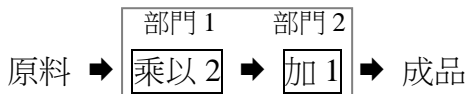




溫故知新 ① 函數與數字工廠



☆<舉例 1>數字工廠



① 原料是 1，成品是_____

② 原料是 2，成品是_____

③ 原料是 3，成品是_____

⋮

④ 原料是 100，成品是_____

⑤ 假設原料是 x ，成品是 Y
我們可以得到 $Y =$ _____

☆給一個原料（數字 x ），只有一個成品（數字 Y ）和它對應，這種對應關係，我們說

☆從左邊的例子，可以得到
 $Y =$ _____，原料 x 是_____次方

稱為

★筆記

1. 原料 → **數字工廠** → 成品 3
不管原料是多少，
成品都是 3
稱為_____

2. 不是函數的例子
原料 → **數字工廠** → 成品

① 有原料但沒成品
⇒ _____

② 1 個原料 2 種成品
⇒ _____



☆函數

給定一個數字 x ，只有一個數字 Y 與它對應我們說，這種對應關係為_____



牛刀小試 ①

1. 原料 → 乘以 4 → 加 1 → 成品

(1) 若原料是 1，則成品是_____。

(2) 若原料是 2，則成品是_____。

(3) 假設原料是 x ，成品是 y ，則我們可以得到 $y =$ _____。

2. 原料 → 乘以 0 → 加 5 → 成品

(1) 若原料是 1，則成品是_____。

(2) 若原料是 2，則成品是_____。

(3) 假設原料是 x ，成品是 5，則
 $y =$ _____。

(4) 如上述的關係，不管原料是多少，成品都是 5，這樣的關係我們稱之為_____。

3. (1) 已知函數 $y = -5x - 7$ ，則：

① 若 $x = 2$ ，則 $y =$ _____。

② 若 $x = -3$ ，則 $y =$ _____。

(2) 已知函數 $y = -7$ ，則：

① 若 $x = 2$ ，則 $y =$ _____。

② 若 $x = -3$ ，則 $y =$ _____。

4. (A) $y = x + 5$ (B) $y = 9$
(C) $y = x^2 + 3$ (D) $y = -2x + 1$

上列函數中：

(1) 屬於一次函數的是_____。

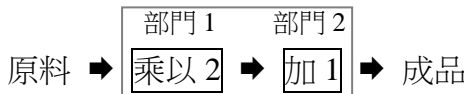
(2) 屬於常數函數的是_____。



概念 ① 二次函數的意義



☆<舉例 1>數字工廠



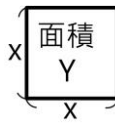
- ① 原料是 1，成品是_____
- ② 原料是 2，成品是_____
- ③ 原料是 3，成品是_____
- ⋮
- ④ 原料是 100，成品是_____
- ⑤ 假設原料是 x ，成品是 Y
我們可以得到 $Y = \underline{\hspace{2cm}}$

☆給一個原料（數字 x ），只有一個成品（數字 Y ）和它對應，這種對應關係，我們說

☆從上面的例子，可以知道 $Y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，原料 x 是 次方稱為

☆<舉例 2>正方形邊長和面積

假設有一個正方形，邊長是 x ，面積是 Y



- ① $x=1$ ， $Y = \underline{\hspace{2cm}}$
- ② $x=2$ ， $Y = \underline{\hspace{2cm}}$
- ③ $x=3$ ， $Y = \underline{\hspace{2cm}}$
- ⋮
- ④ $x=100$ ， $Y = \underline{\hspace{2cm}}$
- ⑤ $Y = \underline{\hspace{2cm}}$

☆假設有一個正方形邊長是 x ，只有一個正方形面積 Y 和它對應，這種對應關係，我們說

☆從上面的例子，可以知道 $Y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，邊長 x 是 次方稱為

★筆記

下列哪些是 x 的二次函數？

- ① $Y = -x^2$
- ② $Y = 5^2 + x$
- ③ $Y = (x+1)^2$
- ④ $Y = 2x$
- ⑤ $Y = x^2 + 3x + 2$

只要化簡後成為 $Y = \underline{\hspace{2cm}}$ 就是二次函數



牛刀小試 ②

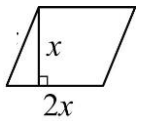
1. 原料 → 平方 → 加 3 → 成品

- (1) 若原料是 1，則成品是_____。
- (2) 若原料是 2，則成品是_____。
- (3) 假設原料是 x ，成品是 y ，則 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 原料 → 加 3 → 平方 → 成品

- (1) 若原料是 1，則成品是_____。
- (2) 若原料是 2，則成品是_____。
- (3) 假設原料是 x ，成品是 y ，則 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 假設有一平行四邊形 \square ，底為 $2x$ ，高為 x ，且面積為 y ，則：



- (1) 若 $x=1$ ，則 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 若 $x=2$ ，則 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 其關係為 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 下列哪些是二次函數？答：_____。

- (A) $y = -\frac{1}{2}x^2$
- (B) $y = x + 1$
- (C) $y = x + 3^2$
- (D) $y = 4^2x$
- (E) $y = \frac{1}{x^2}$
- (F) $y = (x-1)^2 + 3$
- (G) $y = 3 - x - 2x^2$



溫故知新 ② 畫 $y = 2x + 1$ 的圖形



1. 找出 $y = 2x + 1$ 的解

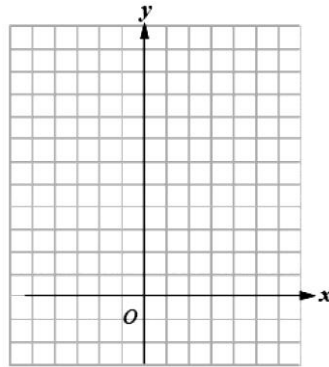
x	1	2	3	4	5	6	...
y							

2. 描點

1 組解 \rightarrow 1 個點

至少要 _____ 個點

3. $y = 2x + 1$ 的圖形是 _____



★筆記



☆整理

1. $y = 2x + 1$ 在直角坐標平面上， x 表示 _____， y 表示 _____

2. ① $y = 2x + 1$ 的 1 組解就是 $y = 2x + 1$ 圖形的 _____

② 在 $y = 2x + 1$ 圖形上的每一個點都是 $y = 2x + 1$ 的 _____

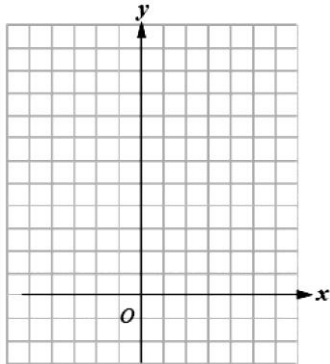
③ $y = 2x + 1$ 有 _____ 組解

$y = 2x + 1$ 的圖形有 _____ 個點

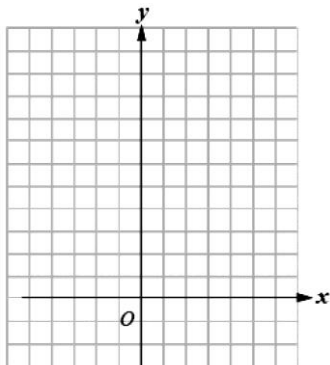


牛刀小試 ③

1. 畫出 $y = 3x + 1$ 的圖形。



2. 畫出 $y = -2x + 1$ 的圖形。



3. 下列哪些點在 $y = -x + 3$ 的圖形上？

答：_____。

(A) (0, 0)

(B) (-2, 5)

(C) (3, 6)

(D) (2, -1)

4. 在下列空格中，填入適當的數，使得該數對符合 $y = -4x - 5$ ：

(1) (-1, _____)。

(2) (0, _____)。

(3) (_____, -9)。



概念

② 二次函數的圖形 1



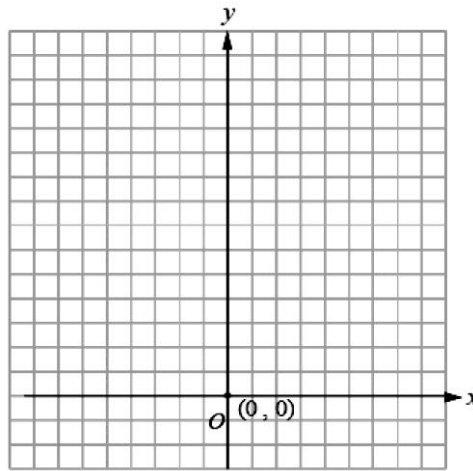
☆畫 $y=x^2$ 的圖形

①寫出 x 所有對應的 y 值

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y									

②把上表所對應的點標示在坐標平面上
如果找很多很多的點，我們可以發現

符合 $y=x^2$ 的很多點
會形成_____。



★筆記

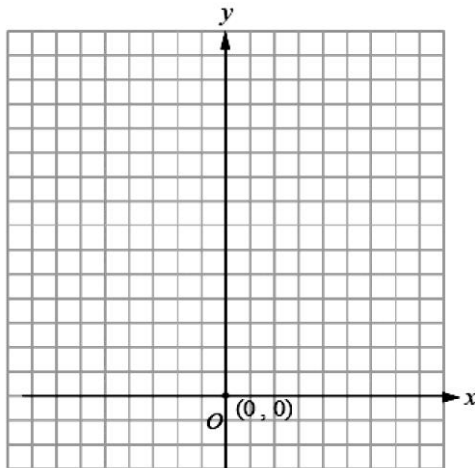
利用 Google 搜尋
 $y=x^2$ 的圖形



牛刀小試 4

1. (1) 畫出二次函數 $y=2x^2$ 的圖形。

x					
y					



符合函數 $y=2x^2$ 的許多點會形成
_____。

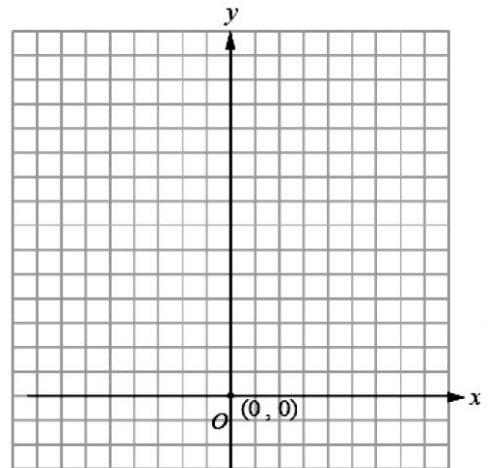
(2) 下列哪些點在 $y=2x^2$ 的圖形上？

- (A)(0, 0) (B)(3, 36)
(C)(-4, -32) (D)(-5, 50)

答：_____。

2. (1) 畫出二次函數 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的圖形。

x					
y					



符合函數 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的許多點會形成
_____。

(2) (6, 18) 在 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的圖形上，則

(__, 18) 也會在 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的圖形上。



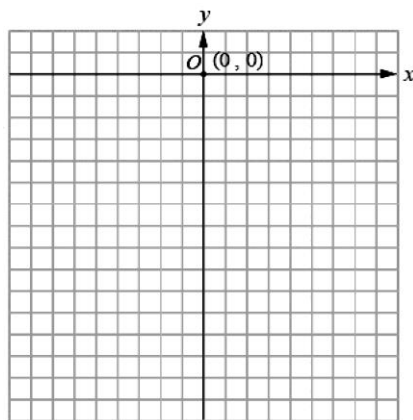
☆畫 $y = -x^2$ 的圖形

①寫出 x 所有對應的 y 值

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y									

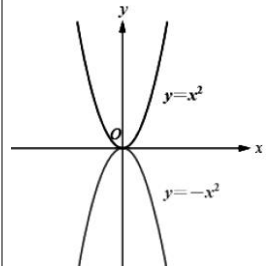
②把上表所對應的點標示在坐標平面上
如果找很多很多的點，我們可以發現

符合 $y = -x^2$ 的很多點會形成_____



★筆記

$y = -x^2$ 的圖形和 $y = x^2$ 的圖形有何不同？



①開口

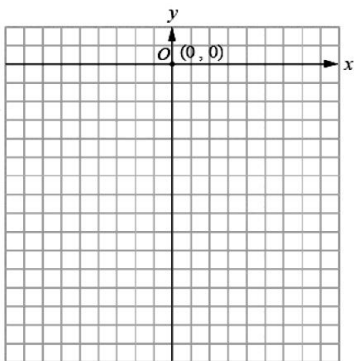
②對稱



牛刀小試 5

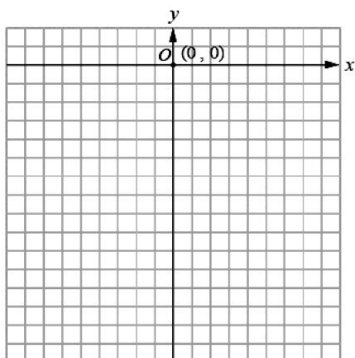
1. (1) 畫出二次函數 $y = -2x^2$ 的圖形。

x					
y					

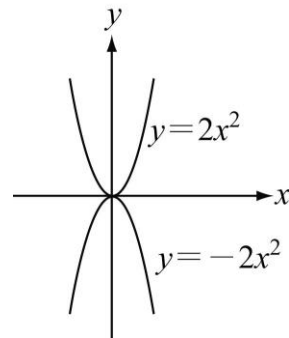


2. (1) 畫出二次函數 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的圖形。

x					
y					



3. 下圖是 $y = 2x^2$ 與 $y = -2x^2$ 的圖形，則：



(1) 兩個圖形的開口方向_____。
(填相同或不相同)

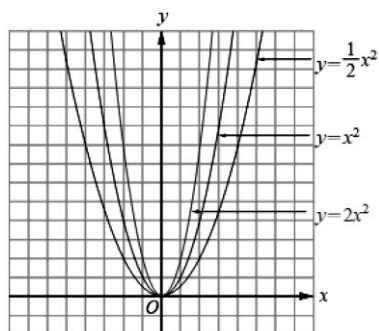
(2) 如果把 $y = 2x^2$ 的圖形沿著 x 軸對摺
會不會和 $y = -2x^2$ 的圖形重疊呢？
答:_____。

4. (1) $y = 3x^2$ 的圖形以 x 軸為對稱軸翻摺
後，會與_____的圖形重疊

(2) 小恩說： $y = \frac{1}{2}x^2$ 的圖形與 $y = -\frac{1}{2}x^2$
的圖形以 x 軸為對稱軸，也可以 y 軸
為對稱軸。請問：小恩說得對嗎？



☆將 $y=x^2$ ， $y=2x^2$ ， $y=\frac{1}{2}x^2$ ，畫在同一個坐標平面上



<註> 這三個圖形

①對稱軸都是_____

②有最_____點是_____

★筆記

☆從上面的圖形。我們可以發現 $y=ax^2$ ($a \neq 0$)

① x^2 前面的係數 a 決定圖形的_____

② $a > 0 \Rightarrow$ 開口_____

③ 如果我們不看符號，只看數字（就是看_____）

數字越大（ $|a|$ 越大），開口_____

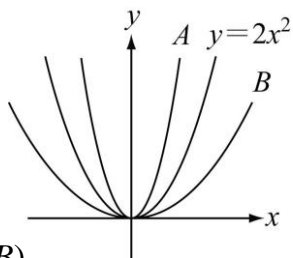
數字越小（ $|a|$ 越小），開口_____



牛刀小試 6

1. 右圖是 $y=3x^2$ 、 $y=2x^2$ 、 $y=\frac{1}{3}x^2$ 的圖形，試問：

(1) $y=3x^2$ 的圖形是附圖中的_____。(填 A 或 B)



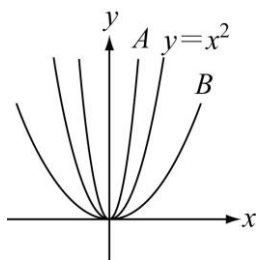
(2) $y=\frac{1}{3}x^2$ 的圖形是附圖中的_____。

(3) 附圖中， $y=_____$ 的圖形開口最大。

(4) 附圖中， $y=_____$ 的圖形開口最小。

2. 右圖是 $y=4x^2$ 、 $y=x^2$ 、 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的圖形，試問：

(1) $y=4x^2$ 的圖形是附圖中的_____。(填 A 或 B)



(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ 的圖形是附圖中的_____。

(3) 附圖中， $y=_____$ 的圖形開口最大。

(4) 附圖中， $y=_____$ 的圖形開口最小。

3. 二次函數 $y=\frac{1}{2}x^2$ 、 $y=x^2$ 、 $y=2x^2$ 、 $y=4x^2$ 的圖形中：

(1) 何者的開口最大？答：_____。

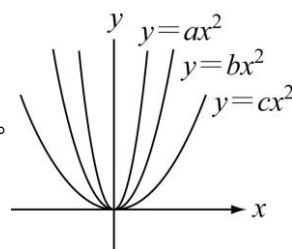
(2) 何者的開口最小？答：_____。

4. 二次函數 $y=\frac{1}{2}x^2$ 、 $y=x^2$ 、 $y=\frac{1}{5}x^2$ 、 $y=3x^2$ 的圖形中：

(1) 何者的開口最大？答：_____。

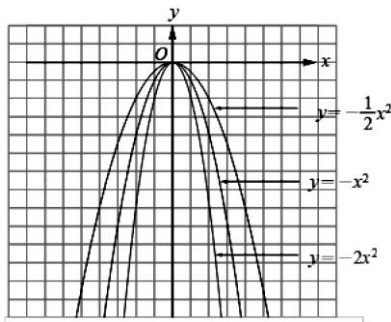
(2) 何者的開口最小？答：_____。

5. 試觀察右圖中的三條拋物線，試判斷 a 、 b 、 c 的大小關係。答：_____。





☆將 $y = -x^2$, $y = -2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$, 畫在同一個坐標平面上



<註> 這三個圖形

- ①對稱軸都是_____
- ②有最_____點是_____

★筆記

☆從上面的圖形。我們可以發現 $y = ax^2 (a \neq 0)$

- ① x^2 前面的係數 a 決定圖形的_____
- ② $a < 0 \Rightarrow$ 開口_____
- ③ 如果我們不看符號，只看數字(就是看_____)
- 數字越大($|a|$ 越大)，開口_____
- 數字越小($|a|$ 越小)，開口_____



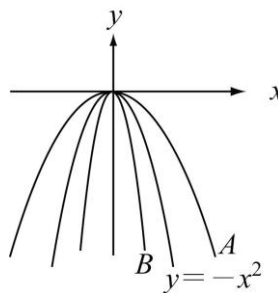
牛刀小試 7

1. 右圖是 $y = -3x^2$ 、

$y = -x^2$ 、 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的

圖形，試問：

- (1) $y = -3x^2$ 的圖形是
附圖中的_____。
- (填 A 或 B)

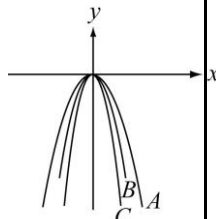


- (2) $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的圖形是附圖中的_____。
- (3) 附圖中， $y =$ _____的圖形開口最大。
- (4) 附圖中， $y =$ _____的圖形開口最小。

2. 右圖是 $y = -x^2$ 、 $y = -2x^2$ 、
 $y = -3x^2$ 的圖形，

試問：

- (1) $y = -2x^2$ 的圖形是
附圖中的_____。(填 A、B 或 C)
- (2) $y = -3x^2$ 的圖形是附圖中的_____。
- (3) 附圖中， $y =$ _____的圖形開口最大。
- (4) 附圖中， $y =$ _____的圖形開口最小。



3. 試從下列選項中找出各小題的答案：

- (A) $y = -0.7x^2$ (B) $y = -0.5x^2$
(C) $y = -2x^2$

- (1) 何者圖形的開口最大？答：_____。
- (2) 何者圖形的開口最小？答：_____。

4. 試從下列選項中找出各小題的答案：

- (A) $y = -2x^2$ (B) $y = -\frac{1}{3}x^2$
(C) $y = \frac{1}{2}x^2$ (D) $y = 5x^2$

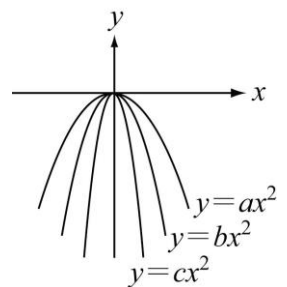
- (1) 何者圖形的開口最大？答：_____。
- (2) 何者圖形的開口最小？答：_____。

5. 試觀察右圖中的

三條拋物線，試判斷

a 、 b 、 c 的大小關係。

答：_____。



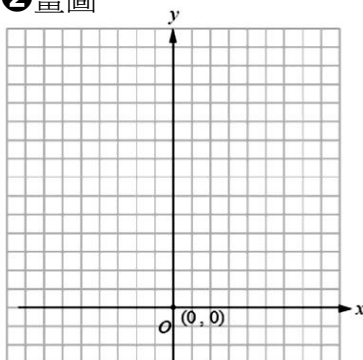


☆請把 $y=x^2$ 、 $y=x^2+1$ 、 $y=x^2+2$ 畫在同一個坐標平面上

① 描點

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$					
$y=x^2+1$					
$y=x^2+2$					

② 畫圖



☆從描點我發現，當 x 相同的時候

- ① $y=x^2+1$ 比 $y=x^2$ _____
 ② $y=x^2+2$ 比 $y=x^2$ _____

☆從畫圖我發現，

- ① $y=x^2+1$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 格
 ② $y=x^2+2$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 格

★筆記

1. 如果把 $y=x^2$ 向上 平移 1 格
 可以得到 $y=_____$

☆對稱軸 _____
 最低點 _____

2. 如果把 $y=x^2$ 向上 平移 2 格
 可以得到 $y=_____$

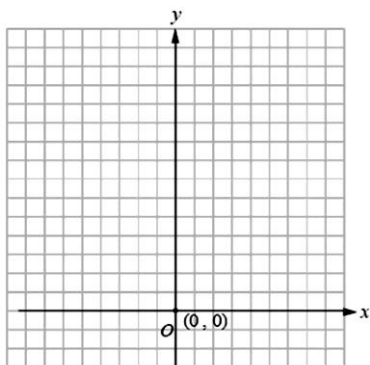
☆對稱軸 _____
 最低點 _____



牛刀小試 8

1. (1) 請將二次函數 $y=x^2$ 、 $y=x^2+3$ 、 $y=x^2+4$ 的圖形畫在同一個坐標平面上。

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$					
$y=x^2+3$					
$y=x^2+4$					



(2) 從填寫表格中，我發現當 x 相同時：

- ① $y=x^2+3$ 的值比 $y=x^2$ 的值 _____。
 ② $y=x^2+4$ 的值比 $y=x^2$ 的值 _____。

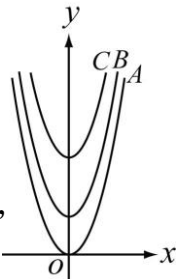
(3) 從畫圖中，我發現：

- ① $y=x^2+3$ 圖形上的點就是 $y=x^2$
 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 個單位。
 ② $y=x^2+4$ 圖形上的點就是 $y=x^2$
 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 個單位。

2. 右圖是 $y=x^2$ 、 $y=x^2+2$ 、 $y=x^2+5$ 的圖形，

(1) $y=x^2$ 的圖形是 _____
 (填 A、B 或 C)，

對稱軸為 _____，
 最低點為 _____；



(2) $y=x^2+2$ 的圖形是 _____ (填 A、B 或 C)
 對稱軸為 _____，
 最低點為 _____；

(3) $y=x^2+5$ 的圖形是 _____ (填 A、B 或 C)
 對稱軸為 _____，
 最低點為 _____。

3. (1) 將 $y=x^2$ 的圖形向上平移 3 個單位後，
 即可得到二次函數 $y=_____$
 的圖形，此函數的
 對稱軸為 _____，
 最低點為 _____。
 (2) 將 $y=x^2$ 的圖形向上平移 8 個單位，
 即可得到二次函數 $y=_____$
 的圖形，此函數的
 對稱軸為 _____，
 最低點為 _____。

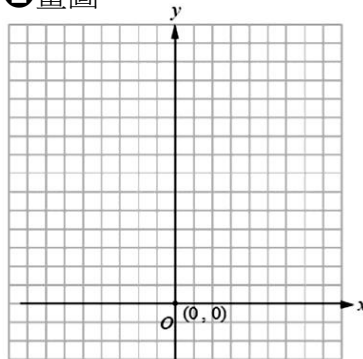


☆請把 $y=x^2$ 、 $y=x^2-1$ 、 $y=x^2-2$ 畫在同一個坐標平面上

①描點

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$					
$y=x^2-1$					
$y=x^2-2$					

②畫圖



☆從描點我發現，當 x 相同的時候

① $y=x^2-1$ 比 $y=x^2$ _____

② $y=x^2-2$ 比 $y=x^2$ _____

☆從畫圖我發現，

① $y=x^2-1$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 格

② $y=x^2-2$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 格

★筆記

1. 如果把 $y=x^2$ 向下 平移 1 格
可以得到 $y=_____$

☆對稱軸 _____

最低點 _____

2. 如果把 $y=x^2$ 向下 平移 2 格
可以得到 $y=_____$

☆對稱軸 _____

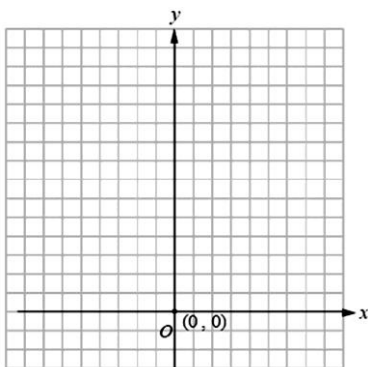
最低點 _____



牛刀小試 9

1. (1) 請將二次函數 $y=x^2$ 、 $y=x^2-3$ 、 $y=x^2-5$ 的圖形畫在同一個坐標平面上。

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$					
$y=x^2-3$					
$y=x^2-5$					



(2) 從填寫表格中，我發現當 x 相同時：

① $y=x^2-3$ 的值比 $y=x^2$ 的值 _____。

② $y=x^2-5$ 的值比 $y=x^2$ 的值 _____。

(3) 從畫圖中，我發現：

① $y=x^2-3$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 個單位。

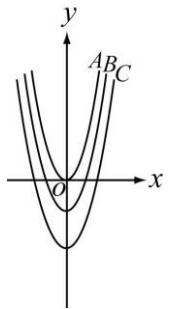
② $y=x^2-5$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 個單位。

2. 右圖是 $y=x^2$ 、 $y=x^2-2$ 、 $y=x^2-5$ 的圖形，

(1) $y=x^2$ 的圖形是 _____
(填 A、B 或 C)，

對稱軸為 _____，

最低點為 _____；



(2) $y=x^2-2$ 的圖形是 _____ (填 A、B 或 C)，

對稱軸為 _____，

最低點為 _____；

(3) $y=x^2-5$ 的圖形是 _____ (填 A、B 或 C)，

對稱軸為 _____，

最低點為 _____。

3. (1) 將 $y=x^2$ 的圖形向下平移 3 個單位後，即可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形，此函數的

對稱軸為 _____，

最低點為 _____。

(2) 將 $y=x^2$ 的圖形向下平移 8 個單位後，即可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形，此函數的

對稱軸為 _____，

最低點為 _____。



概念

8 二次函數的上下平移 3

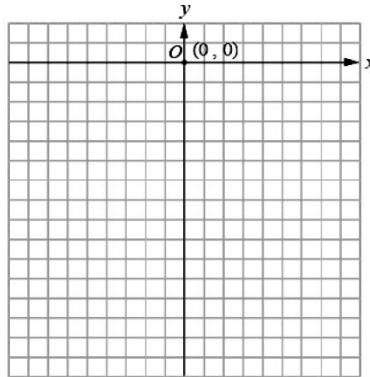


☆請把 $y = -x^2$ 、 $y = -x^2 + 2$ 、 $y = -x^2 - 1$ 畫在同一個坐標平面上

1 描點

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$					
$y = -x^2 + 2$					
$y = -x^2 - 1$					

2 畫圖



☆從描點我發現，當 x 相同的時候

- 1 $y = -x^2 + 2$ 比 $y = -x^2$ _____
- 2 $y = -x^2 - 1$ 比 $y = -x^2$ _____

☆從畫圖我發現，

- 1 $y = -x^2 + 2$ 圖形上的點就是 $y = -x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 格
- 2 $y = -x^2 - 1$ 圖形上的點就是 $y = -x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 格

★筆記

- 1. 如果把 $y = -x^2$ 向上 平移 2 格
可以得到 $y = \underline{\hspace{2cm}}$
☆對稱軸 _____
最高點 _____
- 2. 如果把 $y = -x^2$ 向下 平移 1 格
可以得到 $y = \underline{\hspace{2cm}}$
☆對稱軸 _____
最高點 _____

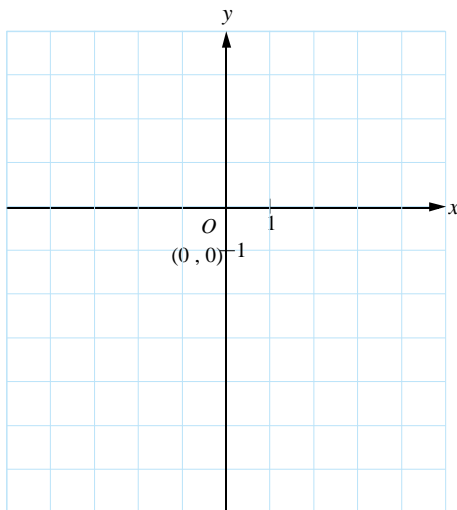


牛刀小試 10

1. (1) 請將二次函數 $y = -x^2$ 、 $y = -x^2 + 3$ 、 $y = -x^2 - 3$ 的圖形畫在同一個坐標平面上。

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$					
$y = -x^2 + 3$					
$y = -x^2 - 3$					

(2)

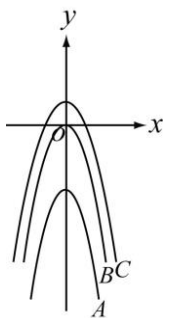


(3) 從畫圖中，我發現：

- 1 $y = -x^2 + 3$ 圖形上的點就是 $y = -x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 個單位。
- 2 $y = -x^2 - 3$ 圖形上的點就是 $y = -x^2$ 圖形上的點向 _____ 平移 _____ 個單位。

2. 右圖是 $y = -x^2$ 、 $y = -x^2 + 2$ 、 $y = -x^2 - 5$ 的圖形

- (1) $y = -x^2 + 2$ 的圖形是 _____ (填 A、B 或 C)，
對稱軸為 _____，
最高點為 _____；
- (2) $y = -x^2 - 5$ 的圖形是 _____ (填 A、B 或 C)，
對稱軸為 _____，
最高點為 _____。



- (3) 將 $y = -x^2$ 的圖形向 _____ 平移 _____ 個單位後，即可得到 $y = -x^2 + 2$ 的圖形。
 - (4) 將 $y = -x^2$ 的圖形向 _____ 平移 _____ 個單位後，即可得到 $y = -x^2 - 5$ 的圖形。
3. (1) 將 $y = -x^2$ 的圖形向上平移 3 個單位後，即可得到二次函數 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 的圖形，此函數的對稱軸為 _____，最高點為 _____。
- (2) 將 $y = -x^2$ 的圖形向下平移 8 個單位後，即可得到二次函數 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 的圖形，此函數的對稱軸為 _____，最高點為 _____。

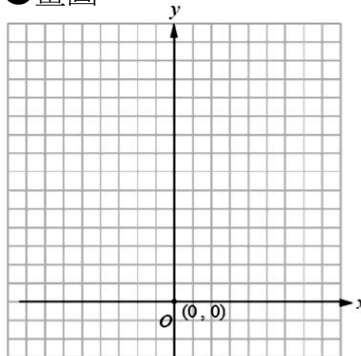


☆請把 $y=x^2$ 、 $y=(x-1)^2$ 、 $y=(x-2)^2$ 畫在同一個坐標平面上

①描點

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=x^2$							
$y=(x-1)^2$							
$y=(x-2)^2$							

②畫圖



☆請注意表格中的數字，有沒有看見一組神奇密碼，請寫下來_____

而且這一組數字並沒有對齊，感覺上

① $y=(x-1)^2$ 比 $y=x^2$ 向_____平移_____格

② $y=(x-2)^2$ 比 $y=x^2$ 向_____平移_____格

☆從畫圖我發現，

① $y=(x-1)^2$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向_____平移_____格

② $y=(x-2)^2$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向_____平移_____格

★筆記

1. 如果把 $y=x^2$ 向右平移 1 格

可以得到 $y=_____$

☆對稱軸_____

最低點_____

2. 如果把 $y=x^2$ 向右平移 2 格

可以得到 $y=_____$

☆對稱軸_____

最低點_____



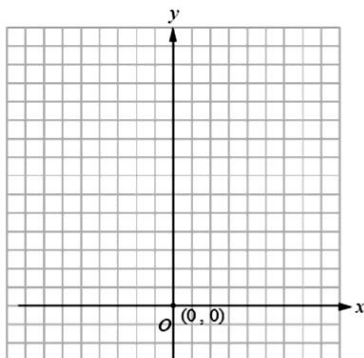
牛刀小試 11

1. 請將二次函數 $y=2x^2$ 、 $y=2(x-1)^2$ 、 $y=2(x-2)^2$ 的圖形畫在同一個坐標平面上。

(1)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=2x^2$							
$y=2(x-1)^2$							
$y=2(x-2)^2$							

(2)



(3) 從畫圖中，我發現：

① $y=2(x-1)^2$ 圖形上的點就是 $y=2x^2$ 圖形上的點向_____平移_____個單位。

② $y=2(x-2)^2$ 圖形上的點就是 $y=2x^2$ 圖形上的點向_____平移_____個單位。

2. 若將 $y=x^2$ 的圖形向右平移 3 個單位，則：
(1) 可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為_____。

(3) 此函數的最低點為_____。

3. 若將 $y=x^2$ 的圖形向右平移 4 個單位，則：
(1) 可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為_____。

(3) 此函數的最低點為_____。

4. 若將 $y=2x^2$ 的圖形向右平移 5 個單位，則：
(1) 可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為_____。

(3) 此函數的最低點為_____。

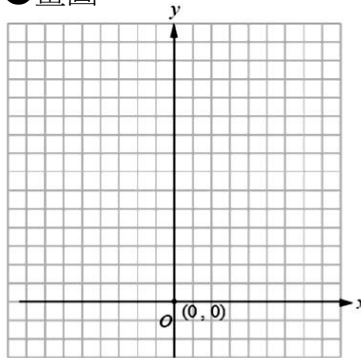


☆請把 $y=x^2$ 、 $y=(x+1)^2$ 、 $y=(x+2)^2$ 畫在同一個坐標平面上

①描點

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=x^2$							
$y=(x+1)^2$							
$y=(x+2)^2$							

②畫圖



☆請注意表格中的數字，有沒有看見一組神奇密碼，請寫下來_____

而且這一組數字並沒有對齊，感覺上

① $y=(x+1)^2$ 比 $y=x^2$ 向_____平移_____格

② $y=(x+2)^2$ 比 $y=x^2$ 向_____平移_____格

☆從畫圖我發現，

① $y=(x+1)^2$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向_____平移_____格

② $y=(x+2)^2$ 圖形上的點就是 $y=x^2$ 圖形上的點向_____平移_____格

☆筆記

☆如果把 $y=x^2$ 向左平移

1 格

可以得到 $y=_____$

☆對稱軸_____

最低點_____

2. 如果把 $y=x^2$ 向左平移

2 格

可以得到 $y=_____$

☆對稱軸_____

最低點_____



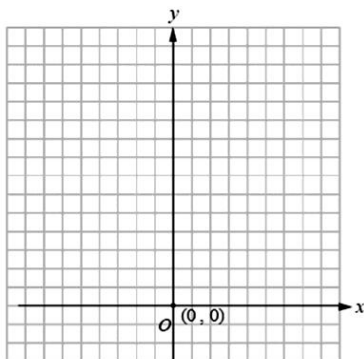
牛刀小試 12

1. 請將二次函數 $y=2x^2$ 、 $y=2(x+1)^2$ 、 $y=2(x+2)^2$ 的圖形畫在同一個坐標平面上。

(1)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$							
$y=2(x+1)^2$							
$y=2(x+2)^2$							

(2)



(3) 從畫圖中，我發現：

① $y=2(x+1)^2$ 圖形上的點就是 $y=2x^2$ 圖形上的點向_____平移_____個單位。

② $y=2(x+2)^2$ 圖形上的點就是 $y=2x^2$ 圖形上的點向_____平移_____個單位。

2. 若將 $y=x^2$ 的圖形向左平移 3 個單位，則：

(1) 可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為_____。

(3) 此函數的最低點為_____。

3. 若將 $y=x^2$ 的圖形向左平移 4 個單位，則：

(1) 可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為_____。

(3) 此函數的最低點為_____。

4. 若將 $y=2x^2$ 的圖形向左平移 5 個單位，則：

(1) 可得到二次函數 $y=_____$ 的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為_____。

(3) 此函數的最低點為_____。



概念 11 二次函數的左右平移 3

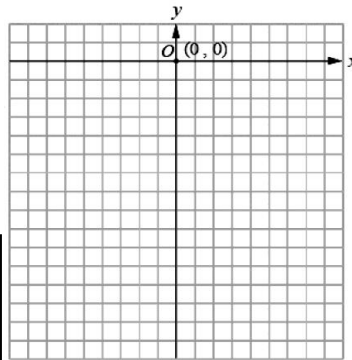


☆請把 $y = -x^2$ 、 $y = -(x+1)^2$ 、 $y = -(x-2)^2$ 畫在同一個坐標平面上

① 描點

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = -x^2$								
$y = -(x+1)^2$								
$y = -(x-2)^2$								

② 畫圖



☆請注意表格中的數字，有沒有看見一組神奇密碼，請寫下來_____

而且這一組數字並沒有對齊，感覺上

① $y = -(x+1)^2$ 比 $y = x^2$ 向_____平移_____格

② $y = -(x-2)^2$ 比 $y = x^2$ 向_____平移_____格

☆從畫圖我發現，

① $y = -(x+1)^2$ 圖形上的點就是 $y = -x^2$ 圖形上的點向_____平移_____格

② $y = -(x-2)^2$ 圖形上的點就是 $y = -x^2$ 圖形上的點向_____平移_____格

★筆記

1. 如果把 $y = -x^2$ 向左
 平移 1 格
 可以得到 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

☆對稱軸_____
 最高點_____

2. 如果把 $y = -x^2$ 向右
 平移 2 格
 可以得到 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

☆對稱軸_____
 最高點_____



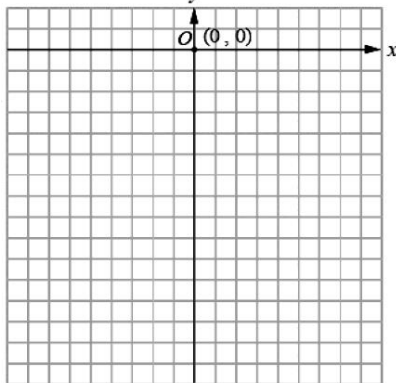
牛刀小試 13

1. 請將二次函數 $y = -2x^2$ 、 $y = -2(x+1)^2$ 、 $y = -2(x-1)^2$ 的圖形畫在同一個坐標平面上。

(1)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = -2x^2$							
$y = -2(x+1)^2$							
$y = -2(x-1)^2$							

(2)



(3) 從畫圖中，我發現：

① $y = -2(x+1)^2$ 圖形上的點就是 $y = -2x^2$ 圖形上的點向_____平移_____個單位。

② $y = -2(x-1)^2$ 圖形上的點就是 $y = -2x^2$ 圖形上的點向_____平移_____個單位。

2. 若將 $y = -x^2$ 的圖形向右平移 3 個單位，則：

(1) 可得到二次函數 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為_____。

(3) 此函數的最高點為_____。

3. 若將 $y = -2x^2$ 的圖形向左平移 3 個單位，則：

(1) 可得到二次函數 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為_____。

(3) 此函數的最高點為_____。

4. 若將 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的圖形向右平移 4 個單位，則：

(1) 可得到二次函數 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為_____。

(3) 此函數的最高點為_____。



例題 1 二次函數的平移



1. 如果把 $y=2x^2$ 的圖形

① 向右平移 3 格，可以得到

$y=$ _____

② 向左平移 3 格，可以得到

$y=$ _____

③ 向上平移 1 格，可以得到

$y=$ _____

④ 向下平移 1 格，可以得到

$y=$ _____

⑤ 向右平移 2 格，再向上平移 5 格

可以得到 $y=$ _____

⑥ 向左平移 1 格，再向下平移 4 格

可以得到 $y=$ _____

2. 如果要得到 $y=-3(x+2)^2-1$ 的圖形

可以從 $y=-3x^2$ 的圖形

先向 _____ 平移 _____ 格，

再向 _____ 平移 _____ 格。

3. 下列哪些二次函數 **平移** 後會和

$y=-2(x+1)^2-3$ 重疊？

(A) $y=x^2$

(B) $y=-x^2$

(C) $y=2x^2$

(D) $y=-2x^2$

(E) $y=-2(x-1)^2-5$

★筆記

1. $y=ax^2$ 的圖形

先向 _____ 平移 _____ 格，

再向 _____ 平移 _____ 格，

可以和 $y=a(x-h)^2+k$

完全重疊在一起。

2. 兩個二次函數 **平移** 後，

就可以完全重疊在一起，

我們可以知道，

這兩個二次函數的

_____ 和 _____ 相同。



牛刀小試 14

1. 已知二次函數 $y=3x^2$ 的圖形，則：

(1) 將其向右平移 4 個單位後，可得到

二次函數 $y=$ _____ 的圖形。

(2) 將其向左平移 4 個單位後，可得到

二次函數 $y=$ _____ 的圖形。

(3) 將其向上平移 2 個單位後，可得到

二次函數 $y=$ _____ 的圖形。

(4) 將其向下平移 2 個單位後，可得到

二次函數 $y=$ _____ 的圖形。

(5) 將其向右平移 1 個單位後，再向上平

移 3 個單位，可得到二次函數

$y=$ _____ 的圖形。

(6) 將其向左平移 2 個單位後，再向下平

移 4 個單位，可得到二次函數

$y=$ _____ 的圖形。

2. (1) $y=-3(x-5)^2+3$ 的圖形可以由

$y=-3x^2$ 的圖形

先向 _____ 平移 _____ 個單位，

再向 _____ 平移 _____ 個單位後

得到。

(2) $y=-(x+3)^2-7$ 的圖形可以由

$y=-x^2$ 的圖形

先向 _____ 平移 _____ 個單位，

再向 _____ 平移 _____ 個單位後

得到。

3. 下列哪些選項的二次函數圖形在平移後

會與 $y=-3(x-1)^2-2$ 的圖形完全疊合？

答：_____。

(A) $y=-3x^2$

(B) $y=x^2$

(C) $y=-2x^2$

(D) $y=3x^2$

(E) $y=-3(x+1)^2$

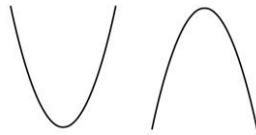


概念 12 拋物線、頂點和對稱軸



☆二次函數的圖形很像打籃球時投籃的軌跡，所以二次函數的圖形在數學上稱為_____，最高點或最低點稱為_____。

☆請用紅筆標出二次函數圖形的頂點和對稱軸



★筆記

二次函數（_____線）的頂點就是_____點，也是使得左右_____的點。

☆二次函數的頂點坐標

二次函數	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	頂點坐標
$y=x^2$	16	9	4	1	0	1	4	9	16	
$y=x^2+1$	17	10	5	2	1	2	5	10	17	
$y=x^2-2$	14	7	2	-1	-2	-1	2	7	14	
$y=(x-1)^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	
$y=(x+2)^2$	4	1	0	1	4	9	16	25	36	
$y=(x-2)^2+1$	37	26	17	10	5	2	1	2	5	
$y=(x+1)^2-2$	7	2	-1	-2	-1	2	7	14	23	

☆快速找出 $y=-3(x-5)^2-8$ 的頂點



牛刀小試 15

1. 請寫出二次函數的頂點與開口方向

(1)

二次函數	$y=3x^2$	$y=-4x^2$	$y=-5x^2+3$
開口方向			
頂點坐標			

(2)

二次函數	$y=2(x-3)^2$	$y=-3(x+2)^2$
開口方向		
頂點坐標		

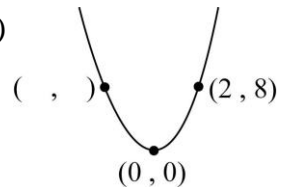
(3)

二次函數	$y=4(x-1)^2-5$	$y=-2(x-5)^2+1$
開口方向		
頂點坐標		

2. 請寫出下列二次函數圖形的對稱點：

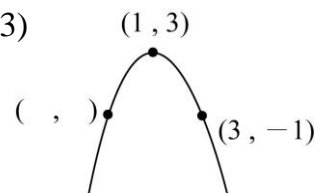
(1) 已知頂點坐標為(0, 0)

求(2, 8) 的對稱點？



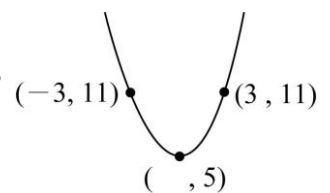
(2) 已知頂點坐標為(1, 3)

求(3, -1) 的對稱點？



(3) 已知二次函數圖形上兩對稱點分別為(3, 11)、(-3, 11)，

則頂點的 x 坐標為_____。





例題 2 拋物線的開口、頂點和對稱軸



求下列二次函數的開口方向、頂點坐標和對稱軸？

① $y=3x^2+1$

開口向_____
有最_____點
坐標_____
對稱軸_____

② $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2$

開口向_____
有最_____點
坐標_____
對稱軸_____

③ $y=\frac{1}{4}(x-2)^2-3$

開口向_____
有最_____點
坐標_____
對稱軸_____

④ $y=-5(x+1)^2+2$

開口向_____
有最_____點
坐標_____
對稱軸_____

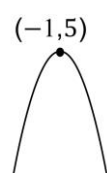
★筆記

對稱軸和頂點的關係

①對稱軸_____



②對稱軸_____



牛刀小試 16

1. 求下列二次函數圖形的開口方向與頂點坐標：

(1) $y=2x^2+3$ 的圖形

開口向_____，有最_____點，
頂點坐標為_____，
對稱軸為_____。

(2) $y=2(x+3)^2$ 的圖形

開口向_____，有最_____點，
頂點坐標為_____，
對稱軸為_____。

(3) $y=3(x-2)^2+7$ 的圖形

開口向_____，有最_____點，
頂點坐標為_____，
對稱軸為_____。

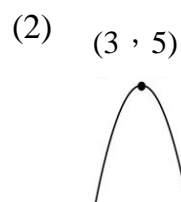
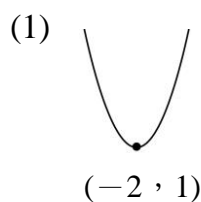
(4) $y=-x^2-2$ 的圖形

開口向_____，有最_____點，
頂點坐標為_____，
對稱軸為_____。

(5) $y=-6(x+4)^2+1$ 的圖形

開口向_____，有最_____點，
頂點坐標為_____，
對稱軸為_____。

2. 根據圖形寫出下列二次函數的對稱軸





解答篇

牛刀小試 1

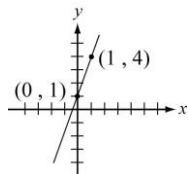
- (1) 5 (2) 9 (3) $y=4x+1$
- (1) 5 (2) 5 (3) $y=5$
- (4) 常數函數
- (1) ① -17 ② 8
(2) ① -7 ② -7
- (1) (A)、(D) (2) (B)

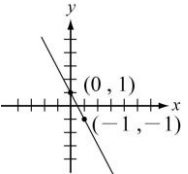
牛刀小試 2

- (1) 4 (2) 7 (3) $y=x^2+3$
- (1) 16 (2) 25 (3) $y=(x+3)^2$
- (1) 2 (2) 8 (3) $y=2x^2$
- A、F、G

牛刀小試 3

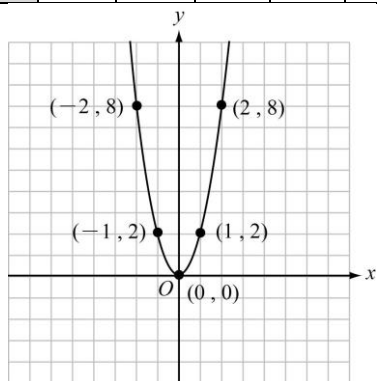
- | | | |
|---|---|---|
| x | 0 | 1 |
| y | 1 | 4 |


- | | | |
|---|---|----|
| x | 0 | 1 |
| y | 1 | -1 |


- B
- (1) -1 (2) -5 (3) 1

牛刀小試 4

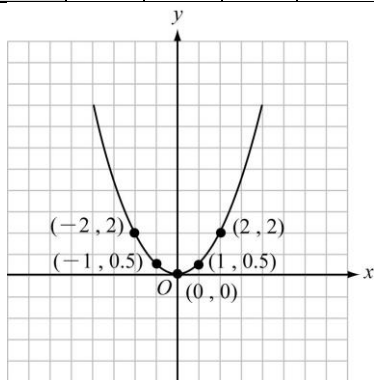
x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8



拋物線
(2) (A)、(D)

2.
(1)

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

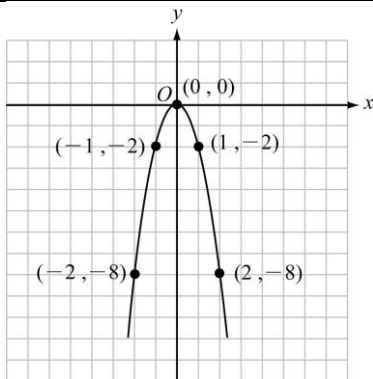


拋物線

(2) -6

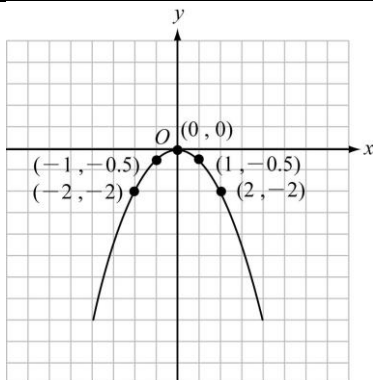
牛刀小試 5

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8



2.
(1)

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2



- (1) 相反 (2) 會
-

4. (1) $y=-3x^2$ (2) 對

牛刀小試 6

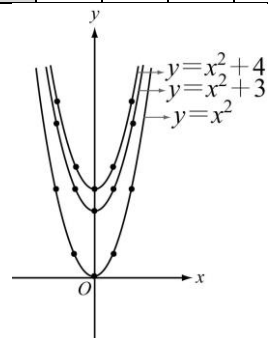
- (1) A (2) B
(3) $y=\frac{1}{3}x^2$ (4) $y=3x^2$
- (1) A (2) B
(3) $y=\frac{1}{4}x^2$ (4) $y=4x^2$
- (1) $y=\frac{1}{2}x^2$ (2) $y=4x^2$
- (1) $y=\frac{1}{5}x^2$ (2) $y=3x^2$
5. $a > b > c$

牛刀小試 7

- (1) B (2) A
(3) $y=-\frac{1}{3}x^2$ (4) $y=-3x^2$
- (1) B (2) C
(3) $y=-x^2$ (4) $y=-3x^2$
- (1) (B) (2) (C)
- (1) B (2) D
5. $c < b < a$ (或 $a > b > c$)

牛刀小試 8

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4
$y=x^2+3$	7	4	3	4	7
$y=x^2+4$	8	5	4	5	8

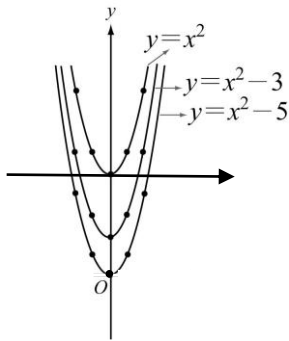


- (1) 多 3 (2) 多 4
- (1) 上, 3 (2) 上, 4
- (1) A, y 軸, (0, 0)
(2) B, y 軸, (0, 2),
(3) C, y 軸, (0, 5)
- (1) $y=x^2+3$, y 軸, (0, 3)
(2) $y=x^2+8$, y 軸, (0, 8)

牛刀小試 9

1.
(1)

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4
$y=x^2-3$	1	-2	-3	-2	1
$y=x^2-5$	-1	-4	-5	-4	-1



(2)
①少 3 ②少 5
(3) ①下, 3
 ②下, 5

2.
(1) A, y 軸, (0, 0),
(2) B, y 軸, (0, -2),
(3) C, y 軸, (0, -5)

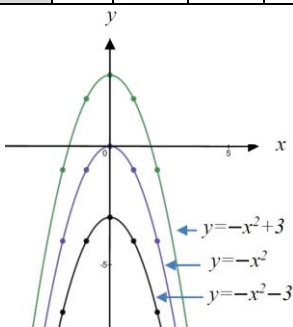
3.
(1) $y=x^2-3$, y 軸, (0, -3)
(2) $y=x^2-8$, y 軸, (0, -8)

牛刀小試 10

1.

(1)

x	-2	-1	0	1	2
$y=-x^2$	-4	-1	0	-1	-4
$y=-x^2+3$	-1	2	3	2	-1
$y=-x^2-3$	-7	-4	-3	-4	-7



(2)
①上, 3 ②下, 3
2. (1) C, y 軸, (0, 2),
(2) A, y 軸, (0, -5)
(3) 上, 2
(4) 下, 5

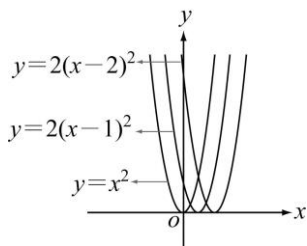
3.
(1) $y=-x^2+3$, y 軸, (0, 3)
(2) $y=-x^2-8$, y 軸, (0, -8)

牛刀小試 11

1.
(1)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=2x^2$	8	2	0	2	8		
$y=2(x-1)^2$		8	2	0	2	8	
$y=2(x-2)^2$			8	2	0	2	8

(2)



(3)
①右, 1 ②右, 2

2.
(1) $y=(x-3)^2$
(2) $x-3=0$ (或 $x=3$)
(3) (3, 0)

3.
(1) $y=(x-4)^2$
(2) $x-4=0$ (或 $x=4$)
(3) (4, 0)

4.
(1) $y=2(x-5)^2$
(2) $x-5=0$
(3) (5, 0)

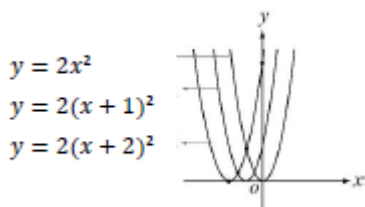
牛刀小試 12

1.

(1)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$			8	2	0	2	8
$y=2(x+1)^2$		8	2	0	2	8	
$y=2(x+2)^2$	8	2	0	2	8		

(2)



(3)
①左, 1 ②左, 2

2.
(1) $y=(x+3)^2$
(2) $x+3=0$
(3) (-3, 0)

3.
(1) $y=(x+4)^2$
(2) $x+4=0$
(3) (-4, 0)

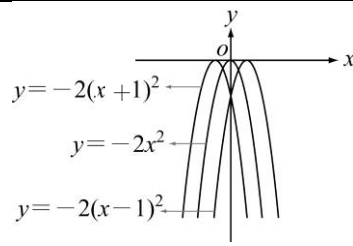
4.
(1) $y=2(x+5)^2$
(2) $x+5=0$
(3) (-5, 0)

牛刀小試 13

1.
(1)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=-2x^2$	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18
$y=-2(x+1)^2$		-8	-2	0	-2	-8	
$y=-2(x-1)^2$			-8	-2	0	-2	-8

(2)



(3)
①左, 1 ②右, 1

2.
(1) $y=-(x-3)^2$
(2) $x-3=0$
(3) (3, 0)

3.
(1) $y=-2(x+3)^2$
(2) $x+3=0$
(3) (-3, 0)

4.
(1) $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2$
(2) $x-4=0$
(3) (4, 0)

牛刀小試 14

1.

(1) $y=3(x-4)^2$ (2) $y=3(x+4)^2$
(3) $y=3x^2+2$ (4) $y=3x^2-2$
(5) $y=3(x-1)^2+3$ (6) $y=3(x+2)^2-4$

2.

(1) 右, 5, 上, 3 (2) 左, 3, 下, 7
3. A、E

牛刀小試 15

1.

(1)

二次函數	$y=3x^2$	$y=-4x^2$	$y=-5x^2+3$
開口方向	上	下	下
頂點坐標	(0, 0)	(0, 0)	(0, 3)

(2)

二次函數	$y=2(x-3)^2$	$y=-3(x+2)^2$
開口方向	上	下
頂點坐標	(3, 0)	(-2, 0)

(3)

二次函數	$y=4(x-1)^2-5$	$y=-2(x-5)^2+1$
開口方向	上	下
頂點坐標	(1, -5)	(5, 1)

2.

(1) (-2, 8) (2) (-1, -1) (3) 0

牛刀小試 16

1.

(1) 上, 低, (0, 3), $x=0$
(2) 上, 低, (-3, 0), $x+3=0$
(3) 上, 低, (2, 7), $x-2=0$
(4) 下, 高, (0, -2), $x=0$
(5) 下, 高, (-4, 1), $x+4=0$
2. (1) $x+2=0$ (2) $x-3=0$