



# B2 2-1 二元一次方程式



概念

## ① 認識二元一次式



① 二元一次式

② 舉例

$3x-2y+1$  ,  $2x+y$  ,  $\frac{1}{3}x+5y-7$  這些都是\_\_\_\_\_。

↓舉例

$$3x-y+2$$

$$-2x-3y$$

①  $x$  項是\_\_\_\_\_，係數是\_\_\_\_\_

①  $x$  項是\_\_\_\_\_，係數是\_\_\_\_\_

②  $x$  項是\_\_\_\_\_，係數是\_\_\_\_\_

②  $y$  項是\_\_\_\_\_，係數是\_\_\_\_\_

③ 常數項是\_\_\_\_\_

③ 常數項是\_\_\_\_\_

★ 提醒

$2x+3y$  是\_\_\_\_\_元\_\_\_\_\_次式。

$2x+3$  是\_\_\_\_\_元\_\_\_\_\_次式。

$2x^2+3x$  是\_\_\_\_\_元\_\_\_\_\_次式。

★ 認識項、係數、同類項

① 項用「\_」分隔每一項

有  $x$  的稱為\_\_\_\_\_項。

有  $y$  的稱為\_\_\_\_\_項。

只有數字的稱為\_\_\_\_\_項。

② 係數： $x$ 、 $y$  前面的數字

(不包含符號喲)



## 牛刀小試 ①

1. (1) 下列何者是二元一次式？答：\_\_\_\_\_。

(A)  $3x+5$

(B)  $2x-2y+1$

(C)  $2x^2-x-1$

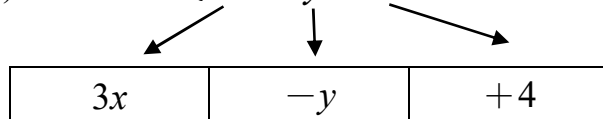
(2) 下列何者是二元一次式？答：\_\_\_\_\_。

(A)  $-3x-y$

(B)  $3x-y^2+1$

(C)  $-y+1$

2. (1) 二元一次式  $3x-y+4$



(前面符號記得帶著走~)

$x$  項是\_\_\_\_\_， $x$  項係數是\_\_\_\_\_。

$y$  項是\_\_\_\_\_， $y$  係數是\_\_\_\_\_。

常數項是\_\_\_\_\_。

(2) 二元一次式  $-x-2y$

--	--	--

$x$  項是\_\_\_\_\_， $x$  項係數是\_\_\_\_\_。

$y$  項是\_\_\_\_\_， $y$  項係數是\_\_\_\_\_。

常數項是\_\_\_\_\_。

未知數  
( $x, y$ )代入數字  
(計算)一個數  
(值)①  $3x - 2y + 1$  就是  $3 \times \square - 2 \times \triangle + 1$  $x = 1, y = 1 \Rightarrow 3x - 2y + 1$  的值  $= 3 \times ( ) - 2 \times ( ) + 1$  $x = -1, y = 2 \Rightarrow 3x - 2y + 1$  的值  $= \underline{\hspace{2cm}}$  $x = 2, y = -2 \Rightarrow 3x - 2y + 1$  的值  $= \underline{\hspace{2cm}}$ ② 結論：二元一次式會因為  $x, y$  的數字不同而得到不同答案★ 求值就是把未知數  
換成數字來計算。★  $3x = 3 \times \square$ (1)  $x = 1$ ，就是  $x$  換成 1 $\Rightarrow 3x = 3 \times \square = \underline{\hspace{1cm}}$ (2)  $x = -2$ ，就是  $x$  換成  $-2$  $\Rightarrow 3x = 3 \times \square = \underline{\hspace{1cm}}$ ★  $-2y = -2 \times \square$ (1)  $y = 1$ ，就是  $y$  換成 1 $\Rightarrow -2y = -2 \times \square = \underline{\hspace{1cm}}$ (2)  $y = -2$ ，就是  $y$  換成  $-2$  $\Rightarrow -2y = -2 \times \square = \underline{\hspace{1cm}}$ 

## 牛刀小試 2

1. 求下列二元一次式的值：

(1) 當  $x = 1, y = 2$  時 $3x + 2y + 5$  的值  $= \underline{\hspace{2cm}}$ 。 $3 \times ( ) + 2 \times ( ) + 5 =$ (2) 當  $x = -1, y = 3$  時 $3x + 2y + 5$  的值  $= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 試在下表中填入各二元一次式的值

二元一次式	$x$	0	2
	$y$	0	1
$2x - 3y + 4$	$x =$ $y =$	$x =$ $y =$	$x =$ $y =$
		$2x - 3y + 4$	$2x - 3y + 4$
$4x - 3y$	$x =$ $y =$	$x =$ $y =$	$x =$ $y =$
		$4x - 3y$	$4x - 3y$



■化簡就是\_\_\_\_\_

■同類項：\_\_\_\_\_

↓舉例

$6x$ 、 $3x$ 、 $-5x$ 、 $\frac{1}{2}x$  這些都是同類項，同樣是\_\_\_\_\_項。

$3x$ 、 $-y$ 、 $-5y$ 、 $1.2y$  這些都是同類項，同樣是\_\_\_\_\_項。

$2$ 、 $-3$ 、 $-7$ 、 $0$  這些都是同類項，同樣是\_\_\_\_\_項。

①  $6x+3y-5x-5y$                       ②  $3x+2y-7+5x-y-3$

★同類項才能和同類項

加減合併

常  
數  
項

$$3 + (-5) =$$

$$(-3) + (-5) =$$

$$3 - 5 =$$

$$3 - (-5) =$$

$$-3 - 5 =$$

x  
項

$$3x + 5x =$$

$$3x + (-5x) =$$

$$(-3x) + (-5x) =$$

y  
項

$$3y - 5y =$$

$$3y - (-5y) =$$

$$-3y - 5y =$$



### 牛刀小試 3

1. 回答下列問題。

(A)  $-3$  (B)  $-3x$  (C)  $1.2y$  (D)  $4$

(E)  $1.5x$  (F)  $4y$  (G)  $-0.2$

(1) 上列哪些是  $4x$  的同類項？

(就是都含有  $x$  的項)

答：\_\_\_\_\_。

(2) 上列哪些是  $-3y$  的同類項？

(就是都含有  $y$  的項)

答：\_\_\_\_\_。

(3) 上列哪些是  $2$  的同類項？

(就是都沒有  $x$  和  $y$  只有數字的項)

答：\_\_\_\_\_。

2. 化簡下列各式

(1)  $-x+4x+3y-2y-2+3=?$

(2)  $2x-y-5+x-3y+6=?$



# 例題 ① 二元一次式的化簡 (括號型)



化簡下列二元一次式

①  $-(-2x-3y+1)$

②  $-(2x+3y-1)$

③  $(3x+4y+2)+(-2x-3y+1)$

④  $(3x+4y+2)-(-2x-3y+1)$

★去括號法則①  $+(a+b)=$  \_\_\_\_\_

$+(a-b)=$  \_\_\_\_\_

②  $-(a+b)=$  \_\_\_\_\_

$-(a-b)=$  \_\_\_\_\_

③  $-(2x+3)=$

$-(2x-3)=$

$-(-2x+3)=$

$-(-2x-3)=$



## 牛刀小試 4

1. 展開下列各式

(1)  $-(3x-4y+1)=$  \_\_\_\_\_。

(2)  $-(-x+3y-6)=$  \_\_\_\_\_。

(3)  $-(6x-3y+2)=$  \_\_\_\_\_。

2. 化簡下列各式

(1)  $(2x-y-5)+(-x+3y+6)=$

(2)  $(2x-y+5)-(-x+3y+6)=$

(3)  $-(3x+4y+1)-(6x-3y)+2=$



## 例題 ② 二元一次式的化簡 ( 倍數型 )



化簡下列二元一次式

①  $4(-2x-3y+1)$

②  $-4(-2x-3y+1)$

③  $(x-y)+4(-2x-3y+1)$

④  $(x-y)-4(-2x-3y+1)$

★ 分配律

①  $a(b+c) = \underline{\hspace{2cm}}$

$a(b-c) = \underline{\hspace{2cm}}$

②  $4(2x+3) =$

$4(2x-3) =$

$4(-2x+3) =$

$4(-2x-3) =$

③  $-4(2x+3) =$

$-4(2x-3) =$

$-4(-2x+3) =$

$-4(-2x-3) =$



## 牛刀小試 5

1. 展開下列各式

(1)  $3(x-y+1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $-3(x-y+1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3)  $2(-2x+y-3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4)  $-2(2x+y-3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 化簡下列各式

(1)  $(2x-5y+6)+3(x-y+1) =$

(2)  $(2x-5y+6)-3(x-y+1) =$

(3)  $(x-y)+2(-2x+y-3) =$

(4)  $3(x-y)-2(-2x+y-3) =$



# 4 認識二元一次方程式

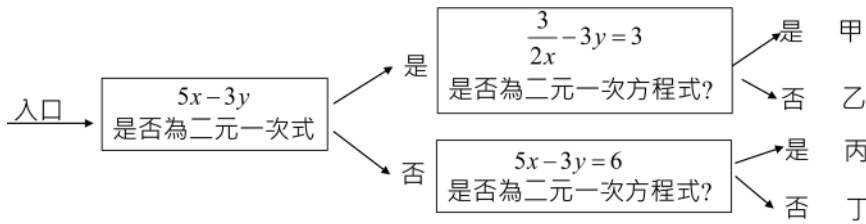


## 1 二元一次方程式

2 舉例： $x-y=3$ ， $2x-3y=4$ ， $x=y-4$ ，  
這些都是\_\_\_\_\_。

### 例題

試問此遊戲最後到達哪個地方？



### ★提醒

1  $2x+3y=5$   
→ \_\_\_\_\_元\_\_\_\_\_次方程式

2  $2x+3=5$   
→ \_\_\_\_\_元\_\_\_\_\_次方程式

3  $2x^2+3x=5$   
→ \_\_\_\_\_元\_\_\_\_\_次方程式

### ★叮嚀

二元一次方程式就是能化簡成  
「二元一次式=一個數」



## 牛刀小試 7

1. 下列何者是二元一次式？何者是二元一次方程式？

(1)  $2x+3y+1$ ，

稱為\_\_\_\_\_。

(2)  $2x+3y+1=0$ ，

稱為\_\_\_\_\_。

2. 下列哪些是二元一次方程式？

答：\_\_\_\_\_

(A)  $6x+9y$

(B)  $3x-5y=0$

(C)  $2x-\frac{1}{3}y=-7$

(D)  $x+7=0$

(E)  $x^2+x=7$



① 求  $x+y=10$  的解  $\Rightarrow$   $\square + \triangle = 10$

② 求  $2x-y=5$  的解  $\Rightarrow$   $2 \times \square - \triangle = 5$

① 二元一次方程式的解，通常有 \_\_\_\_\_ 組。

② 解的表示方法：  
\_\_\_\_\_。



## 牛刀小試 8

1. 請找出下列二元一次方程式的 3 組解

(1)  $x-y=3 \Rightarrow \square - \triangle = 3$

(2)  $x-2y=4 \Rightarrow \square - 2 \times \triangle = 4$

2. 請找出下列二元一次方程式的 3 組解

(1)  $x+y=10 \Rightarrow \square + \triangle = 10$

(2)  $2x+y=13 \Rightarrow 2 \times \square + \triangle = 13$



# 例題 4 二元一次方程式的解 (檢驗)



$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$



(換掉)  
代入數字



左 = 右



正解

★如何檢驗你的答案是正確的？

1 下列哪一個是二元一次方程式  $2x - y = 5$  的一組解？  $\Rightarrow 2 \times \square - \triangle = 5$

(A)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$



## 牛刀小試 9

1. 下列何者是二元一次方程式  $3x - 2y = 6$  的一組解？答：\_\_\_\_\_。

(A)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

$$3x - 2y = 6$$

$$3 \cdot \square - 2 \cdot \square = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3x - 2y = 6$$

$$3 \cdot \square - 2 \cdot \square = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3x - 2y = 6$$

$$3 \cdot \square - 2 \cdot \square = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 下列何者是二元一次方程式  $2x - 3y = 12$  的一組解？答：\_\_\_\_\_。

(A)  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

3. 將  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$  代入下列二元一次方程式，並檢驗是哪一個方程式的解？答：\_\_\_\_\_。

(A)  $3x - y - 1 = 0$

(B)  $x - y = 1$

(C)  $x - y = -1$



# 例題 5 二元一次方程式的解 (給一解)



( $x$  或  $y$ )  
代入數字



一元一次  
方程式



求解  
(等量公理或移項法則)

★求一元一次方程式的解。

①  $x+2=5$

②  $3x=5$

③  $2x+3=5$

給一未知數 ( $x$  或  $y$ ) 的解，可求出另一個解嗎？

求二元一次方程式  $2x-y=5$  的解  $\Rightarrow 2 \times \square - \triangle = 5$

- (1) 若  $x=3$ ，則  $y=$  \_\_\_\_\_
- (2) 若  $x=-4$ ，則  $y=$  \_\_\_\_\_
- (3) 若  $y=3$ ，則  $x=$  \_\_\_\_\_
- (4) 若  $y=-4$ ，則  $x=$  \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 10

1. 求下列二元一次方程式  $3x+2y=12$  的解

- (1) 當  $x=1$ ， $y=$  \_\_\_\_\_。  
 $3x+2y=12$   
 $3 \cdot ( ) + 2y=12$

(2) 當  $x=2$ ， $y=$  \_\_\_\_\_。

(3) 當  $y=0$ ， $x=$  \_\_\_\_\_。

(4) 當  $y=2$ ， $x=$  \_\_\_\_\_。

2. 在下表中填入適當的  $x$  或  $y$  值，使每一行

$x$  與  $y$  的值都是方程式  $3x-y=5$  的一組解。

$x$	2	3		
$y$			7	10

①  $x=2$   
 $3x-y=5$   
 $3 \cdot ( ) - y=5$

②  $x=3$   
 $3x-y=5$

③  $y=7$   
 $3x-y=5$   
 $3x-( ) = 5$

④  $y=10$   
 $3x-y=5$



列「二元一次式」及「二元一次方程式」就是：  
使用英文  $a$ 、 $b$  或  $x$ 、 $y$  等字母，代表某個未知數。

	文字敘述	列二元一次式
①	$y$ 加 $x$ 減 5	
②	$x$ 的 2 倍加 $y$ 的 3 倍	
	文字敘述	列二元一次方程式
①	$y$ 比 $x$ 大 5	
②	$x$ 的 2 倍多 10，是 $y$ 的 3 倍	

★ 將文字敘述轉換為數學符號

文字敘述	數學符號
大、多	
小、少	
的... 倍	
分成 3 等分	
為、是、比	
文字敘述	列一元一次式
比 $x$ 大 5	
比 $y$ 的 2 倍小 3	
文字敘述	列一元一次方程式
比 $x$ 大 5 是 3	
5 比 $y$ 的 2 倍小 3	



## 牛刀小試 11

1. 列二元一次式：

(1)  $x$  的 5 倍加上  $y$  的 4 倍，  
可列式為\_\_\_\_\_。

(2)  $x$  的 5 倍減去  $y$  的 4 倍再加上 7，  
可列式為\_\_\_\_\_。

(3)  $x$  的 6 倍加上  $y$  的 9 倍，  
可列式為\_\_\_\_\_。

(4)  $x$  的 6 倍減去  $y$  的 9 倍再加上 2，  
可列式為\_\_\_\_\_。

2. 列二元一次方程式：

(1)  $x$  比  $y$  多 100，

可列式為\_\_\_\_\_。

(2)  $x$  的一半比  $y$  少 10，

可列式為\_\_\_\_\_。

(3)  $x$  比  $y$  的 2 倍多 10，

可列式為\_\_\_\_\_。



## 例題 ⑥ 列二元一次式及二元一次方程式



### 列二元一次式

① 1 個 50 元的硬幣和 12 個 10 元的硬幣，總共多少錢？

算式： $50 \times ( ) + 10 \times ( )$

②  $x$  個 50 元的硬幣和  $y$  個 10 元的硬幣，總共多少錢？

算式  $50 \times ( ) + 10 \times ( ) \Rightarrow$  整理，列式：\_\_\_\_\_

### 列二元一次方程式

③  $x$  個 50 元的硬幣和  $y$  個 10 元的硬幣，總共 100 元

列式：\_\_\_\_\_

★ 以符號代表數就是：

使用英文  $a$ 、 $b$  或  $x$ 、 $y$  等字母代表某個數。

①  $12$  個 10 元，共有  $10 \times ( )$  元。

②  $x$  個 10 元，共有  $10 \times ( )$  元。

簡記：\_\_\_\_\_元



## 牛刀小試 12

1. 紅豆麵包 1 個 10 元，奶酥麵包 1 個 15 元，則：

(1) 買  $x$  個紅豆麵包需 \_\_\_\_\_ 元。

(2) 買  $y$  個奶酥麵包需 \_\_\_\_\_ 元。

(3) 買  $x$  個紅豆麵包和買  $y$  個奶酥麵包及 20 元豆漿共需 \_\_\_\_\_ 元。

(4) 買  $x$  個紅豆麵包和買  $y$  個奶酥麵包及 20 元豆漿總共 100 元。

依題意列出二元一次方程式為：

\_\_\_\_\_。

2. 雞兔同籠，1 隻雞 2 隻腳，1 隻兔子 4 隻腳，則：

(1)  $x$  隻雞共有 \_\_\_\_\_ 隻腳。

(2)  $y$  隻兔子共有 \_\_\_\_\_ 隻腳。

(3)  $x$  隻雞和  $y$  隻兔子一共 \_\_\_\_\_ 隻腳。

(4)  $x$  隻雞和  $y$  隻兔子一共 60 隻腳。

依題意列出二元一次方程式為：

\_\_\_\_\_。

**例題****7****列二元一次式及二元一次方程式****列二元一次式**

① 宗齊買了 2 杯 20 元的豆漿和 3 個 25 元的飯糰，共花了多少錢？

算式：\_\_\_\_\_

② 宗齊買了 2 杯  $x$  元的豆漿和 3 個  $y$  元的飯糰，共花了多少錢？

列式：\_\_\_\_\_

**列二元一次方程式**

③ 宗齊買了 2 杯  $x$  元的豆漿和 3 個  $y$  元的飯糰，共花了 115 元。

列式：\_\_\_\_\_

★以符號代表數就是：

使用英文  $a$ 、 $b$  或  $x$ 、 $y$  等字母代表某個數。

① 一杯豆漿 20 元，宗齊買了 2 杯，共花  $20 \times (\quad)$  元。

② 一杯豆漿  $x$  元，宗齊買了 2 杯，共花  $x \times (\quad)$  元

**牛刀小試 13**

1. 雞排每份  $x$  元，珍珠奶茶每杯  $y$  元，則：

(1) 買 2 份雞排需 \_\_\_\_\_ 元。

(2) 買 4 杯珍珠奶茶需 \_\_\_\_\_ 元。

(3) 買 2 份雞排和 4 杯珍珠奶茶及 1 份 50 元的鹹酥雞共需 \_\_\_\_\_ 元。

(4) 買 2 份雞排和 4 杯珍珠奶茶及 1 份 50 元的鹹酥雞共需 350 元。

依題意列出二元一次方程式為：

\_\_\_\_\_。

2. 原子筆每枝  $x$  元，鉛筆每枝  $y$  元，則：

(1) 買 3 枝原子筆需 \_\_\_\_\_ 元。

(2) 買 7 枝鉛筆需 \_\_\_\_\_ 元。

(3) 買 3 枝原子筆和 7 枝鉛筆及 1 個 10 元的橡皮擦共需 \_\_\_\_\_ 元。

(4) 買 3 枝原子筆和 7 枝鉛筆及 1 個 10 元的橡皮擦共需 125 元。

依題意列出二元一次方程式為：

\_\_\_\_\_。



牛刀小試 1

1. (1)B (2)A  
 2. (1)  $3x, 3, -y, -1, 4$   
 (2)

$-x$	$-2y$	0
------	-------	---

$-x, -1, -2y, -2, 0$

牛刀小試 2

1. (1) 12 (2) 8  
 2.

$x=0$ $y=0$	$x=2$ $y=1$
4	5
$x=0$ $y=0$	$x=2$ $y=1$
0	5

牛刀小試 3

1. (1)BE (2)CF  
 (3)ADG  
 2. (1)  $3x+y+1$   
 (2)  $3x-4y+1$

牛刀小試 4

1. (1)  $-3x+4y-1$   
 (2)  $x-3y+6$   
 (3)  $-6x+3y-2$   
 2. (1)  $x+2y+1$   
 (2)  $3x-4y-1$   
 (3)  $-9x-y+1$

牛刀小試 5

1. (1)  $3x-3y+3$   
 (2)  $-3x+3y-3$   
 (3)  $-4x+2y-6$   
 (4)  $-4x-2y+6$   
 2. (1)  $5x-8y+9$   
 (2)  $-x-2y+3$   
 (3)  $-3x+y-6$   
 (4)  $7x-5y+6$

牛刀小試 6

難題刪掉

牛刀小試 7

1. (1)二元一次式  
 (2)二元一次方程式  
 2. BC

牛刀小試 8

1. (1) (參考答案)

$x$	3	4	5
$y$	0	1	2

- (2) (參考答案)

$x$	0	4	6
$y$	-2	0	1

2. (1) (參考答案)

$x$	1	2	5
$y$	9	8	5

- (2) (參考答案)

$x$	4	5	6
$y$	5	3	1

牛刀小試 9

1. C  
 2. C  
 3. A、C

牛刀小試 10

1. (1)  $\frac{9}{2}$  (2) 3  
 (3) 4 (4)  $\frac{8}{3}$

2.

$x$	2	3	4	5
$y$	1	4	7	10

① $x=2$ $3x-y=5$ $3 \cdot (2) - y=5$	② $x=3$ $3x-y=5$
③ $y=7$ $3x-y=5$ $3x-(7)=5$	④ $y=10$ $3x-y=5$

牛刀小試 11

1. (1)  $5x+4y$   
 (2)  $5x-4y+7$   
 (3)  $6x+9y$   
 (4)  $6x-9y+2$   
 2. (1)  $x=y+100$   
 (2)  $\frac{x}{2}=y-10$   
 (3)  $x=2y+10$

牛刀小試 12

1. (1)  $10x$  (2)  $15y$   
 (3)  $10x+15y+20$   
 (4)  $10x+15y+20=100$   
 2. (1)  $2x$  (2)  $4y$   
 (3)  $2x+4y$   
 (4)  $2x+4y=60$

牛刀小試 13

1. (1)  $2x$  (2)  $4y$   
 (3)  $2x+4y+50$   
 (4)  $2x+4y+50=350$   
 2. (1)  $3x$  (2)  $7y$   
 (3)  $3x+7y+10$   
 (4)  $3x+7y+10=125$