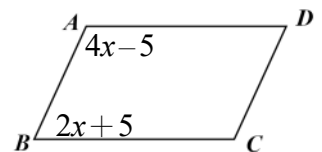
$\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 如圖， $\angle A = (4x-5)^\circ$ ， $\angle B = (2x+5)^\circ$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$

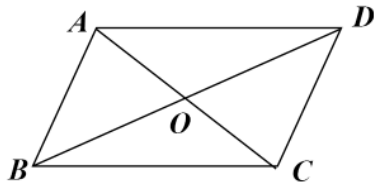
$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$





若 $ABCD$ 是平行四邊形，試問：

① 圖中有幾組三角形全等 $\triangle$ ？



② 請問左右兩個小 $\triangle$ 會全等嗎？為什麼？

☆你發現了什麼？

⇒



全等 $\triangle$



牛刀小試 9

1. 若 $ABCD$ 是平行四邊形

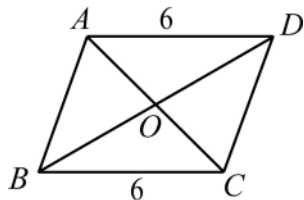
(1) $\triangle AOB \cong \triangle$ _____

$\triangle BOC \cong \triangle$ _____

(2) 因此 $\overline{AO} =$ _____, $\overline{BO} =$ _____。

(3) 若 $\overline{AO} = 3$, 則 $\overline{CO} =$ _____。

若 $\overline{BO} = 5$, 則 $\overline{DO} =$ _____。

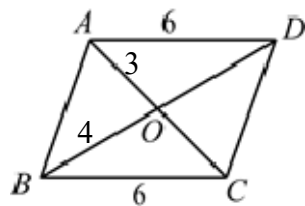


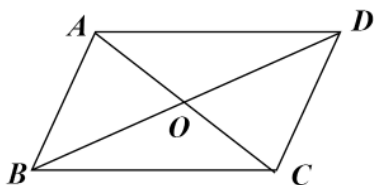
2. 下圖為平行四邊形 $ABCD$

(1) $\overline{CO} =$ _____, $\overline{DO} =$ _____。

(2) 對角線 $\overline{AC} =$ _____, $\overline{BD} =$ _____。

(3) 平行四邊形的對角線有一樣長嗎？



**例題****4 平行四邊形對角線互相平分****1** 對角線互相平分是什麼意思？**2** 若 $\overline{AO} = 3$

$$\overline{BO} = 4$$

則(1) $\overline{CO} =$ _____

(2) $\overline{DO} =$ _____

(3) 兩對角線的長度和 = _____

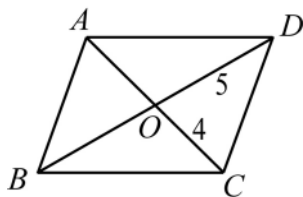
★筆記

**牛刀小試 10****1.** 右圖是 $\square ABCD$ ，若 $\overline{CO} = 4$ ，

$$\overline{DO} = 5$$
，則 $\overline{AO} =$ _____，

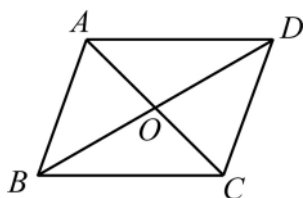
$$\overline{BO} =$$
 _____。

兩條對角線長度和 _____。

**2.** 右圖是 $\square ABCD$ ，若 $\overline{AC} = 12$ ，

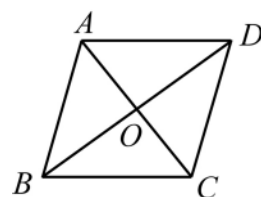
$$\overline{BD} = 14$$
，則 $\overline{AO} =$ _____，

$$\overline{DO} =$$
 _____。

**3.** 右圖是 $\square ABCD$ ，

若 $\overline{AO} = 7x - 1$ ， $\overline{CO} = 6x + 5$ ，則

$$x =$$
 _____。

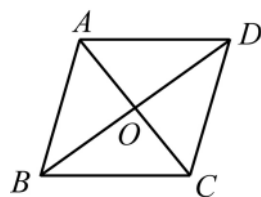
**4.** 右圖是 $\square ABCD$ ，

若 $\overline{AO} = 2x - 1$ ， $\overline{CO} = 3x - 5$ ，

$$\overline{BO} = 5y - 1$$
， $\overline{DO} = 3y + 7$ ，

則 $x =$ _____。

$$y =$$
 _____。



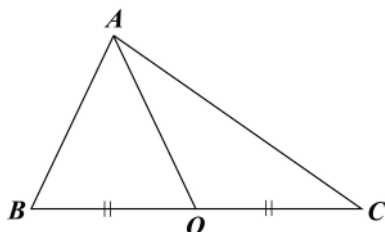


若 $\overline{BO} = \overline{CO}$ ，則

❶ $\triangle ABO$ 和 $\triangle ACO$ 是否全等？

❷ 畫出 $\triangle ABO$ 和 $\triangle ACO$ 的高

❸ 你發現了什麼？

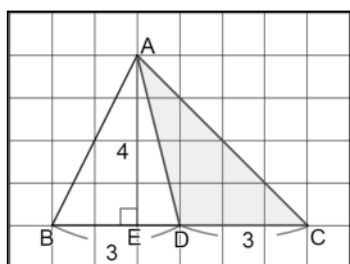


★筆記



牛刀小試 11

1. 如圖， $\overline{BD} = \overline{CD} = 3$



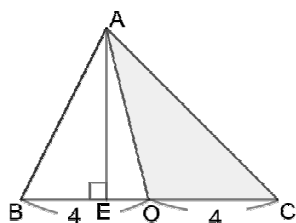
(1) $\triangle ABD$ 中，高是____，底是____=____，
面積是_____。

(2) $\triangle ACD$ 中，高是____，底是____=____，
面積是_____。

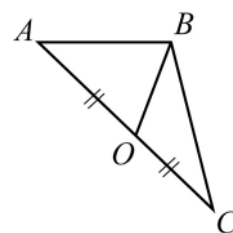
(3) 由(1)(2)發現 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 面積
☐ 相等 ☐ 不相等。
因為高都____，底都____，
我們說____底____高，所以面積相等。

2. 如圖， $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ ，

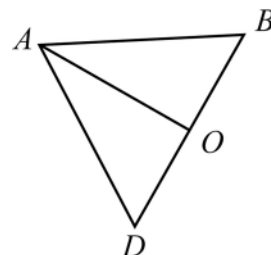
若 $\triangle ABO$ 面積是 6，
則 $\triangle ACO$ 面積
=_____。



3. 如圖， $\overline{AO} = \overline{CO}$ ，若 $\triangle BCO$ 面積 = 5，
則 $\triangle ABO$ 面積 = _____。



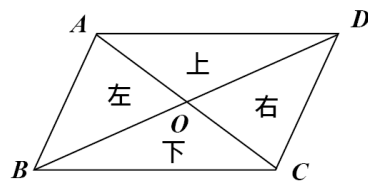
4. 已知 $\overline{BO} = \overline{DO}$ ，若 $\triangle ABD$ 面積 = 12，
則 $\triangle ADO$ 面積 = _____。





若 $ABCD$ 是平行四邊形，兩對角線交於 O 點。

① 上、下、左、右四個小 $\triangle$ 中，
哪些會全等呢？



② 上和左的兩個小 $\triangle$ 會全等嗎？為什麼？

③ 上和左的兩個小 $\triangle$ 面積會相等嗎？為什麼？

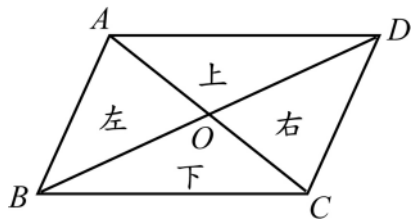
④ 上、下、左、右四個小 $\triangle$ 的_____會相等。

★筆記



牛刀小試 12

1. 若 $ABCD$ 是平行四邊形，兩對角線交於 O 點。



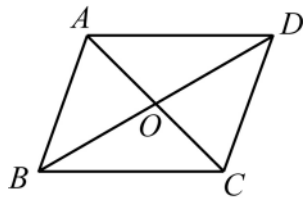
(1) 上、下、左、右四個小 $\triangle$ 中，哪些會全等呢？

(2) 右和下的兩個小 $\triangle$ 會全等嗎？為什麼？

(3) 右和下的兩個小 $\triangle$ 面積會相等嗎？為什麼？

(4) 上、下、左、右四個小 $\triangle$ 中，哪些面積會相等？

2. $ABCD$ 是平行四邊形，兩對角線交於 O 點。



(1) 若 $\triangle ADO$ 面積 = 4，

則 $\triangle ABO$ 面積 = _____，

$\triangle CDO$ 面積 = _____，

$\triangle BCO$ 面積 = _____。

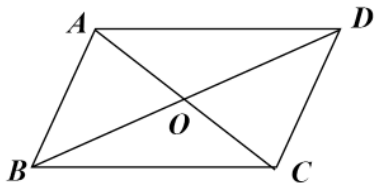
(2) 若 $\square ABCD$ 面積 = 24，

則 $\triangle ABO$ 面積 = _____，

$\triangle BCD$ 面積 = _____。



例題 5 平行四邊形中的面積關係



若 $\square ABCD$ 面積 = 12

求 ① $\triangle ABO$ 面積 = _____

② $\triangle ADO$ 面積 = _____

③ $\triangle ABD$ 面積 = _____

④ $\triangle BCD$ 面積 = _____

回想

全等

面積

★筆記

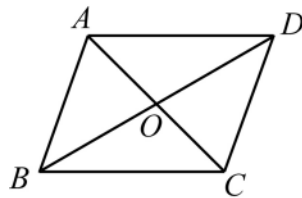


牛刀小試 13

1. 若 $\square ABCD$ 面積是 20。

(1) $\triangle ABO$ 面積 = _____

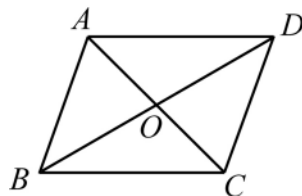
(2) $\triangle BCD$ 面積 = _____



2. 若 $\square ABCD$ 中， $\triangle ABC$ 面積 = 18。

(1) $\triangle ABO$ 面積 = _____

(2) $\square ABCD$ 面積 = _____

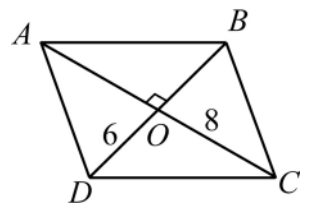


3. 右圖為平行 $\square$ ，已知 $\overline{DO} = 6$ ， $\overline{CO} = 8$ ，
且 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 。

(1) $\overline{AC} =$ _____ $\overline{BD} =$ _____

(2) $\triangle CDO$ 面積 = _____

(3) $\square ABCD$ 面積 = _____

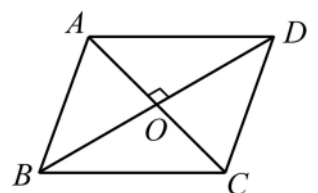


4. 右圖為平行 $\square$ ，已知 $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{BD} = 8$ ，
且 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 。

(1) $\overline{AO} =$ _____ $\overline{DO} =$ _____

(2) $\triangle ADO$ 面積 = _____

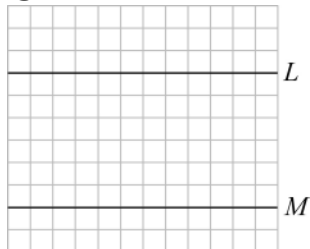
(3) $\square ABCD$ 面積 = _____





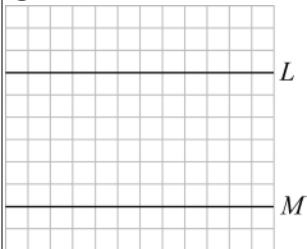
請用不同方法畫出平行四邊形

① $L // M$



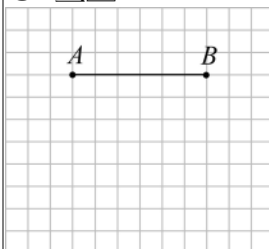
為什麼是平行四邊形？

② $L // M$



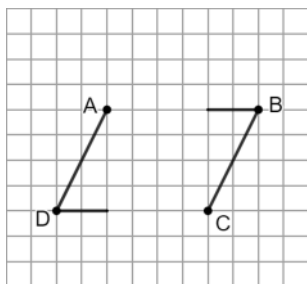
為什麼是平行四邊形？

③ 畫 $\square ABCD$



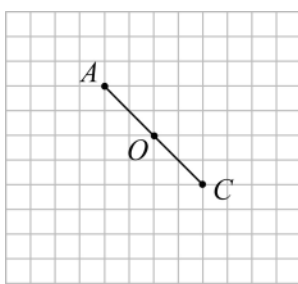
為什麼是平行四邊形？

④ $\angle B = \angle D$



為什麼是平行四邊形？

⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$



為什麼是平行四邊形？

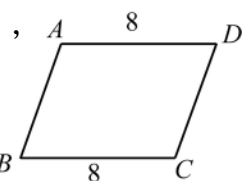
◎整理

如何判斷一個四邊形是不是平行四邊形？



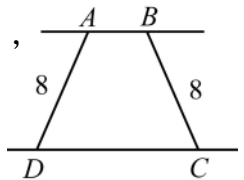
牛刀小試 14

1. 四邊形 $ABCD$ 若 $\overline{AD} // \overline{BC}$ ，
且 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{DC} = 8$ ，
則 $ABCD$ 是否是平行 $\square$ ？



☐ 是 ☐ 否

2. 四邊形 $ABCD$ 若 $\overline{AB} // \overline{CD}$ ，
且 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BC} = 8$ ，
則 $ABCD$ 是否是平行 $\square$ ？



☐ 是 ☐ 否

3. 四邊形的長度依 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AD}$
如下，哪些是平行四邊形？

☐ 2、6、5、5 ☐ 4、6、8、10

☐ 5、3、5、3 ☐ 3、3、8、8

☐ 5、5、5、5 ☐ 6、4、4、6

4. 四邊形的角度依 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ ，
如下，哪些是平行四邊形？

☐ 130° 、 50° 、 50° 、 130°

☐ 75° 、 105° 、 75° 、 105°

☐ 90° 、 90° 、 90° 、 90°

☐ 60° 、 70° 、 60° 、 70°

☐ 100° 、 90° 、 100° 、 90°

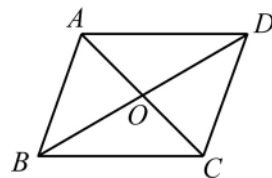
☐ 95° 、 85° 、 95° 、 85°

5. 何者是平行 $\square$ 中， $\overline{AO}$ 、 $\overline{BO}$ 、 $\overline{CO}$ 、 $\overline{DO}$
的長度

☐ 5、6、5、6

☐ 5、5、5、5

☐ 5、5、3、3



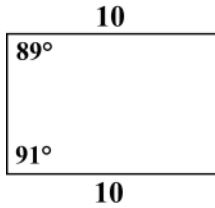


例題 ⑥ 平行四邊形判別性質

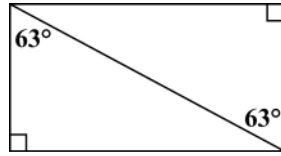


根據圖形所給的條件，勾選出所有的平行四邊形，並說明理由。

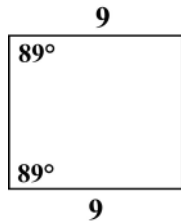
★筆記

☐


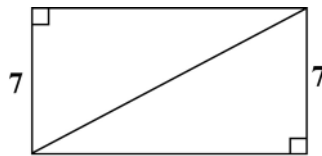
理由：_____。

☐


理由：_____。

☐


理由：_____。

☐


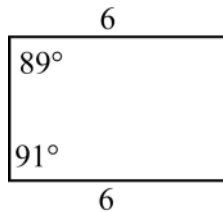
理由：_____。



牛刀小試 15

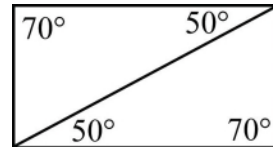
1. 根據題目給的條件中，勾選所有平行四邊形並說明理由。

☐ A



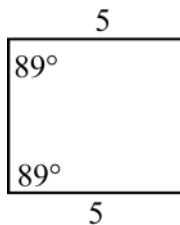
理由：_____。

☐ B



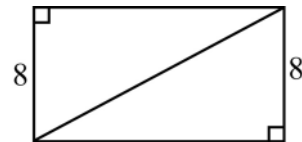
理由：_____。

☐ C



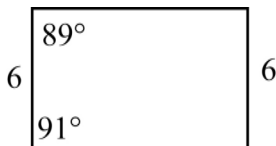
理由：_____。

☐ D



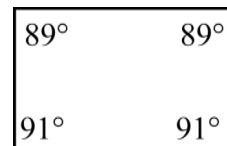
理由：_____。

☐ E



理由：_____。

☐ F

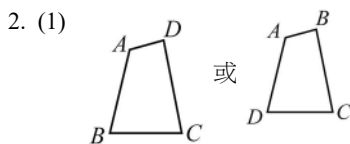


理由：_____。



牛刀小試 1

- (1) 四邊形 $ACBD$
(2) $\angle B$, $\angle C$ 和 $\angle D$
(3) $\overline{AD}$ 和 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$
(4) $\overline{AB}$, $\overline{CD}$



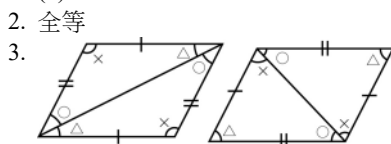
- (2) 對角, 鄰角
(3) 對邊, 鄰邊
(4) 對角線, 對角線

牛刀小試 2

- (1) 平行四邊形
(2) 平行四邊形 $ABCD$
(3) $\square ABCD$
- (1) 菱形
(2) 平行四邊形
- (1) 長方形
(2) 平行四邊形
- (1) 正方形
(2) 平行四邊形
- 菱形、長方形、正方形

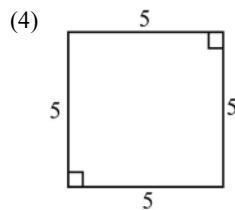
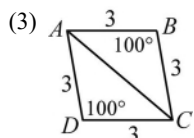
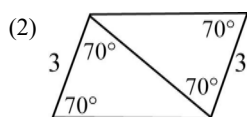
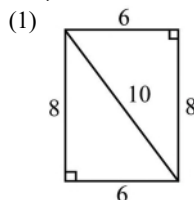
牛刀小試 3

- (1) 全等
(2) $\cong$
(3) $\overline{BC}$, $\overline{BC}$
(4) $\overline{CD}$, $\overline{CD}$
(5) $\angle 4$, $\angle 4$
(6) $\angle 3$, $\angle 3$

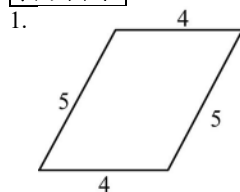


牛刀小試 4

- 全等
- 全等



牛刀小試 5



- 7
- (C)
- (1) 2
(2) 6
- (1) 3
(2) 12

牛刀小試 6

- 5
- 5
- 4
- 10, 15
- 8

牛刀小試 7

- 50° , 60° , 70° , 70°
- 40° , 30° , 110° , 110°
- 45° , 65° , 70° , 70°
- (1) 70°
(2) 110°
(3) 70°

牛刀小試 8

- 110° , 70° , 70°
- 40° , 70° , 70°
- 40° , 70° , 110° , 70°
- 10° , 110° , 110°
- (1) 115°
(2) 22°
- 30° , 65° , 115°

牛刀小試 9

- (1) $\overline{COD}$, $\overline{DOA}$
(2) $\overline{CO}$, $\overline{DO}$
(3) 3, 5
- (1) 3, 4
(2) 6, 8
(3) 不一定

牛刀小試 10

- 4, 5, 18
- 6, 7
- 6
- 4, 4

牛刀小試 11

- (1) $\overline{AE}$, $\overline{BD}$, 3, 6
(2) $\overline{AE}$, $\overline{CD}$, 3, 6
(3) $\square$ 相等
相同 (或相等), 相同 (或相等),
相同 (等), 同 (等)
- 6
- 5
- 6

牛刀小試 12

- (1) 上 $\cong$ 下, 左 $\cong$ 右
(2) 不一定 (無法重疊)
(3) 會 (等底同高)
(4) 上面積 = 下面積 = 左面積 = 右面積
- (1) 4, 4, 4
(2) 6, 12

牛刀小試 13

- (1) 5
(2) 10
- (1) 9
(2) 36
- (1) 16, 12
(2) 24, 96
- (1) 5, 4
(2) 10
(3) 40

牛刀小試 14

- $\square$ 是
- $\square$ 否
- $\square$ 5, 3, 5, 3
 $\square$ 5, 5, 5, 5
- $\square$ 75, 105, 75, 105
 $\square$ 90, 90, 90, 90
 $\square$ 95, 85, 95, 85
- $\square$ 5, 6, 5, 6
 $\square$ 5, 5, 5, 5

牛刀小試 15

- A $\square$ 一組對邊平行且等長。
 B $\square$ 二個 $\triangle$ 全等 (AAS)。
 C $\square$ 一組對邊不平行。
(同側內角相加要 180 度)
 D $\square$ 二個 $\triangle$ 全等 (RHS)。
 E $\square$ 一組對邊平行, 另一組對邊等長
但不確定是否平行,
因此可能是等腰梯形。
 F $\square$ 有一組對邊不平行。



B4 4-3 特殊的四邊形



溫故知新 ① 平行四邊形的判別



如何判別一個四邊形是不是平行四邊形？

① **定義**：兩雙對邊分別_____，就是平行四邊形。

② **判別性質**：

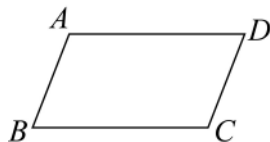
(1) 兩雙對邊分別_____，就是平行四邊形。

(2) 一雙對邊_____，就是平行四邊形。

(3) 兩雙對角分別_____，就是平行四邊形。

(4) 對角線_____，就是平行四邊形。

若 $ABCD$ 是平行四邊形



① 對邊

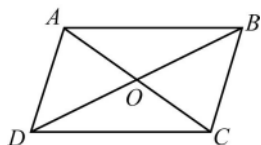
② 對角

③ 對角線



牛刀小試 ①

1. 平行四邊形的判別。



(1) 若 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，_____，
則四邊形 $ABCD$ 就是平行四邊形。

(2) 若 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，_____，
則四邊形 $ABCD$ 就是平行四邊形。

(3) 若 $\angle A = \angle C$ ，_____，
則四邊形 $ABCD$ 就是平行四邊形。

(4) 若 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ，_____，
則四邊形 $ABCD$ 就是平行四邊形。

2. 在空格中填入適當答案，使四邊形成為平行四邊形。

(1) 若 $\overline{CD} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，
且 $\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，

則四邊形 $ABCD$ 就是平行四邊形。

(2) 若 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，
且 $\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，
則四邊形 $ABCD$ 就是平行四邊形。

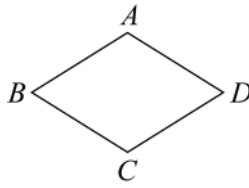
(3) 若 $\angle D = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，
且 $\angle A = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，
則四邊形 $ABCD$ 就是平行四邊形。

(4) 若 $\overline{OC} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，
且 $\overline{OD} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，
則四邊形 $ABCD$ 就是平行四邊形。



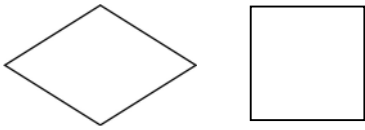
① 什麼是菱形？

的四邊形，就是 。



筆記

② 菱形和正方形有何不同？



③ 菱形和平行四邊形有何不同？

整理

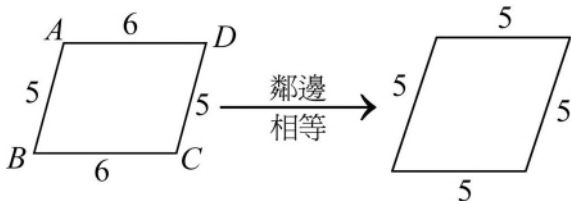
① 菱形是特別的_____。

② _____是特別的菱形。



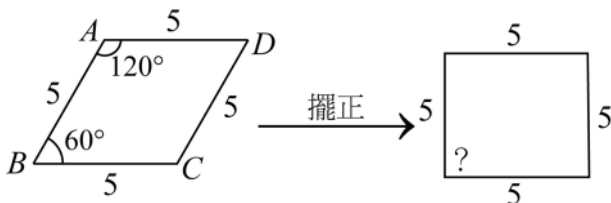
牛刀小試 2

1. 如何讓平行□變成菱形？



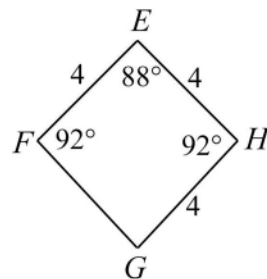
發現：讓平行□的_____相等
就是菱形，因此_____
就是特別的平行□。

2. 如何讓菱形變成正方形？



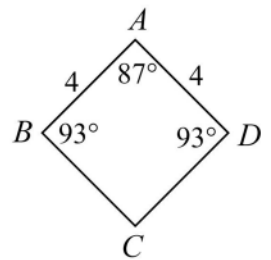
發現：將菱形擺正，角度變成_____度
就是正方形，因此_____就是特
別的菱形。

3. 根據給定的邊長與角度觀察下列是什麼形？



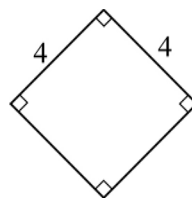
(圖一)

(1) 答：_____



(圖二)

(2) 答：_____



(圖三)

(3) 答：_____

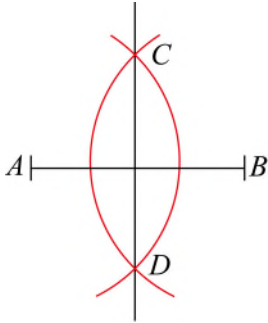


概念

② 菱形的對角線互相垂直平分



- ① 你記得「中垂線作圖」嗎？ ② 因為 $ABCD$ 是_____形，也是平行四邊形的一種，所以對角線互相 _____



- ③ 因為 $\overleftrightarrow{CD}$ 是 $\overline{AB}$ 的中垂線，所以 $\overleftrightarrow{CD}$ 和 $\overline{AB}$ 互相 _____

- 請你連接 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{BD}$ ④ 由 2 和 3 可知，菱形的 2 條對角線互相 _____
請問： $ABCD$ 是_____形，為什麼？ _____

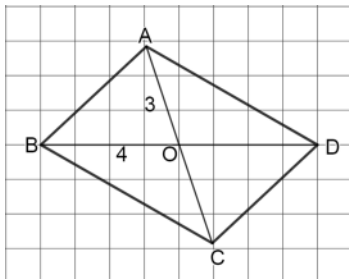
有沒有其他做法？

平行□

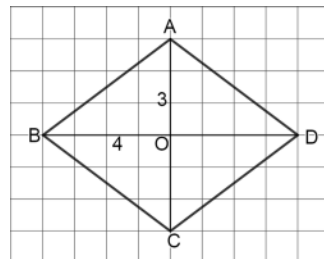


牛刀小試 3

菱形



對角線
擺正



- (1) $\square ABCD$ 的對角線是_____和_____。

(2) 平行□ 對角線有沒有互相平分？
_____。
 $\overline{CO} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，
 $\overline{DO} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(3) $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
因此，平行□ 對角線有沒有等長？
_____。

(4) 平行□ 對角線有沒有互相垂直？
_____。
- (1) 菱形 $ABCD$ 的對角線是_____和_____。

(2) 菱形對角線有沒有互相平分？
_____。
 $\overline{CO} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，
 $\overline{DO} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(3) $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
因此，菱形對角線有沒有等長？
_____。

(4) 菱形對角線有沒有互相垂直？
_____。

3. 請你寫出平行四邊形和菱形對角線的特性

- (1) 平行四邊的對角線 ☐ 互相平分 ☐ 一樣長 ☐ 互相垂直
(2) 菱形的對角線 ☐ 互相平分 ☐ 一樣長 ☐ 互相垂直



例題 1 菱形的對角線互相垂直平分

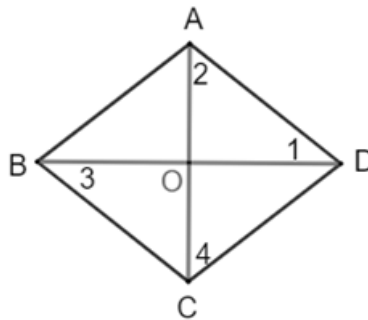


若 $ABCD$ 是菱形， $\angle 1 = 38^\circ$ 。

① $\angle 2 =$ _____，為什麼？

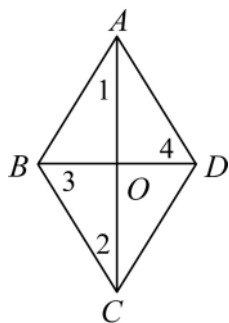
② $\angle 3 =$ _____，為什麼？

③ $\angle 4 =$ _____，為什麼？



牛刀小試 4

1. 已知 $ABCD$ 是菱形， $\angle 1 = 32^\circ$ 。



(1) $\angle 2 =$ _____，為什麼？

答：_____。

(2) $\angle 3 =$ _____，為什麼？

答：_____。

(3) $\angle 4 =$ _____，為什麼？

答：_____。

2. 已知右圖是菱形。

$\angle 1 =$ _____，

$\angle 2 =$ _____，

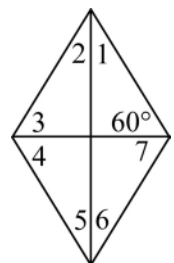
$\angle 3 =$ _____，

$\angle 4 =$ _____，

$\angle 5 =$ _____，

$\angle 6 =$ _____，

$\angle 7 =$ _____。



由(2)中發現：

菱形的二條對角線不只互相平分和垂直，
也平分每個內角。

將上面發現在框框中寫一次



例題 ② 應用畢氏定理求對角線



已知： $ABCD$ 是菱形，對角線 $\overline{AC}$ 和 $\overline{BD}$ 交於 O 點，

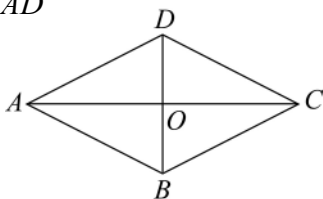
若 $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$

① $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$

② $\overline{CO} = \underline{\hspace{2cm}}$

③ $\overline{AD} = 10$ ，求 $\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ (提示：畢氏定理)

④ $\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}} \Rightarrow \overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$



牛刀小試 5

1. 菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} = 8$ ，

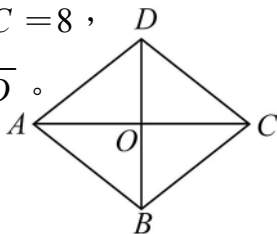
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 。

(1) $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{CO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $\overline{AD} = 5$ ，則 $\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2. 菱形 $ABCD$ 中， $\overline{BD} = 16$ ， $\overline{AC} = 12$

(1) $\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

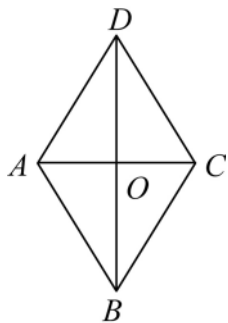
$\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{CO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

菱形的周長 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BD} = 6$ ，

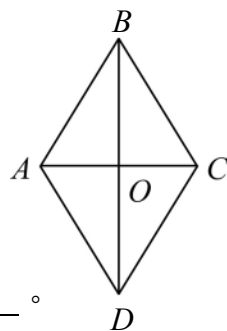
則

(1) $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 菱形的周長 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



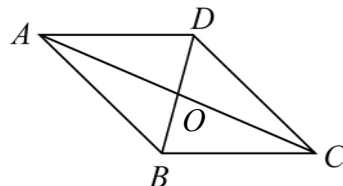
4. 菱形 $ABCD$ 中， $\overline{AC} = 24$ ， $\overline{BD} = 10$

(1) $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

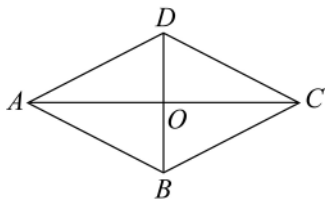
$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 菱形的周長 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。





已知： $ABCD$ 是菱形， $\overline{AC}$ 和 $\overline{BD}$ 是對角線。



請問：圖中四個小 $\triangle$

($\triangle ABO$, $\triangle BCO$, $\triangle CDO$, $\triangle ADO$)

會_____，為什麼？

〈例〉若菱形 $ABCD$ 面積 = 12，

則 $\triangle ABO$ 面積 = ? 為什麼？

菱形的對角線

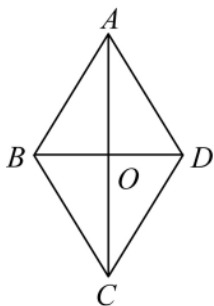


牛刀小試 6

1. 若菱形 $ABCD$ 面積 = 20，則

$\triangle ABD$ 面積 = _____。

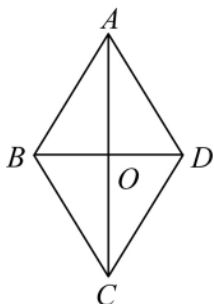
$\triangle ABO$ 面積 = _____。



2. 若 $\triangle ABD$ 面積 = 12，則

$\triangle ABO$ 面積 = _____。

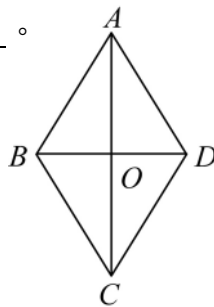
菱形 $ABCD$ 面積 = _____。



3. 若 $\triangle ABO$ 面積 = 8，則

$\triangle ABD$ 面積 = _____。

菱形 $ABCD$ 面積 = _____。

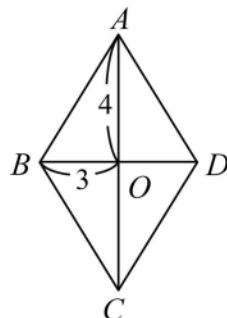


4. 若菱形 $ABCD$ 中， $\overline{AO} = 3$ ， $\overline{BO} = 4$ 。

$\triangle ABO$ 面積 = _____。

$\triangle ABD$ 面積 = _____。

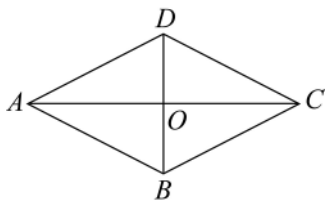
菱形 $ABCD$ 面積 = _____。





若 $ABCD$ 是菱形， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BD} = 8$ ，
則菱形 $ABCD$ 面積是多少？

☆有沒有別的方法？

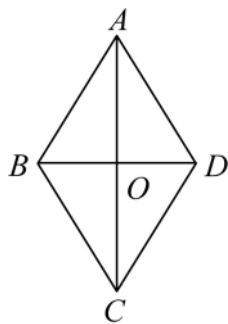


菱形的面積

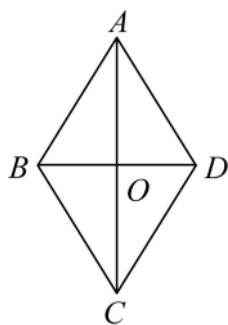


牛刀小試 7

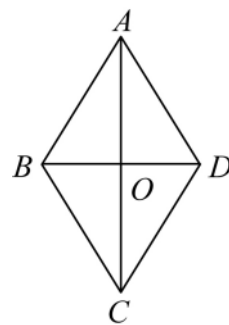
1. 菱形 $ABCD$ 中， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 10$ ，
則菱形 $ABCD$ 面積 = ？



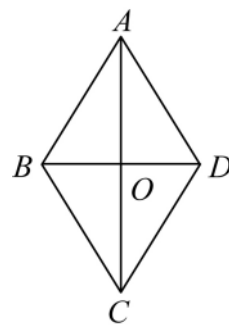
2. 菱形 $ABCD$ 中， $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BD} = 12$ ，
則菱形 $ABCD$ 面積 = ？



3. 菱形 $ABCD$ 面積 = 120，若 $\overline{BD} = 10$ ，
則 $\overline{AC} =$ ？



4. 菱形 $ABCD$ 面積 = 130，若 $\overline{AC} = 26$ ，
則 $\overline{BD} =$ ？

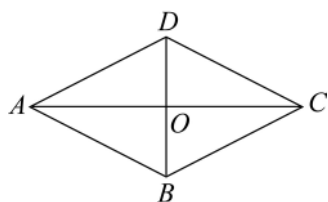




例題 3 菱形的面積

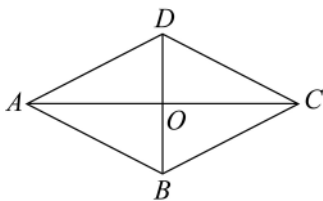


1



若 $ABCD$ 是菱形， $\overline{AC} = 6$ ，
 $\overline{BD} = 12$ ，求 $ABCD$ 面積？

2 已知： $ABCD$ 是菱形



- (1) 若 $\triangle ABO$ 面積是 3，
則 $\triangle CDO$ 面積 = _____，
菱形 $ABCD$ 面積 = _____。
- (2) 菱形 $ABCD$ 面積是 20，
則 $\triangle BCO$ 面積 = _____，
 $\triangle ABO$ 面積 = _____。

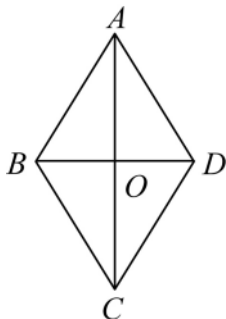


牛刀小試 8

1. 菱形 $ABCD$ 中周長是 40， $\overline{BD} = 12$ ，

則 (1) $\overline{AO} =$ _____。

(2) 菱形 $ABCD$ 面積 = _____。

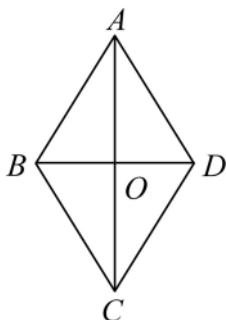


2. 菱形 $ABCD$ 中周長是 20， $\overline{AC} = 8$ ，

則 (1) $\overline{AO} =$ _____。

(2) $\overline{BO} =$ _____。

(3) 菱形 $ABCD$ 面積 = _____。

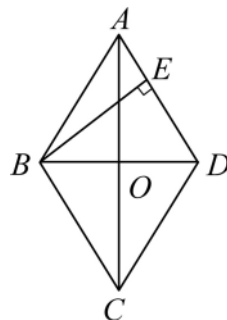


3. 菱形 $ABCD$ 中， $\overline{BE} \perp \overline{AD}$ ， $\overline{AB} = 8$ ，則

(1) $\overline{AD} =$ _____。

(2) 若 $\overline{BE} = 5$ ，則 $\triangle ABD$ 面積 = _____。

(3) 菱形 $ABCD$ 面積 = _____。

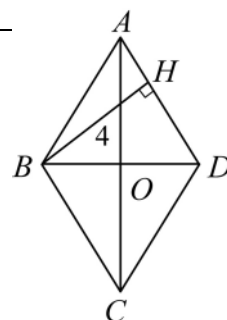


4. 菱形 $ABCD$ 周長是 20，且 $\overline{BH} \perp \overline{AD}$ ，則

(1) $\overline{AD} =$ _____。

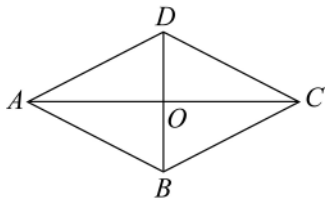
(2) 若 $\overline{BH} = 4$ ，則 $\triangle ABD$ 面積 = _____。

(3) 菱形 $ABCD$ 面積 = _____。





❶ 由定義來判別_____是菱形。

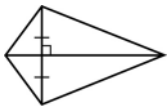


❷ 由對角線來判別對角線互相_____就是菱形，為什麼？

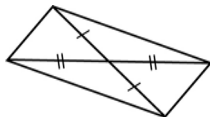


牛刀小試 9

1. (A)



(B)



(C)



(1) 由圖(A)對角線互相垂直就是菱形嗎？答：_____。

(2) 由圖(B)對角線互相平分就是菱形嗎？答：_____。

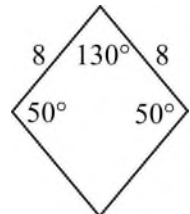
(3) 由圖(C)對角線要互相_____才是菱形。

2. 由定義來看，只要四邊一樣長就是菱形，下列何者為菱形？

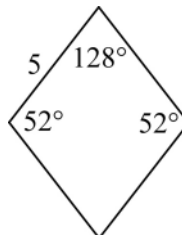
(A)



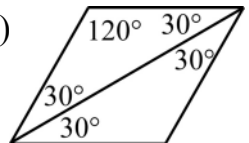
(B)



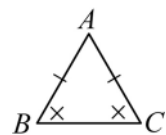
(C)



(D)

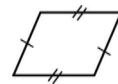


提示①



兩角相等
↓
兩邊相等

提示②



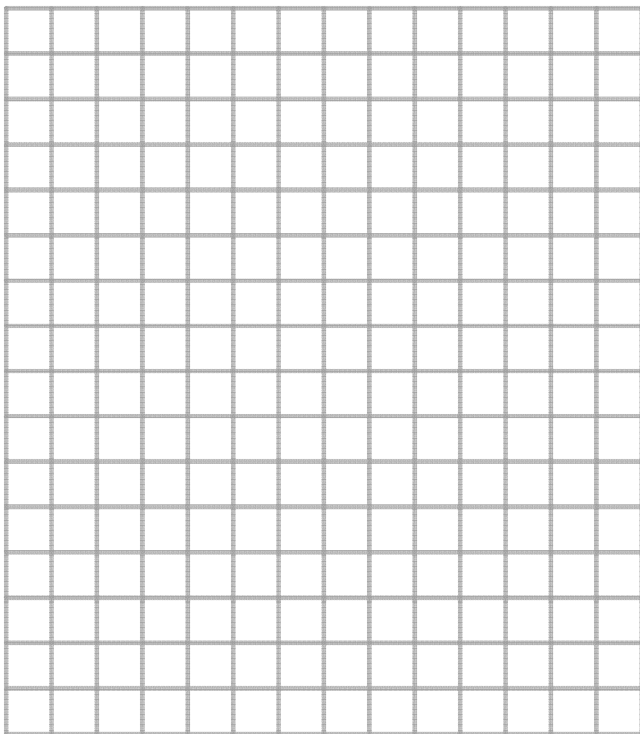
平行□
對邊相等

**例題****4****運用垂直平分線畫菱形****1**請在下面空白畫一個菱形。

☆有沒有其他方法？

問題：(1)你畫得像嗎？

(2)多嘗試幾次發現了什麼？

2利用菱形的對角線互相垂直平分來畫畫看。**牛刀小試 10****1.** (1) 請畫出對角線是 12 和 16 的菱形。**2.** 請畫出對角線是 6 和 8 的菱形。

(2) 請問菱形邊長為何？



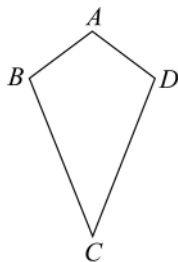
① 什麼是箏形？

兩組_____邊相等的四邊形，
就是_____。
(很像_____)

② 若(1) $\overline{AB} = \overline{AD}$

(2) $\overline{BC} = \overline{CD}$

則 $ABCD$ 是_____



③ 箏形的對角線

若 $ABCD$ 是箏形

$$\overline{AB} = \overline{AD}$$

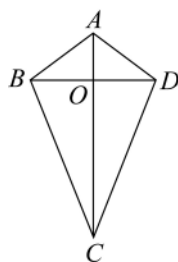
$$\overline{BC} = \overline{CD}$$

請說明：

(1) $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

(2) $\triangle ABO \cong \triangle ADO$

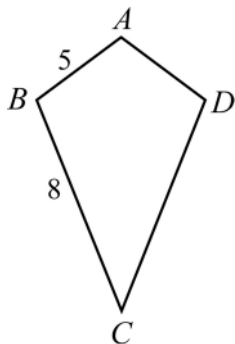
(3) $\overline{AC}$ 是 $\overline{BD}$ 的垂直平分線。



牛刀小試 11

1. 如圖是箏形，則

$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}, \overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 如圖是箏形，若 $\angle 1 = 30^\circ$ ，
 $\angle C = 50^\circ$ ，則

(1) $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

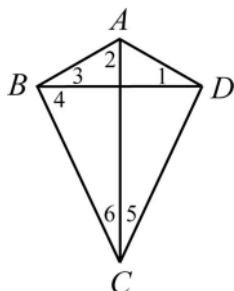
(2) $\angle 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 的度數相同嗎？

答：_____。

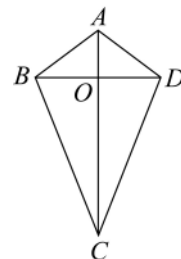
3. 箏形 $ABCD$ ， $\triangle ABO$ 面積是 6，

$\triangle COD$ 面積是 9，則

(1) $\triangle ADO$ 面積 = _____。

(2) $\triangle BOC$ 面積 = _____。

菱形 $ABCD$ 面積 = _____。

4. 如圖箏形 $ABCD$ 中，若 $\overline{BD} = 24$ ，則

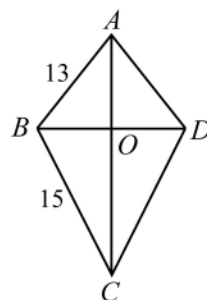
(1) $\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{CO} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ (畢氏定理)



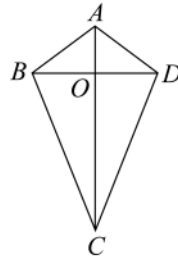


例題 5 箏形的面積



箏形 $ABCD$ 中，若 $\overline{BD} = 8$ ， $\overline{AC} = 13$ ，則此箏形面積多少？

〈方法一〉

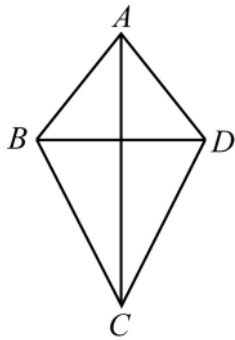


〈方法二〉

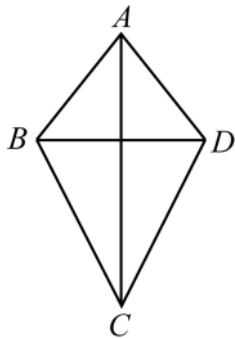


牛刀小試 12

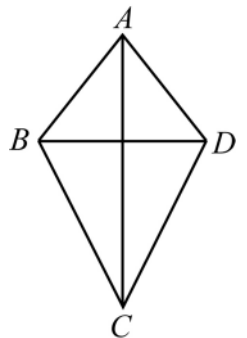
1. 箏形 $ABCD$ 中，若 $\overline{BD} = 5$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則箏形面積為何？



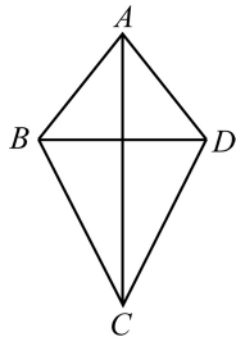
2. 箏形 $ABCD$ 中，若 $\overline{BD} = 6$ ， $\overline{AC} = 10$ ，則箏形面積為何？



3. 箏形 $ABCD$ 面積是 30，若 $\overline{BD} = 5$ ，則 $\overline{AC} = ?$



4. 箏形 $ABCD$ 面積是 40，若 $\overline{BD} = 5$ ，則 $\overline{AC} = ?$



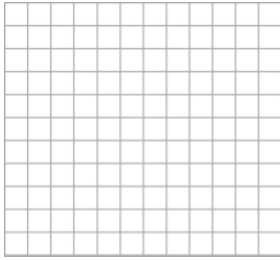


① 定義：_____的四邊形 ④ (1) 矩形的周長 = _____
就是矩形。

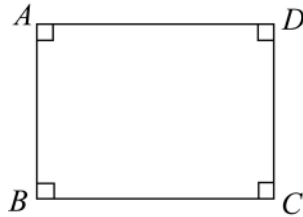
(2) 矩形的面積 = _____

② 矩形就是 。

③ 請畫一個矩形。



⑤ 矩形是不是平行四邊形？
為什麼？



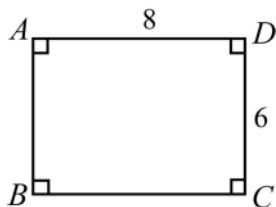
牛刀小試 13

1. 矩形 $ABCD$ 中， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CD} = 6$ 。

(1) 周長 = _____。

(2) 面積 = _____。

(3) $\overline{AC} =$ _____。

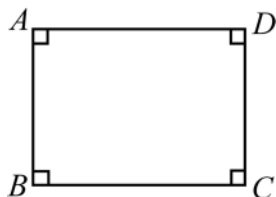


2. 矩形 $ABCD$ 中， $\overline{BD} = 5$ ， $\overline{CD} = 3$ 。

(1) $\overline{BC} =$ _____。

(2) 周長 = _____。

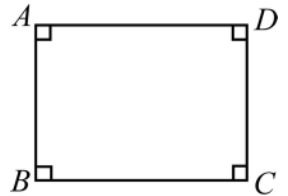
(3) 面積 = _____。



3. 矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} = 8$ ，面積 = 48。

(1) $\overline{CD} =$ _____。

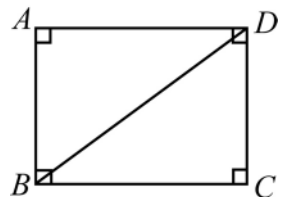
(2) $\overline{AC} =$ _____。



4. 矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} = 12$ ，周長 = 34。

(1) $\overline{CD} =$ _____。

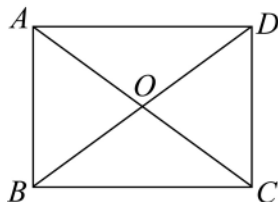
(2) 面積 = _____。





①矩形的對角線 而且 。

②為什麼？



(1) 因為矩形是_____形，所以對角線 ，

也就是說 $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$

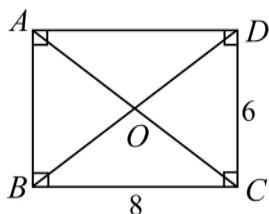
$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\overline{AC}$ 和 $\overline{BD}$ 會相等嗎？



牛刀小試 14

1. 矩形 $ABCD$ 中，

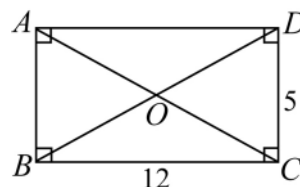


(1) $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$,

$\overline{CO} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 矩形 $ABCD$ 中， $\overline{CD} = 5$, $\overline{BC} = 12$ 。



(1) $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$,

$\overline{CO} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



❶ 定義： 而且 的四邊形就是正方形。

❷ (1) 正方形是不是平行四邊形？為什麼？

(2) 正方形是不是菱形？為什麼？

(3) 正方形是不是矩形？為什麼？

❸ 正方形的對角線互相 、 而且 ，為什麼？



牛刀小試 15

1. 如圖正方形 $ABCD$ ，

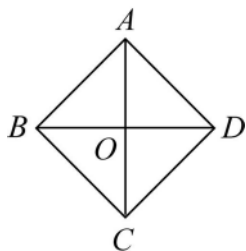
若 $\overline{AC} = 4$

(1) $\overline{BD} =$ _____。

(2) $\overline{AO} =$ _____，

$\overline{DO} =$ _____，

則 $\overline{AD} =$ _____。

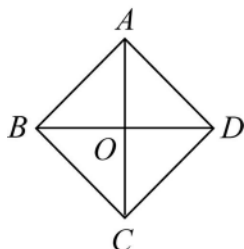


2. 如圖正方形 $ABCD$ ，若 $\overline{AC} = 8$

$\overline{AO} =$ _____，

$\overline{DO} =$ _____，

則 $\overline{AD} =$ _____。



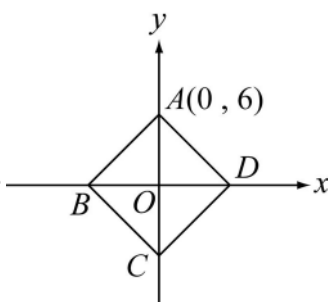
3. 如圖正方形 $ABCD$ ，

若 $A(0, 6)$ ，則

C 點坐標 _____。

D 點坐標 _____。

B 點坐標 _____。



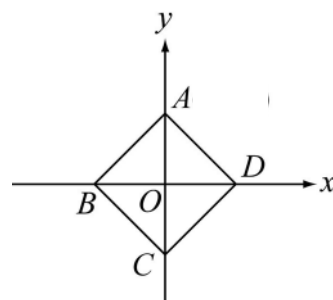
4. 如圖正方形 $ABCD$ ，

若 $B(-5, 0)$ ，則

D 點坐標 _____。

A 點坐標 _____。

C 點坐標 _____。



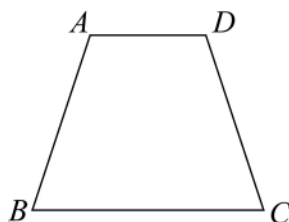


概念 10 梯形



① 定義：恰有 1 雙對邊 的四邊形（另一雙對邊一定 ）

② 圖示



③ 梯形面積公式 = ，為什麼公式長這樣？

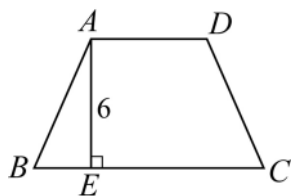


牛刀小試 16

1. 如圖梯形 $ABCD$ 中 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ，

$\overline{AD} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{AE} = 6$ ，

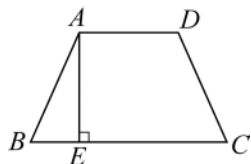
則梯形 $ABCD$ 面積 = 。



2. 如圖梯形 $ABCD$ 中 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ，

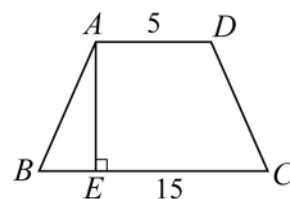
$\overline{AD} = 3$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AE} = 4$ ，

則梯形 $ABCD$ 面積 = 。



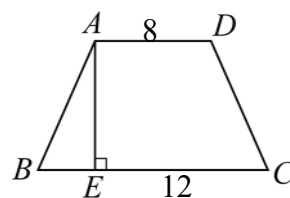
3. 如圖，梯形 $ABCD$ 面積 = 30， $\overline{BC} = 15$

$\overline{AD} = 5$ ，則 $\overline{AE} =$ 。



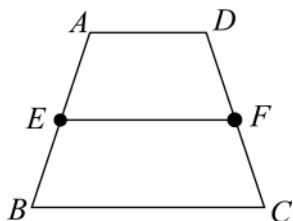
4. 如圖，梯形 $ABCD$ 面積 = 40， $\overline{BC} = 12$

$\overline{AD} = 8$ ，則 $\overline{AE} =$ 。





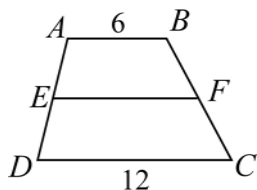
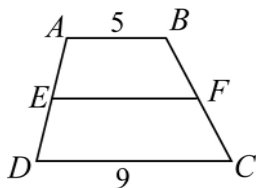
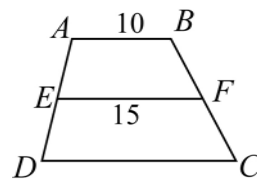
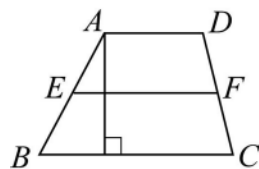
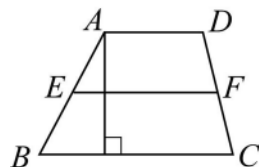
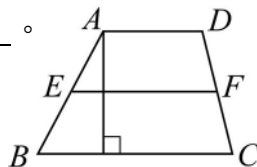
①

②若 $\overline{AD} = 5$, $\overline{BC} = 7$, 則 $\overline{EF} = ?$ ③若 $\overline{EF} = 6$, $\overline{AD} = 3$, $\overline{BC} = ?$ 若 $ABCD$ 是梯形, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ E 、 F 分別是兩腰 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 中點, 則 $\overline{EF} =$,

為什麼?



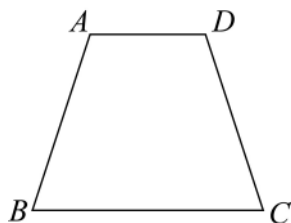
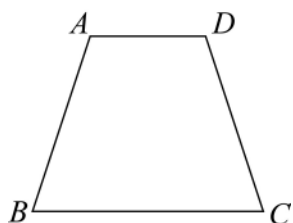
牛刀小試 17

1. 如右圖, 在梯形 $ABCD$ 中, 已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, E 、 F 分別為 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 的中點。若 $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 12$, 則 $\overline{EF} =$ _____。2. 如右圖, 梯形 $ABCD$ 中, 已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, E 、 F 分別為 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 的中點。若 $\overline{AB} = 5$, $\overline{CD} = 9$, 則 $\overline{EF} =$ _____。3. 如右圖, 梯形 $ABCD$ 中,已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, E 、 F 分別為 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 的中點。若 $\overline{AB} = 10$, $\overline{EF} = 15$, 則 $\overline{CD}$ $=$ _____。4. 梯形 $ABCD$ 中, 兩腰中點連線段 $\overline{EF} = 5$,
若高為 4, 則(1) $\overline{AD} + \overline{BC} =$ _____。(2) 梯形 $ABCD$ 的面積 = _____。5. 梯形 $ABCD$ 中, 兩腰中點連線段 $\overline{EF} = 8$,
若高為 5, 則(1) $\overline{AD} + \overline{BC} =$ _____。(2) 梯形 $ABCD$ 的面積 = _____。6. 下圖中, 梯形 $ABCD$ 面積是 30, 高為 6,(1) $\overline{AD} + \overline{BC} =$ _____。(2) $\overline{EF} =$ _____。



- ❶ 定義：兩腰相等的梯形稱為 。
 ❷ 圖示：
 ❸ 等腰梯形兩底角 。

為什麼？



若①

②

則 $ABCD$ 是等腰梯形。

$\angle B$ 和 $\angle C$ 是 。

為什麼？



牛刀小試 18

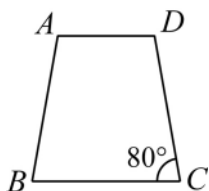
1. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 。若 $\angle C = 80^\circ$ ，

則(1) $\angle B =$ 度，

(2) $\angle A =$ 度，

$\angle D =$ 度。

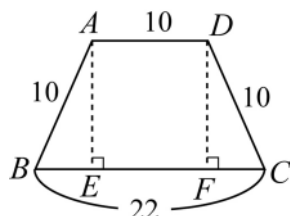


3. 等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，

$\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} = 22$ 。

(1) $\overline{EF} =$ 。

(2) $\overline{BE} = \overline{CF} =$ 。



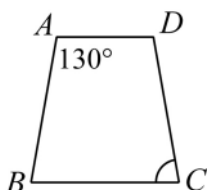
2. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 。若 $\angle A = 130^\circ$ ，

則(1) $\angle D =$ 度。

(2) $\angle B =$ 度，

$\angle C =$ 度。



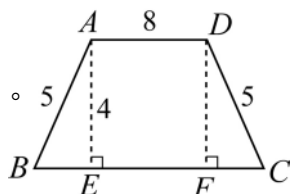
4. 等腰梯形 $ABCD$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，

$\overline{AD} = 8$ 。

(1) $\overline{BE} = \overline{CF} =$ 。

(2) $\overline{EF} =$ 。

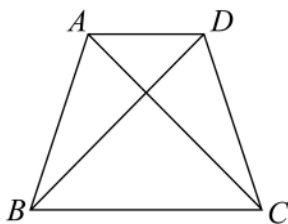
(3) $\overline{BC} =$ 。





已知：等腰梯形 $ABCD$ 中 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

說明： $\overline{AC} = \overline{BD}$



☆對角線等長的四邊形有哪些？



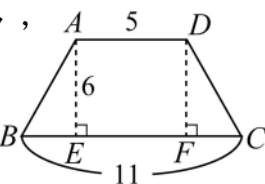
牛刀小試 19

1. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，

$\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{AD} = 5$ ，

$\overline{BC} = 11$ ， $\overline{AE} = 6$ 。



(1) $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{BE} = \overline{CF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 連 $\overline{AC}$ ， $\triangle AEC$ 中， $\overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
則對角線 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

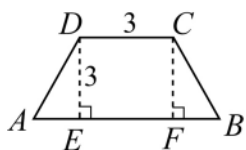
2. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，

$\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{DA} = \overline{CB}$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ 。

若 $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{DE} = 3$ 。

(1) $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{AE} = \overline{BF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



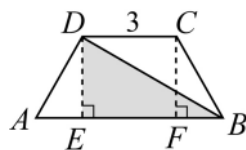
(3) 連 $\overline{BD}$ ， $\triangle DEB$ 中， $\overline{EB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
則對角線 $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 如圖等腰梯形 $ABCD$ 中，

$\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{DA} = \overline{CB}$ ，

$\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ 。



若 $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BD} = 5$

(1) $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

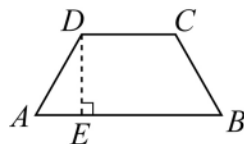
(2) $\overline{AE} = \overline{BF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\triangle DEB$ 中， $\overline{EB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\overline{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，

$\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{DA} = \overline{CB}$ ，

$\overline{DE} \perp \overline{AB}$ 。



若 $\overline{CD} = 9$ ， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{DE} = 5$ ，則

對角線 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



對的打「✓」錯的或不一定的打「×」。

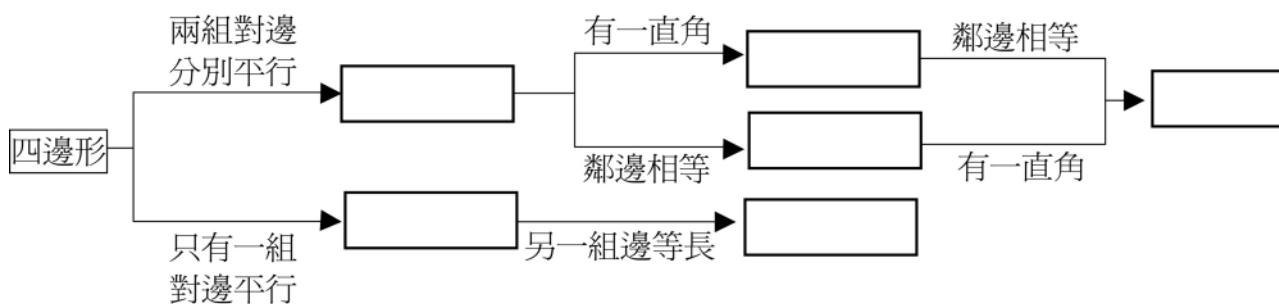
對角線性質	平行四邊形	菱形	箏形	矩形	正方形	梯形	等腰梯形
互相平分							
互相垂直							
一樣長							



牛刀小試 20

下列圖形各具有那些性質？（在空格打「✓」）

圖形 \ 性質	平行四邊形	長方形	菱形	正方形	鳶形
對邊平行					
對邊等長					
對角線等長					
對角線互相平分					
對角線互相垂直					
四角皆為直角					





牛刀小試 1

- (1) $\overline{AD} = \overline{BC}$
(2) $\overline{AB} = \overline{CD}$ (或 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$)
(3) $\angle B = \angle D$
(4) $\overline{OB} = \overline{OD}$
- (1) $\overline{AB}$, 4, $\overline{AD}$, 5
(2) $\overline{AD}$, 5
(3) $\angle B$, 70° , $\angle C$, 110°
(4) $\overline{OA}$, 3, $\overline{OB}$, 4

牛刀小試 2

- (1) 鄰邊, 菱形 2. 90, 正方形
- (1) 菱形
(2) 菱形
(3) 正方形

牛刀小試 3

- (1) $\overline{AC}$, $\overline{BD}$
(2) 有, $\overline{OA}$, 3, $\overline{OB}$, 4
(3) 6, 8, 不一定 (4) 沒有
- (1) $\overline{AC}$, $\overline{BD}$
(2) 有, $\overline{OA}$, 3, $\overline{OB}$, 4
(3) 6, 8, 不一定
(4) 有
- (1) ☒ 互相平分
(2) ☒ 互相平分, ☒ 互相垂直。

牛刀小試 4

- (1) 32° , 因為 $\overline{AB} = \overline{BC}$
(2) 58° , 因為 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$,
所以 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$
(3) 58° , 因為 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$,
所以 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 內錯角相等。
- (1) $30^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 30^\circ, 30^\circ, 60^\circ$
(2) 略

牛刀小試 5

- (1) 4, 4 (2) 3, 3, 6
(3) 10, 40
- (1) 8, 8 (2) 6, 6
(3) 10, 40
- (1) 2 (2) 3
(3) $\sqrt{13}$ (4) $4\sqrt{13}$
- 12, 5, 13, 52

牛刀小試 6

- 10, 5
- 6, 24
- 16, 32
- 6, 12, 24

牛刀小試 7

- 60
- 96
- 24
- 10

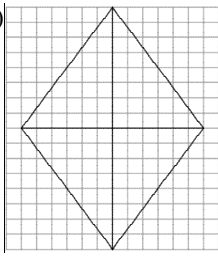
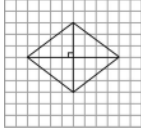
牛刀小試 8

- (1) 8 (2) 96
(3) 4 (2) 3
(3) 24
(1) 8 (2) 20
(3) 40
(1) 5 (2) 10
(3) 20

牛刀小試 9

- (1) 不是 (2) 不是
(3) 垂直平分
- (A)(B)(D)

牛刀小試 10

- (1)  (2) 10
- 

牛刀小試 11

- 5, 8
- (1) $30^\circ, 60^\circ$ (2) $25^\circ, 25^\circ, 65^\circ$
(3) 不一樣
- (1) 6 (2) 9, 30
- (1) 12, 12 (2) 5, 9, 14

牛刀小試 12

- 30
- 30
- 12
- 16

牛刀小試 13

- (1) 28 (2) 48
(3) 10
- (1) 4 (2) 14
(3) 12
- (1) 6 (2) 10
- (1) 5 (2) 60

牛刀小試 14

- (1) 10, 10 (2) 5, 5, 5, 5
- (1) 13, 13 (2) 6.5, 6.5, 6.5, 6.5

牛刀小試 15

- (1) 4 (2) 2, 2, $2\sqrt{2}$
- 4, 4, $4\sqrt{2}$
- (0, -6), (6, 0), (-6, 0)
- (5, 0), (0, 5), (0, -5)

牛刀小試 16

- 39
- 20
- 3
- 4

牛刀小試 17

- 9
- 7
- 20
- 10, 20
- 16, 40
- (1) 10 (2) 5

牛刀小試 18

- (1) 80 (2) 100, 100
- (1) 130 (2) 50, 50
- (1) 10 (2) 6
- (1) 3 (2) 8
(3) 14

牛刀小試 19

- (1) 5 (2) 3
(3) 8, 10 (4) 10
- (1) 3 (2) 1
(3) 4, 5 (4) 5
- (1) 3 (2) 1
(3) 4, 3
- 13

牛刀小試 20

圖形	平行四邊形	長方形	菱形	正方形	梯形
性質					
對邊平行	✓	✓	✓	✓	
對邊等長	✓	✓	✓	✓	
對角線等長		✓		✓	
對角線互相平分	✓	✓	✓	✓	
對角線互相垂直			✓	✓	✓
四角皆為直角		✓		✓	

