數學 1 進階講義

常用對數表及內插法

景美女中．莊嘉銘老師

信望愛文教基金會

3-5-1　常用對數表及內插法

定理敘述

1. 常用對數表($y=\log_{10} x$)：

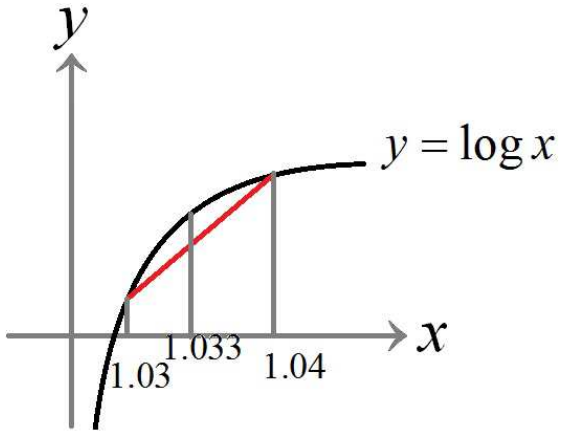
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732

(1)第一行的兩位數字為省略小數點，應為$1.0,1.1,1.2,\cdots$，結合第一列數字$0,1,2,\cdots,9$，可以代表$1.00,1.01,1.02,1.03,\cdots$，而表格內的四位數字代表小數點後四位小數，如$1461$表示$0.1461$。

(2)查表的方式為利用第一行及第一列組合成真數，與其同行及同列所交叉的，四位小數就是該真數對數值的近似值，例如第一行的11及第一列的5組成真數1.15，所交叉決定的數為0.0607，即$\log 1.15=0.0607$

2. 內插法：

當x的值不在對數表的真數欄位上時，無法使用對數表查詢，故可以利用兩點，之間的割線值來估計函數值的方法稱為內插法，如下圖所示。



定理證明或說明

內插法的計算：

已知$\log x_1=y_1$，$\log x_2=y_2$，若$x_1<x<x_2$且$\log x=y$，則$\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$

注意事項

查表時小心小數點的位置。

關鍵字

對數表、近似值、內插法。

例題 1

請利用對數表，求出下列各對數的值：

(1) $\log 1.56$　(2) $\log 1560000$　(3) $\log 0.177$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989

Ans：

查表可知 $\log 1.56 = 0.1931$，$\log 1.77 = 0.2480$

所以 $\log 1560000 = \log(1.56\times 10^6) = \log 1.56 + \log 10^6$

$= 0.1931 + 6 = 6.1931$

$\log 0.177 = \log(1.77\times 10^{-1}) = 0.2480 + (-1) = -0.7520$

例題 2

若 $\log 4.37 = 0.6406$，$\log 4.38 = 0.6415$，則試求

(1) $\log 4.376$ 的近似值（求至小數點後四位，第五位四捨五入）

(2) $\log x = 2.6412$ 時，x 的近似值為何？（求至小數點後二位，第三位四捨五入）

Ans：

(1) $\log 4.370 = 0.6406$

$\log 4.376 = 0.64y$　$\Rightarrow \dfrac{76-70}{80-70} = \dfrac{y-6}{15-6}$　$\Rightarrow y = 6 + 9\times\dfrac{6}{10} = 11.4$

$\log 4.380 = 0.6415$

所以根據內插法可得 $\log 4.376 = 0.64114$，四捨五入後為 0.6411

(2)因為 $\log x = 2.6412 = 2 + 0.6412$，故先求 $\log a = 0.6412$

又 $0.6406 < 0.6412 < 0.6415$，可推知 $4.37 < a < 4.38$

所以 $\dfrac{a-4.37}{4.38-4.37} = \dfrac{0.6412-0.6406}{0.6415-0.6406} \Rightarrow a = 4.37666\cdots$

所以 $\log x = 2 + 0.6412 = 2 + \log 4.37666\cdots$

$= \log 437.666\cdots$

四捨五入後可知 $x = 437.67$

例題 3

設 $10^{0.6776} = 4.76, 10^{0.6785} = 4.77$，若 $10^x = 4766$，試求 x 的值為何？

Ans：

依題意可知 $\log 4.76 = 0.6776$ 及 $\log 4.77 = 0.6785$

而所求 x 為 $\log 4766 = \log(4.766 \times 10^3) = 3 + \log 4.766$

設 $\log 4.766 = 0.67y$

於是利用內插法可得 $\dfrac{66-60}{70-60} = \dfrac{y-76}{85-76} \Rightarrow y = 76 + 9 \times \dfrac{6}{10} = 81.4$

所以 $\log 4.766 = 0.67814$，故 $x = 3 + 0.67814 = 3.67814$

溫故知新

習題 1

請利用對數表，求出下列各對數的值：

(1) $\log 2.34$　(2) $\log 52300$　(3) $\log 0.111$　(4) $\log 91.8$

習題 2

請利用對數表，求出下列各對數的值：

(1) $\log x = 0.5011$　(2) $\log x = 3.1732$　(3) $\log x = -2.4001$

習題 3

已知 $\log 382 = 2.5821, \log 383 = 2.5832$，求 $\log 3.824$。

解答與解析

習題 1：(1) 0.3692　(2) 4.7177　(3) −0.9547　(4) 1.9628

習題 2：(1) 3.17　(2) 1490　(3) 0.00398

習題 3：0.5825