B5 3-1 推理證明

概念 1 認識證明 1

☆已知：$\overline{AD}$ 和 $\overline{BC}$ 相交於 O 點，

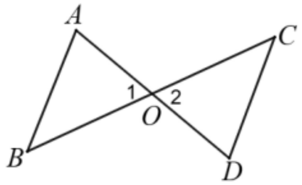
形成兩個$\triangle OAB$ 和$\triangle OCD$

若$\angle 1=50^{\circ}$，請問：

(1) $\angle 2=$＿＿＿＿＿度。

(2) $\angle A+\angle B=$＿＿＿＿＿＿＿度。

(3) $\angle C+\angle D=$＿＿＿＿＿＿＿度。



☆不管$\angle 1$ 是幾度，$\angle A+\angle B$ 都會等於$\angle C+\angle D$ 嗎？為什麼？

已知：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

求證：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

證明：

☆筆記

根據下面的敘述，寫出已知和求證

等腰$\triangle ABC$ 中，

$\overline{AB}=\overline{AC}$，

則$\angle B=\angle C$

已知：

求證：

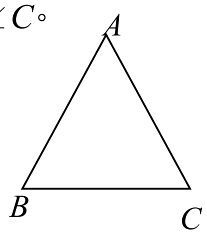
牛刀小試 1

請根據下列敘述，練習找出已知條件和求證。

1. 若 $\overline{AB}=\overline{AC}$，則$\angle B=\angle C$。

已知：

求證：

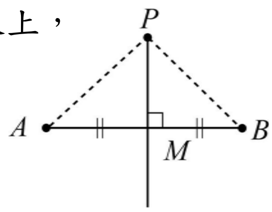


2. 若 P 在 $\overline{AB}$ 的垂直平分線上，

則 $\overline{PA}=\overline{PB}$。

已知：

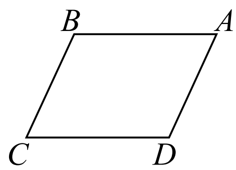
求證：



3. 若 $ABCD$ 為平行四邊形，則對角相等。

已知：

求證：



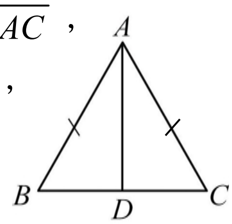
4. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，

$\overline{AD}$ 是$\angle BAC$ 的角平分線，

則 $\overline{BD}=\overline{CD}$。

已知：

求證：

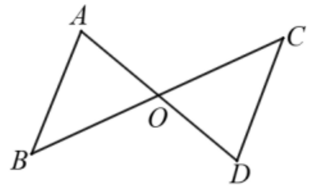


概念 2 認識證明 2

已知：$\overline{AD}$ 和 $\overline{BC}$ 相交於 O 點，形成兩個$\triangle OAB$ 和$\triangle OCD$

求證：$\angle A+\angle B=\angle C+\angle D$

證明：



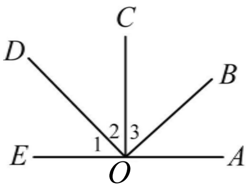
☆

☆筆記

證明就是__________

牛刀小試 2

1. 已知：$\overline{OC}\perp\overline{EA}$，$\overline{OB}\perp\overline{OD}$



求證：$\angle 1=\angle 3$

證明：$\because \overline{OC}\perp$________

$\therefore \angle 1+\angle 2=$______度

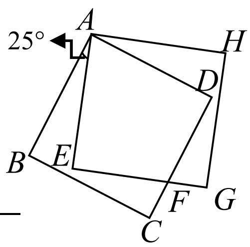
$\because \overline{OB}\perp$________

$\therefore \angle 2+\angle 3=$______度

推得$\angle 1+\angle 2=$______

故$\angle 1=\angle$______

2. 如圖，正方形 $ABCD$、$AEGH$ 交於 A 點，若$\angle BAE=25°$，則



(1) $\angle DAE=$______

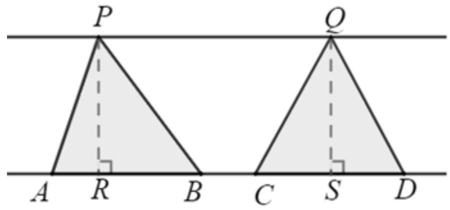
(2) $\angle DAH=$______

(3) $\angle EFD=$______

3. 已知：$L//M$ 且，$\overline{PR}\perp M$，$\overline{QS}\perp M$

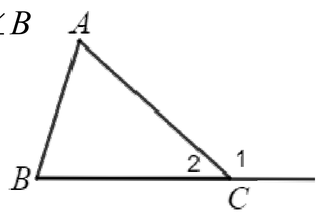
且$\overline{AB}=\overline{CD}$

求證：$\triangle PAB$ 面積$=\triangle QCD$ 面積

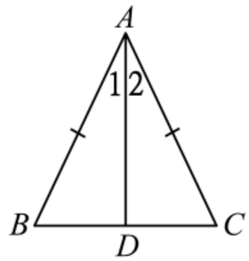


4. 已知：$\angle 1$ 為$\triangle ABC$ 的外角，

求證：$\angle 1=\angle A+\angle B$



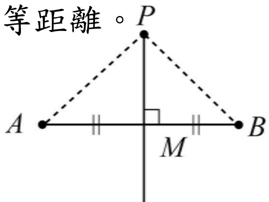
概念 3 學習證明

如圖：△ABC 為等腰△，D 是 $\overline{BC}$ 的中點 證明：$\overline{AD}$ 是∠BAC 的角平分線  思考過程 1. 證明：$\overline{AD}$ 是∠BAC 的角平分線 ⇒＿＿＿＿＿＿＿＿ 2. 已知： ❶ △ABC 為等腰△ ⇒＿＿＿＿＿＿＿＿ ❷ D 是 $\overline{BC}$ 的中點 ⇒＿＿＿＿＿＿＿＿ ❸ 隱藏條件 ⇒＿＿＿＿＿＿＿＿ 3. 利用＿＿＿＿＿＿＿＿來證明 證明過程	☆筆記 證明要寫什麼？

牛刀小試 3

1. 已知$\overleftrightarrow{PM}$為 $\overline{AB}$ 的垂直平分線。

求證：P 點到 $\overline{AB}$ 兩端點等距離。



思考過程

(1) 證明：P 點到 $\overline{AB}$ 兩端點等距離。

⇒＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) 已知：

① $\overleftrightarrow{PM}$為 $\overline{AB}$ 的垂直平分線。

⇒＿＿＿＿＿＿＿＿

② 隱藏條件：

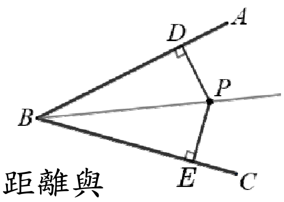
⇒＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) 利用＿＿＿＿＿來證明。

證明過程

2. 已知 P 點是∠ABC 的角平分線上任一點。

證明：P 點到 $\overline{AB}$ 的距離與 P 點到 $\overline{BC}$ 的距離相等。



思考過程

(1) 證明：P 點到 $\overline{AB}$ 的距離與 P 點到 $\overline{BC}$ 的距離相等。

⇒＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) ① 已知 P 是∠ABC 的角平分線

⇒＿＿＿＿＿＿＿＿

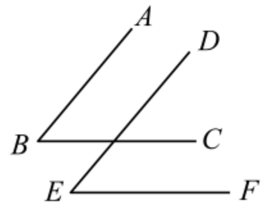
② 隱藏條件⇒＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) 利用＿＿＿＿＿來證明。

證明過程

例題 1 利用平行線性質證明 1──同位角

已知：$\overline{AB}$ // $\overline{DE}$，$\overline{BC}$ // $\overline{EF}$ 求證：$\angle B = \angle E$

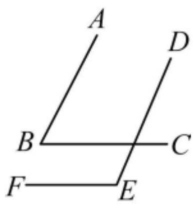


☆

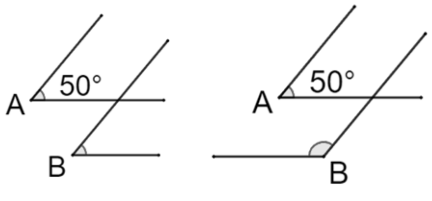
☆筆記

牛刀小試 4

1. $\overline{AB}$ // $\overline{DE}$，$\overline{BC}$ // $\overline{EF}$，
求證 $\angle B + \angle E = 180°$。

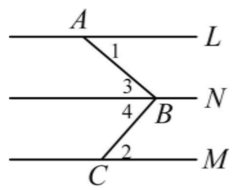


2. 已知 $\angle A$ 和 $\angle B$ 兩邊分別平行，
若 $\angle A = 50°$，則 $\angle B =$ ______ 度。

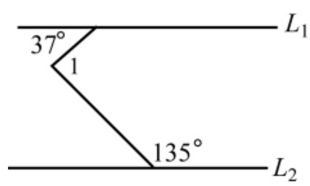


3. 已知 $\angle A$ 和 $\angle B$ 兩邊分別平行，
若 $\angle A = 80°$，則 $\angle B =$ ______ 度。
（畫畫看）

4. 已知：$L//M$，
求證 $\angle ABC = \angle 1 + \angle 2$
證明：
過 B 點作一直線 $N//L$，則 $N//L//M$
$\therefore \angle 3 = \angle$ ______（______角）
$\angle 4 = \angle$ ______（______角）
因此 $\angle ABC = \angle 3 + \angle 4 =$ ____________
故 $\angle ABC = \angle 1 + \angle 2$



5. 如右圖，$L_1//L_2$，則 $\angle 1 =$ __________ 度。



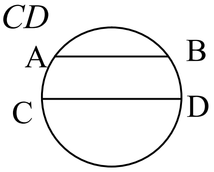
例題② 利用平行線性質證明 2──平行四邊形

請證明平行四邊形對角相等 已知：＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 求證：＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 證明：  ☆	☆筆記

牛刀小試 5

1. 已知: 圓內有兩條弦 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$

且 $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$，



求證: $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$

證明：

① 連 $\overline{AD}$

②∵ $\overline{AB}$ //＿＿＿＿＿＿

∴∠ADC＝∠＿＿＿（＿＿＿角相等）

③ $\overset{\frown}{AC}$＝2∠ADC＝2∠＿＿＿＿

＝＿＿＿＿＿。

2. 如圖，△ABC 中，∠ACB＝90°，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$

$\overline{CD}$ 為∠C 的角平分線，則下列哪一個選項不一定正確?

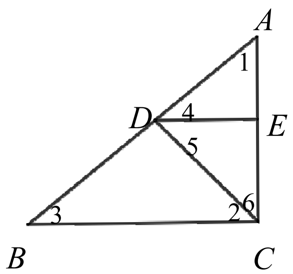
(A)∠2＝∠6

(B)∠2＝∠5

(C)∠5＝∠6

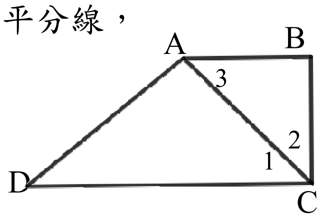
(D)∠3＝∠4

(E)∠4＝∠5



3. 已知:梯形 ABCD 中，$\overline{AB}$ // $\overline{CD}$

且 $\overline{AC}$ 為∠C 的角平分線，



試證：$\overline{AB}$ ＝ $\overline{BC}$

證明:

① ∵ $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$

∴∠1＝∠＿＿ (＿＿＿角相等)

② ∵ $\overline{AC}$ 為∠C 角平分線

∴∠1＝∠＿＿＿，

由①和②推得∠2＝∠＿＿＿

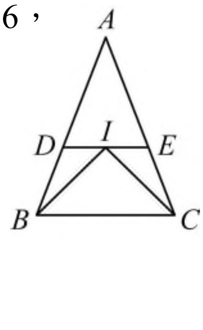
③ △ABC 中

∵∠2＝∠＿＿＿

故 $\overline{AB}$ ＝＿＿＿ 。

★4. 如圖，$\overline{BI}$ 、$\overline{CI}$ 分別為∠B 和∠C 的角平分線，且 $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ ，若 $\overline{AD}$ ＝6，$\overline{BD}$ ＝2，$\overline{AE}$ ＝7，$\overline{EC}$ ＝3，

則△ADE 周長＝？



① $\overline{DI}$ ＝＿＿＿＿。

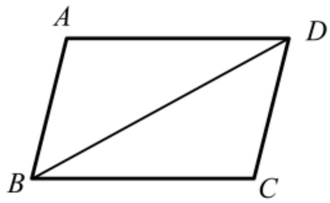
② $\overline{EI}$ ＝＿＿＿＿。

③△ADE 周長＿＿＿

例題 3 利用三角形的全等性質證明 1──平行四邊形

已知：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形

求證：$\triangle ABD \cong \triangle CDB$



證明：

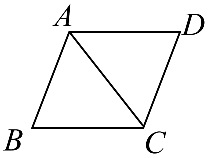
☆

☆筆記

牛刀小試 6

1. 如右圖，已知$\triangle ADB$ 和$\triangle CDB$ 中，$\overline{AB} = \overline{CD}$，且$\angle BAC = \angle ACD$。

試證$\angle B = \angle D$。



證明：$\triangle ABC$ 和$\triangle CDA$ 中

∵① $\overline{AB} =$ ______（已知）

② $\angle BAC =$ ______（已知）

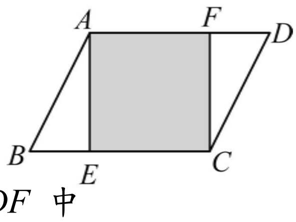
③ $\overline{AC} =$ ______（公用邊）

∴$\triangle ABC \cong \triangle CDA$（______全等性質）

故$\angle B = \angle$______（對應角相等）。

2. 如右圖，在四邊形 $ABCD$ 中，有一正方形 $AECF$。且 $\overline{AB} = \overline{CD}$，

試證$\angle B = \angle D$。



證明：$\triangle ABE$ 和$\triangle CDF$ 中

∵① $\overline{AB} =$ ______

② $\overline{AE} =$ ______（$AECF$ 是正方形）

③ $\angle AEB = \angle$______$= 90°$

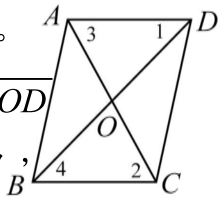
∴$\triangle ABE \cong \triangle CDF$（______全等）

故$\angle B =$ ______

3. 證明平行四邊形兩對角線互相平分。

已知：$ABCD$ 為平行四邊形。

求證：$\overline{OA} = \overline{OC}$，$\overline{OB} = \overline{OD}$



證明：在$\triangle OAD$ 和$\triangle OCB$ 中，

∵ $ABCD$ 為平行四邊形

① $\angle 1 = \angle 4$ （______角相等）

② $\angle 3 = \angle$______（______角相等）

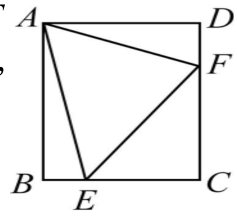
③ $\overline{AD} =$ ______（對邊相等）

∴$\triangle OAD \cong \triangle OCB$（______全等性質）

故 $\overline{OA} =$ ______

$\overline{OB} =$ ______（對應邊相等）

4. 如右圖，已知正方形 $ABCD$，$\triangle AEF$ 為正三角形。證明$\angle BAE = \angle DAF$



證明：在$\triangle ABE$ 與$\triangle ADF$ 中，

∵①______$= \overline{AD}$（正方形）

②______$= \angle D = 90°$

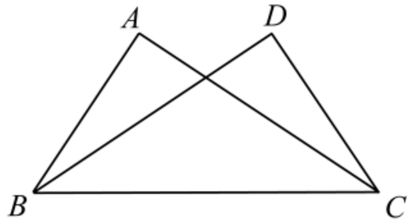
③______$= \overline{AF}$（$\triangle AEF$ 為正三角形）

∴$\triangle ABE \cong \triangle ADF$（______全等性質）

故______$= \angle DAF$（對應角相等）

例題 4 利用三角形的全等性質證明 2──重疊圖形

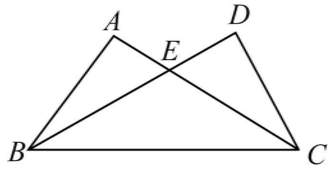
如圖，在△ABC 和△DCB 中 已知：$\overline{AB}=\overline{DC}$，$\overline{AC}=\overline{BD}$ 求證：$\angle A=\angle D$ 證明： ☆	☆筆記



牛刀小試 7

1. $\overline{AB}=\overline{DC}$，$\overline{AC}=\overline{BD}$，

求證：$\angle ACB=\angle DBC$



2. 已知: $\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{AD}=\overline{AE}$，

求證：$\overline{BD}=\overline{CE}$

證明：在△ABD 和△ACE 中

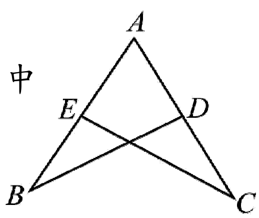
① $\overline{AB}=$______

② $\overline{AD}=$______

③ $\angle A=$______（共用角）

△$ABD\cong$△______（______全等）

故 $\overline{BD}=\overline{CE}$

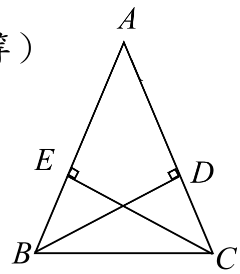


3. 已知：在△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，

$\overline{BD}\perp\overline{AC}$，$\overline{CE}\perp\overline{AB}$

求證：$\overline{BD}=\overline{CE}$

（等腰△中，腰上的高相等）



4. (1)已知：△ABC 與△BPQ 均為正△

求證：$\angle AQB=\angle BPC$

證明：在△AQB 與△CBP 中

① $\overline{AB}=$________

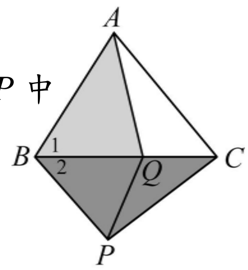
（∵△ABC 是正△）

② $\angle 1=$______$=60°$

③ $\overline{BQ}=$______（∵△BPQ 是正△）

△$AQB\cong$△CPB（________全等）

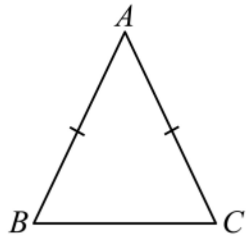
所以 $\angle AQB=\angle BPC$



(2) 若 $\angle AQB=100°$，

則 $\angle BPC=$____度，$\angle QPC=$____度。

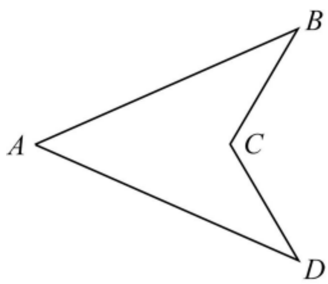
例題 5 利用三角形的全等性質證明 3──輔助線

已知：$\triangle ABC$ 為等腰$\triangle$ 求證：$\angle B = \angle C$ 證明：  ☆	☆筆記

牛刀小試 8

1. $\overline{AB} = \overline{AD}$，$\overline{BC} = \overline{CD}$

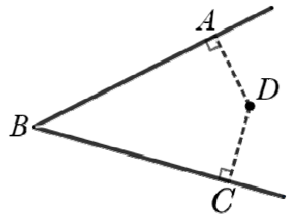
(1) 求證 $\angle ABC = \angle ADC$



(2) 由上題中，若 $\angle BAC = 25°$
$\angle CDA = 38°$，則 $\angle BCD =$？

2. 四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB} = \overline{BC}$，$\overline{AD} \perp \overline{AB}$，$\overline{CD} \perp \overline{BC}$

(1) 證明 $\overline{AD} = \overline{CD}$



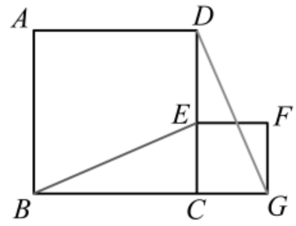
(2) 承上題，已知 $\overline{AD} = \overline{CD} = 8$，
$\overline{BC} = 15$，$\angle A = \angle C = 90°$，
求四邊形 $ABCD$ 面積。

例題 6 利用三角形的全等性質證明 4──正方形

已知：四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $CEFG$ 都是正方形，而且 E 在 $\overline{CD}$ 上

求證：$\overline{BE} = \overline{DG}$

證明：

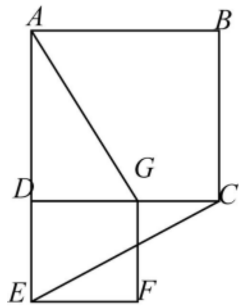


☆

☆筆記

牛刀小試 9

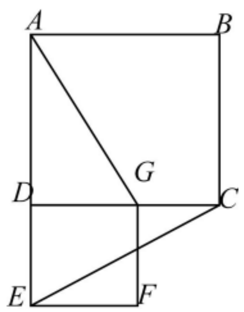
1. 已知：四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $DEFG$ 都是正方形。求證 $\overline{AG} = \overline{CE}$。



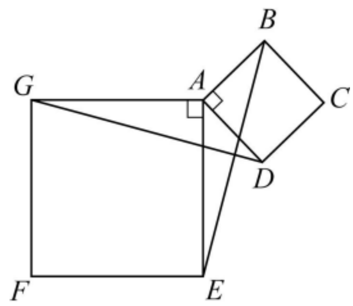
2. 已知：四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $DEFG$ 都是正方形。若 $\overline{DG} = 5$，$\overline{AD} = 12$，

(1) $\overline{AG} =$______

(2) $\overline{CE} =$______



★3. 已知：正方形 $ABCD$ 和正方形 $AEFG$，求證 $\overline{BE} = \overline{GD}$。



★4. 已知：正方形 $ABCD$ 和正方形 $DEFG$，$\angle ACB = 90°$，若 $\overline{BC} = 3$，$\overline{AB} = 5$，求

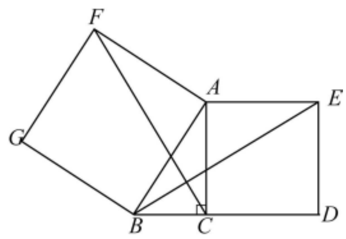
(1) $\overline{AC} =$______

(2) $\overline{DE} =$______

(3) $\overline{BD} =$______

(4) $\overline{BE} =$______

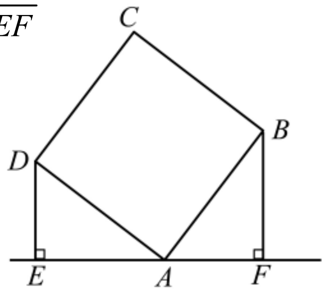
(5) $\overline{CF} =$______



例題 7 利用三角形的全等性質證明 5──直角三角形

已知：$ABCD$ 是正方形，而且 $\overline{DE} \perp \overline{EF}$，$\overline{BF} \perp \overline{EF}$

求證：$\overline{DE} = \overline{AF}$



證明：

☆

☆筆記

牛刀小試 10

1. 四邊形 $ABCD$ 為正方形，$\overline{AE} \perp \overline{BE}$，$\overline{BF} \perp \overline{CF}$

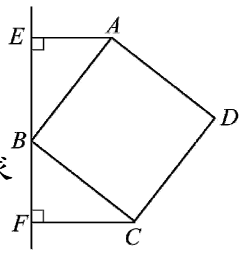
(1) 試證：$\overline{AE} = \overline{BF}$

(2) $\overline{AE} = 3$，$\overline{CF} = 4$，求

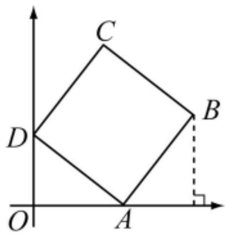
① $\overline{BF} =$______，

② $\overline{BC} =$______，

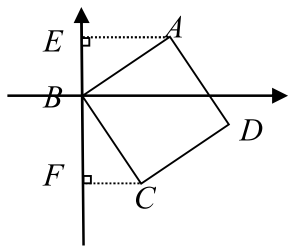
③ $\overline{AB} =$______。



2. 四邊形 $ABCD$ 為正方形，若 A 點坐標(12 , 0)，D 點坐標(0 , 5)，求 B 點坐標。



3. 四邊形 $ABCD$ 為正方形，若 $\overline{CB} = 13$，$\overline{AE} = 12$，求 C 坐標。

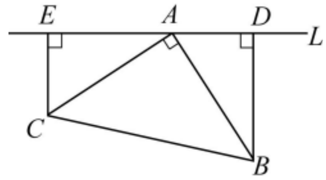


★4. 如右圖，$\overline{BD} \perp L$，$\overline{EC} \perp L$，$\angle BAC = 90°$，$\overline{AB} = \overline{AC}$，若 $\overline{AD} = 3$，$\overline{AE} = 4$，

則 $\overline{BD} =$______，

$\overline{AC} =$______，

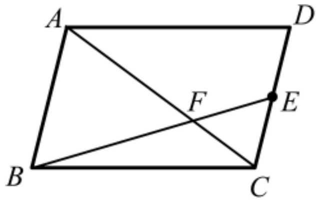
$\overline{BC} =$______。



例題 8 利用相似性質來證明

已知：如圖，在▱$ABCD$ 中，E 為 $\overline{CD}$ 中點，$\overline{BE}$ 和 $\overline{AC}$ 交於 F

求證：$\overline{AF}=2\overline{CF}$



☆

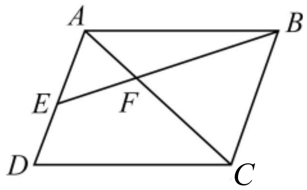
☆筆記

牛刀小試 11

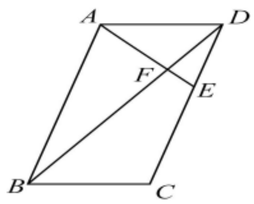
1. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 E 為 $\overline{AD}$ 的中點，$\overline{AC}$ 與 $\overline{BE}$ 交於 F 點，求證：

(1)$\triangle AEF\sim\triangle CBF$。

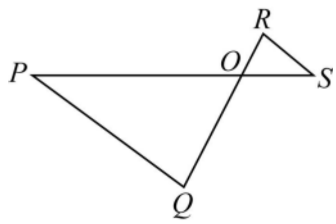
(2) $\overline{CF}=2\overline{AF}$ 。



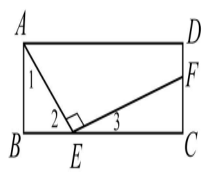
2.如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{DE}:\overline{EC}=1:2$，且 $\overline{AE}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 F，若 $\overline{AF}=6$，則 $\overline{EF}=$______。



3. 如圖，$\overline{PS}$ 與 $\overline{QR}$ 交於 O 點，$\overline{OP}=3\overline{OS}$，$\overline{OQ}=3\overline{OR}$，求證：$\overline{PQ}=3\overline{RS}$。



★**4.** 已知長方形 $ABCD$ 中，$\angle AEF=90°$，試證$\triangle ABE\sim\triangle ECF$。



證明

(1) 在$\triangle ABE$ 中

$\angle 1+\angle 2=$______

又$\angle AEF=90°$

$\therefore \angle 3+\angle 2=$______，

推得$\angle 1=$______

(2) $\triangle ABE$ 和$\triangle ECF$ 中

①$\angle 1=$______

②$\angle B=$______

$\triangle ABE\sim\triangle ECF$（______相似）

概念④ 奇數和偶數

舉例：	☆筆記
1. 偶數：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ ☆換個寫法：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 問題：有沒有辦法可以寫出世界上所有的偶數？ 2. 奇數：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ ☆換個寫法：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 問題：有沒有辦法可以寫出世界上所有的奇數？	① 0是奇數還是偶數？ ② 3的倍數如何表示？

牛刀小試 12

1. (1)如何表示 0、2、4、6、……所有的數？
(2)如何表示 1、3、5、7、9…所有的數？

2. (1)如何表示 3、6、9、12…所有的數？
(2)如何表示 5、10、15、20…所有的數？

3. 如何表示下列所有的數
(1) 4、7、10、13……
(2) 6、11、16、21、26、31……

4. (1)被 4 整除的數，如何表示？
(2)被 4 除餘 1 的數，如何表示？
(3)被 4 除餘 2 的數，如何表示？
(4)被 4 除餘 3 的數，如何表示？

例題 9 代數證明 1——奇數和偶數

已知：a 是一個奇數 求證：a^2 也是奇數 證明：	☆筆記

牛刀小試 13

1. 已知：a 是偶數。
求證：a^2 也是偶數。

2. 若 a 為奇數。
試證：$a+1$ 為偶數。

3. 若 a 是整數，則(請填奇數或偶數)
(1) $2a$ 為______
(2) $2a+1$ 為______
(3) $2a+2$ 為______
(4) $2(a+3)$為______

4. 若 b 是奇數，則(請填奇數或偶數)
(1) $b+1$ 為______
(2) $b+2$ 為______
(3) $2b$ 為______
(4) $2b+3$ 為______

5. 若 c 是偶數，則 (請填奇數或偶數)
(1) $c+1$ 為______
(2) $c+2$ 為______
(3) 3c 為______
(4) 3c+3 為______

例題 10 代數證明 2──比大小

已知：a、b 是正數，而且 $a>b$ 求證：$a^2>b^2$ 證明：	☆筆記 若 a、b 是正數，$a^2>b^2$ 則 $a\square b$

牛刀小試 14

1. 在下列式子中，填入「＞、＝、＜」

(1) $7\ \square\ 3 \Rightarrow 7^2\ \square\ 3^2$

(2) $2\ \square\ 5 \Rightarrow 2^2\ \square\ 5^2$

2. (1) $(-7)\square(-3) \Rightarrow (-7)^2\square(-3)^2$

(2) $(-2)\square(-5) \Rightarrow (-2)^2\square(-5)^2$

3. 已知：a、b 為負數，且 $a<b$。

求證：$a^2>b^2$

證明：

$\because a<b<0 \quad \therefore a-b\square\ 0$，

$\because a$、b 為負數 $\therefore a+b\square\ 0$

$a^2-b^2=(\_\_\_\_\_\_\_)(\_\_\_\_\_\_\_)\square 0$

故 $a^2>b^2$

4. 在下列式子中，填入「＞、＝、＜」

(1) $5^2\ \square\ 4^2$，但 $5\ \square\ 4$

(2) $3^2\ \square\ 7^2$，但 $3\ \square\ 7$

5. (1) $(-5)^2\ \square(-2)^2$，但$(-5)\square(-2)$

(2) $(-3)^2\square(-7)^2$，但$(-3)\square(-7)$

6. 已知：a、b 為負數，且 $a^2<b^2$。

試證：$a>b$

證明：

$a^2<b^2 \Rightarrow a^2-b^2\square 0$，

$\Rightarrow(a+b)(a-b)\square 0$

$\because a$、b 為負數

$\therefore a+b\ \square\ 0$

推得 $a-b\ \square\ 0$

故 $a\ \square\ b$

例題 11 代數證明 3──畢氏定理

已知：a、b、c 分別為直角△的三邊長，而且 c 是斜邊 (其中 a、b、c 是正整數) 求證：a^2 是$(b+c)$的倍數 證明：	☆筆記 因數和倍數

牛刀小試 15

1. 已知: a 和 b 是正整數，且 $a^2=b^2-3^2$
求證: a^2 是$(b+3)$的倍式。

2. 已知: a 和 b 是正整數，且 $a^2+5^2=b^2$，
求證: a^2 是$(b+5)$的倍數。

3. 在直角△中，a 為斜邊長，b、3 為兩股長。其中 a，b 為正整數，請問 $a+b$ 是下列哪一個數的因數?
(A) 7　(B) 8　(C) 9

4. 已知直角△中，b 為斜邊長，a、7 為兩股長，其中 a、b 為正整數，則 $a+b$ 為下列哪一個因數？
(A) 25　(B) 36　(C) 49

解答篇

牛刀小試1

1. 已知：$\overline{AB}=\overline{AC}$
   求證：$\angle B=\angle C$

2. 已知：P 在 $\overline{AB}$ 的中垂線上
   ($\overline{AM}=\overline{BM}$ ，$\overline{PM}\perp\overline{AB}$)
   求證：$\overline{PA}=\overline{PB}$

3. 已知：$ABCD$ 為平行四邊形
   求證：對角相等
   ($\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$)

4. 已知：$\overline{AB}=\overline{AC}$
   $\overline{AD}$ 是 $\angle BAC$ 的角平分線
   ($\angle BAD=\angle CAD$)
   求證: $\overline{BD}=\overline{CD}$

牛刀小試2

1. $\because\overline{OC}\perp\overline{AE}$
   $\therefore\angle1+\angle2=\underline{90}$ 度
   $\because\overline{OB}\perp\overline{OD}$
   $\therefore\angle2+\angle3=\underline{90}$ 度
   故 $\angle1=\angle\underline{3}$

2. (1)65°(2)25°(3)115°

3. (1)$\because L//M$，$\overline{PR}\perp M$，$\overline{QS}\perp M$
   $\therefore\overline{PR}=\overline{QS}$
   (2)$\triangle PAB$ 面積$=\dfrac{\overline{AB}\times\overline{PR}}{2}$
   $\triangle QCD$ 面積$=\dfrac{\overline{AC}\times\overline{QS}}{2}$
   (3) $\because\overline{AB}=\overline{AC}$ ，$\overline{PR}=\overline{QS}$
   $\therefore\triangle PAB$ 面積$=\triangle QCD$ 面積

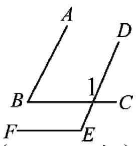
4. $\because\angle1+\angle2=180^\circ$
   $\angle A+\angle B+\angle2=180^\circ$
   $\therefore\angle1+\angle2=\angle A+\angle B+\angle2$
   故 $\angle1=\angle A+\angle B$

牛刀小試3

1. (1) $\overline{PA}=\overline{PB}$
   (2)① $\overline{PM}\perp\overline{AB}$ ，$\overline{AM}=\overline{BM}$
   ② $\overline{PM}=\overline{PM}$
   (3)SAS 全等性質
   證明過程
   $\triangle PAM$ 和 $\triangle PBM$ 中
   $\because\overleftrightarrow{PM}$ 為 $\overline{AB}$ 的垂直平分線
   $\therefore$① $\overline{AM}=\overline{BM}$ ，
   ② $\angle PMA=\angle PMB=90^\circ$
   ③ $\overline{PM}=\overline{PM}$ （共用邊）
   $\triangle PAM\cong\triangle PBM$（$SAS$ 全等）
   故 $\overline{PA}=\overline{PB}$

2. (1) $\overline{PD}=\overline{PE}$
   (2)① $\angle DBP=\angle EBP$
   ② $\overline{PD}\perp\overline{AB}$ ，$\overline{PE}\perp\overline{BC}$
   $\overline{BP}=\overline{BP}$ （共用邊）
   (3) AAS 全等性質
   證明過程
   $\triangle DBP$ 和 $\triangle EBP$ 中
   (1)$\because P$ 是 $\angle ABC$ 的角平分線
   $\therefore\angle DBP=\angle EBP$
   (2)$\angle BDP=\angle BEP=90^\circ$
   (3) $\overline{BP}=\overline{BP}$ （共用邊）
   $\triangle DBP\cong\triangle EBP$（$AAS$ 全等）
   故 $\overline{PD}=\overline{PE}$

牛刀小試4



1. $\because\overline{AB}//\overline{DE}$
   $\therefore\angle ABC+\angle1=180^\circ$（同側內角）
   $\because\overline{BC}//\overline{EF}$
   $\therefore\angle1=\angle E$（同位角）
   故 $\angle B+\angle E=180^\circ$
2. 50°或 130°
3. 80°或 100°
4. $\therefore\angle3=\angle\underline{1}$（內錯角相等）
   $\angle4=\angle\underline{2}$（內錯角相等）
   因此 $\angle ABC=\angle3+\angle4=\underline{\angle1+\angle2}$
   故 $\angle ABC=\angle1+\angle2$
5. 82

牛刀小試5

1.②$\because\overline{AB}//\underline{\overline{CD}}$
   $\therefore\angle ADC=\angle\underline{BAD}$（內錯角相等）
   ③ $\overset{\frown}{AC}=2\underline{\angle ADC}=2\underline{\angle BAD}=\overset{\frown}{BD}$
2. E
3. ① $\because\overline{AB}//\overline{CD}$
   $\therefore\angle1=\angle\underline{3}$ (內錯角相等)
   ② $\because\overline{AC}$ 為 $\angle C$ 角平分線
   $\therefore\angle1=\angle\underline{2}$，
   推得 $\angle2=\angle\underline{3}$
   ③ $\triangle ABC$ 中
   $\because\angle2=\angle\underline{3}$
   故 $\overline{AB}=\underline{\overline{BC}}$
4. 2，3，18

牛刀小試6

1. $\overline{DC}$ ，$\angle DCA$，$\overline{AC}$ SAS，$\angle D$
2. $\overline{CD}$ ，$\overline{CF}$ ，$\angle CFD$，RHS，$\angle D$
3. 內錯角，$\angle2$，內錯角，$\overline{BC}$ ，
   ASA，$\overline{OC}$ ，$\overline{OD}$
4. $\overline{AB}$ ，$\angle B$，$\overline{AE}$ ，RHS，$\angle BAE$

牛刀小試7

1. $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中
   ① $\overline{AB}=\overline{DC}$
   ② $\overline{AC}=\overline{BD}$
   ③ $\overline{BC}=\overline{BC}$
   $\triangle ABC\cong\triangle DCB$（$SSS$ 全等）
   故 $\angle ACB=\angle DBC$

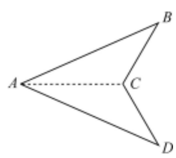
2. $\triangle ABD$ 和 $\triangle AEC$ 中
   ① $\overline{AB}=\underline{\overline{AC}}$
   ② $\overline{AD}=\underline{\overline{AE}}$
   ③ $\angle A=\underline{\angle A}$（共用角）
   $\triangle ABD\cong\triangle ACE$（$SAS$ 全等）
   故 $\overline{BD}=\overline{CE}$

3. 在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACE$ 中
   $\because$ ① $\overline{AB}=\overline{BC}$
   ② $\angle ADE=\angle AEC=90^\circ$
   ($\overline{BD}\perp\overline{AC}$ ，$\overline{CE}\perp\overline{AB}$)
   ③ $\angle A=\angle A$（共用角）
   $\therefore\triangle ABD\cong\triangle ACE$（$AAS$ 全等）

4.(1)在 $\triangle AQB$ 與 $\triangle CBP$ 中
   $\because$ ① $\overline{AB}=\overline{AC}$ （$\triangle ABC$ 是正△）
   ② $\angle1=\angle2=60^\circ$
   ③ $\overline{BQ}=\overline{BP}$ （$\triangle BPQ$ 是正△）
   $\therefore\triangle AQB\cong\triangle CPB$（$SAS$ 全等）
   (2) 100，40

牛刀小試8

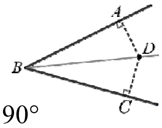
1. (1)連 $\overline{AC}$
   在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$



   $\because$① $\overline{AB}=\overline{AD}$
   ② $\overline{BC}=\overline{DC}$
   ③ $\overline{AC}=\overline{AC}$
   $\because\triangle ABC\cong\triangle ADC$（$SSS$ 全等）
   故 $\angle ABC=\angle ADC$

   (2)126 度

2.(1)連 $\overline{BD}$



在$\triangle ABD$和$\triangle CDB$

∵① $\overline{AB}=\overline{BC}$

② $\angle BAD=\angle BCD=90^\circ$

③ $\overline{BD}=\overline{BD}$（共用邊）

∴$\triangle ABD\cong\triangle CBD$（*RHS* 全等）

故 $\overline{AD}=\overline{DC}$

(2) 120

牛刀小試 9

1. 在$\triangle ADG$和$\triangle CDE$

∵① $\overline{AD}=\overline{DC}$

② $\overline{DG}=\overline{DE}$

③ $\angle ADG=\angle CDE=90^\circ$

∴$\triangle ADG\cong\triangle CDE$（*SAS* 全等）

故 $\overline{AG}=\overline{CE}$

2. (1)13 (2)13
3. $\triangle GAD$和$\triangle EAB$

① $\overline{AG}=\overline{AE}$

② $\overline{AD}=\overline{AB}$

③ $\angle GAD=90^\circ+\angle EAD=\angle EAB$

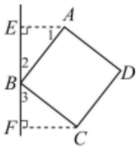
$\triangle GAD\cong\triangle EAB$（*SAS* 全等）

故 $\overline{BE}=\overline{GD}$

4. (1)4 (2)4(3)7(4) $\sqrt{65}$ (5) $\sqrt{65}$

牛刀小試 10

1. (1)在$\triangle AEB$和$\triangle BFC$



∵ ① $\overline{AB}=\overline{BC}$

② $\angle AEB=\angle BFC$

③ $\angle 1+\angle 2=90^\circ$

又$\angle 2+\angle 3=90^\circ$

$\Rightarrow\angle 1=\angle 3$

∴ $\triangle AEB\cong\triangle BFC$（*AAS* 全等）

故 $\overline{AE}=\overline{BF}$

(2) 3，5，5

2. (17 , 12)
3. (5 ,－12)
4. 4，5，$5\sqrt{2}$

牛刀小試 11

1. $\triangle AEF$和$\triangle CBE$

(1)∵ $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

∴$\angle EAF=\angle BCF$（內錯角）

(2)$\angle AFE=\angle BFF$（對頂角）

$\triangle AEF\sim\triangle CBE$（*AA* 相似）

∵ $\overline{AF}:\overline{FC}=\overline{AE}:\overline{BC}$

$=1:2$

故 $\overline{FC}=2\overline{AF}$

2. 2

3. 在$\triangle OPQ$和$\triangle ORS$中

∵① $\overline{OP}=3\overline{OS}$

② $\overline{OQ}=3\overline{OR}$

③ $\angle POQ=\angle SOR$（對頂角）

∴$\triangle OPQ\sim\triangle OSR$（*SAS* 相似）

故 $\overline{PQ}=3\overline{RS}$

4. (1)在$\triangle ABE$中，$\angle 1+\angle 2=\underline{90^\circ}$

$\angle AEF=90^\circ$，$\angle 3+\angle 2=\underline{90^\circ}$

推得$\angle 1=\angle\underline{3}$

(2)在$\triangle ABE$和$\triangle ECF$中

①$\angle 1=\angle\underline{3}$

②$\angle B=\angle\underline{C}=90^\circ$

$\triangle ABE\sim\triangle ECF$（<u>*AA*</u> 相似）

牛刀小試 12

1. (1) $2n$（n 為 0 或正整數）

(2) $2n+1$（n 為 0 或正整數）

[或 $2n-1$（n 為正整數）]

2.(1) $3n$（n 為正整數）

(2) $5n$（n 為正整數）

3.(1) $3n+1$（n 為正整數）

(2) $5n+1$（n 為正整數）

4.(1)$4n$（n 為整數）

(2)$4n+1$（n 為整數）

(3)$4n+2$（n 為整數）

(4) $4n+3$（n 為整數）

牛刀小試 13

1. ∵a 是偶數

設 $a=2n$（n 為整數）

$a^2=(2n)^2=4n^2=2(2n^2)$

其中 $2n^2$ 是整數

∴a^2 也是偶數

2. ∵a 是奇數，設 $a=2n+1$（n 為整數）

$a+1=2n+1+1$

$=2n+2$

$=2(n+1)$

其中 $n+1$ 為整數

故 $a+1$ 是偶數

3. (1)偶數

(2)奇數

(3)偶數

(4)偶數

4.(1)偶數

(2)奇數

(3)偶數

(4)奇數

5. (1)奇數

(2)偶數

(3)偶數

(4)奇數

牛刀小試 14

1. (1)＞，＞

(2)＜，＜

2. (1)＜、＞

(2)＞、＜

3.＜，＜ ，<u>$(a+b)(a-b)$</u>，＞

4. (1)＞，＞

(2)＜， ＜

5. (1)＞，＜

(2)＜，＞

6. ＜，＜，＜，＞，＞

牛刀小試 15

1. $a^2=b^2-3^2=(b-3)(b+3)$

∵a，b 是正整數

∴a^2 是$(b+3)$的倍式

2. $a^2+5^2=b^2$

$a^2=b^2-5^2$

$=(b+5)(b-5)$

∵a，b 是正整數

∴a^2 是$(b+5)$的倍數

3. *C*

4. *C*