



B5 2-1 點直線與圓之間的位置關係



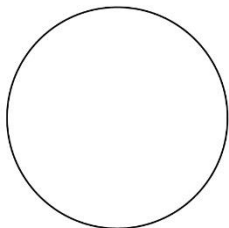
概念

① 什麼是圓？

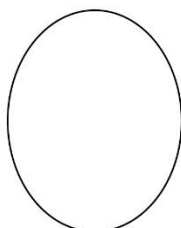


☆ 宇澤、侑安和桓辰三個人在黑板上畫圓，你覺得誰畫的比較圓？為什麼？

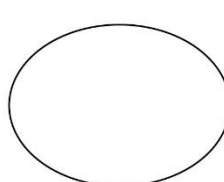
宇澤



侑安



桓辰



☆圓的意義：

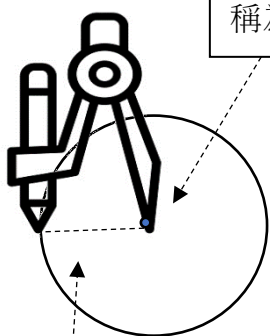
☆筆記

1. 請用圓規畫一個半徑 1.5 公分的圓，並指出圓心和半徑
2. 請問：圓心是不是圓的一部分？
3. 請問：你覺得圓比較像橡皮筋？還是 PIZZA 的皮？



牛刀小試 1

1. 認識圓



(1)圓規針尖固定點稱為_____

(3)圓規筆尖畫出的這一圈，稱為_____

(2) 筆尖和針尖之間的距離稱為_____

2. 想想看，為何營火晚會時，大家會自然而然圍成圓形？

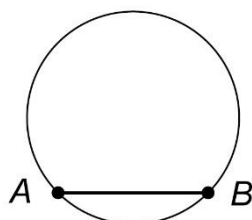


3. 請畫出一直徑為 5 公分的圓，並指出圓心 O 與半徑。



1. 弦：_____

2. 弧：_____



<註>

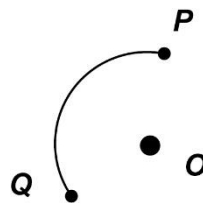
① 通過圓心的弦稱為_____

② 圓內最長的弦是_____

③ 半徑是不是弦？_____

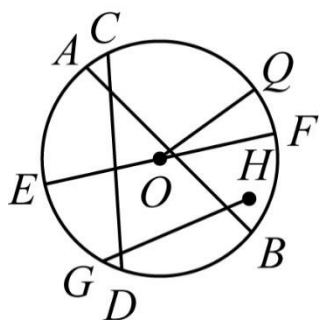
☆筆記

1. 比較優弧、劣弧和半圓的大小

2. 請問 $\widehat{PQ}$ 是優弧還是劣弧？為什麼？

牛刀小試 2

1.



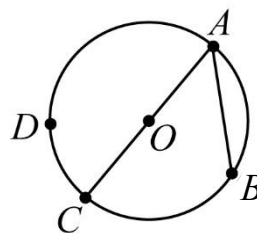
(1) 下列哪些為弦？答：_____

(2) 哪些是半徑？答：_____

(3) 最長的弦為_____

(4) 上列哪些不是弦？答：_____

2. 請用不同顏色在圖形上標示下列各弧，並用符號表示



(1) 以 A、B 為端點的優弧：_____

(2) 以 A、B 為端點的劣弧：_____

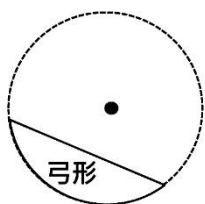
(3) 請比較優弧、劣弧和半圓的大小：



☆①扇形

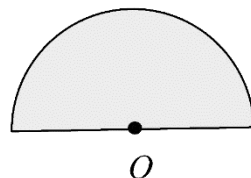


②弓形



☆筆記

請問：半圓弧和直徑所圍成的圖形是扇形還是弓形？

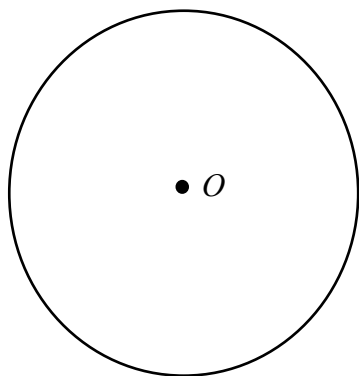


牛刀小試 3

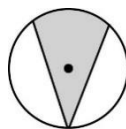
1. (1)一弦和一弧會形成的圖形稱為_____

(2)兩半徑和一弧所形成的圖形稱為_____

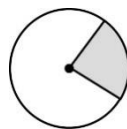
(3)請在下圖中畫出一個弓形及扇形



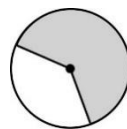
2. 下列哪些為扇形？_____
哪些為弓形？_____



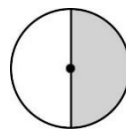
(A)



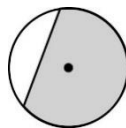
(B)



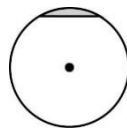
(C)



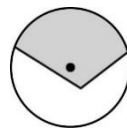
(D)



(E)



(F)



(G)

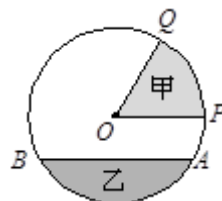
3. 如右圖，圓 O 中，

(1) $\overline{OP}$ 稱為_____，

(2) $\overline{AB}$ 稱為_____，

(3) $\overline{OP}$ 、 $\overline{OQ}$ 與 $\widehat{PQ}$ 所組成的圖形區域甲稱為_____，

$\overline{AB}$ 與 $\widehat{AB}$ 所組成的圖形區域乙稱為_____





概念

④ 弧長與扇形面積



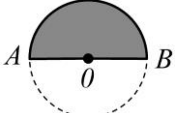
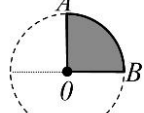
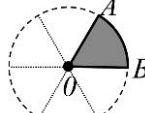
☆複習 ①圓周長=_____ = _____



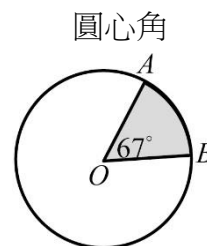
②圓面積=_____

③弧長與扇形面積

☆圓周率

半圓 	$\frac{1}{4}$ 圓 	$\frac{1}{6}$ 圓 
$\widehat{AB}$ 的弧長	$\widehat{AB}$ 的弧長	$\widehat{AB}$ 的弧長
扇形 AOB 的面積	扇形 AOB 的面積	扇形 AOB 的面積
為什麼是 $\frac{1}{2}$?	為什麼是 $\frac{1}{4}$?	為什麼是 $\frac{1}{6}$?

☆筆記



- ① 以圓心為頂點，兩半徑為邊所組成的角稱為_____ 如上圖的_____
- ② $\widehat{AB}$ 的弧長是圓周長的_____
- ③ 扇形 AOB 的面積是整個圓的_____



牛刀小試 ④

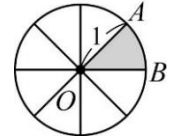
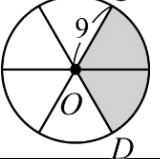
1. 算出下列圓周長和圓面積：

(1) 半徑為 3

(2) 半徑為 4

(3) 想一想 2 個 5 吋 pizza 比 1 個 9 吋 pizza 大嗎?

2. 寫出下列各題灰色區域是圓的幾分之幾，並求圓心角角度、弧長及扇形面積

		
幾分之幾的圓		
圓心角度數		
弧長		
扇形面積		



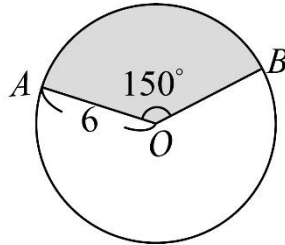
例題 1 計算弧長與扇形面積



如圖，已知：圓 O 的半徑是 6， $\widehat{AB}$ 所對的圓心角為 150°

求(1) $\widehat{AB}$ 的長度

(2) 扇形 AOB 面積



☆筆記



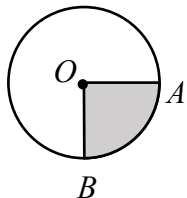
牛刀小試 5

1. 若圓 O 半徑為 5， $\widehat{AB}$ 所對的圓心角為 90° ，則：

(1) 灰色區域是圓的 _____

(2) $\widehat{AB}$ 長度為 _____

(2) 扇形 AOB 面積為 _____

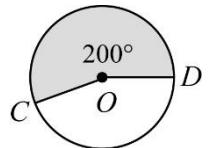


3. 若圓 O 半徑為 9， $\widehat{CD}$ 所對的圓心角為 200° ，則：

(1) $\widehat{CD}$ 的長度。

(2) 扇形 COD 的面積。

(3) 扇形 COD 的周長。

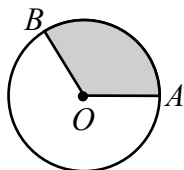


2. 若圓 O 半徑為 6， $\widehat{AB}$ 所對的圓心角為 120° ，則：

(1) 灰色區域是圓的 _____

(2) $\widehat{AB}$ 的長度為 _____

(3) 扇形 AOB 面積為 _____

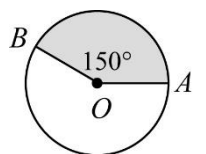


4. 若圓 O 直徑為 20， $\widehat{AB}$ 所對的圓心角為 150° ，則：

(1) $\widehat{AB}$ 的長度。

(2) 扇形 AOB 的面積。

(3) 扇形 AOB 的周長。





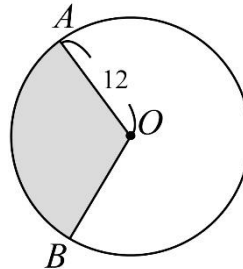
例題 ② 計算圓心角與扇形面積



如圖，已知：圓 O 的半徑是 12， $\widehat{AB} = 8\pi$

求(1) $\angle AOB$ 的度數

(2) 扇形 AOB 面積



☆筆記



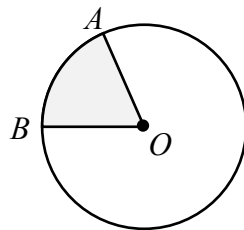
牛刀小試 6

1. 若圓 O 半徑為 9， $\widehat{AB} = 3\pi$ ，求

(1) $\widehat{AB}$ 弧長是圓周長的_____。

(2) $\angle AOB$ 度數為_____。

(3) 扇形 AOB 面積為_____。

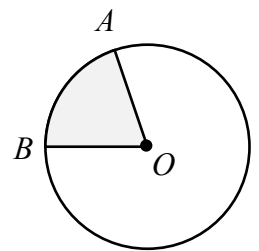


2. 若圓 O 半徑為 20， $\widehat{AB} = 8\pi$ ，求

(1) $\widehat{AB}$ 弧長是圓周長的_____。

(2) $\angle AOB$ 度數為_____。

(3) 扇形 AOB 面積為_____。



3. 若圓 O 直徑為 20, $\widehat{CD}=10\pi$, 求

(1) $\angle COD$ 度數為_____。

(2) 扇形 COD 面積為_____。

4. 若圓 O 直徑為 40, $\widehat{PQ}$ 的長度為 5π , 則

(1) $\angle POQ$ 度數為_____。

(2) 扇形 POQ 的面積為_____。

5. 若圓 O 半徑為 8, 扇形 AOB 面積為 8π , 則

(1) 扇形 AOB 面積是圓面積的_____。

(2) $\angle AOB=$ _____。

(3) $\widehat{AB}$ 的長度=_____。

6. 若圓 O 半徑為 12, 扇形 COD 面積為 16π , 則

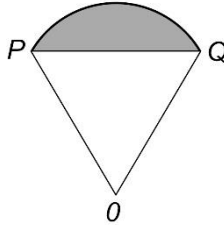
(1) 扇形 COD 面積是圓面積的_____。

(2) $\angle COD=$ _____。

(3) $\widehat{CD}$ 的長度=_____。

**例題****③ 計算弓形面積與周長**

如圖，扇形 OPQ 中，已知：半徑是 12， $\triangle OPQ$ 為正 $\triangle$
 求(1)藍色弓形的周長
 (2)藍色弓形的面積

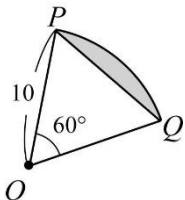


☆筆記

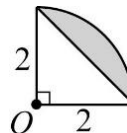
**牛刀小試 7**

求出下列灰色區域的弓形周長和面積

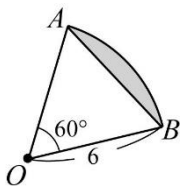
1.



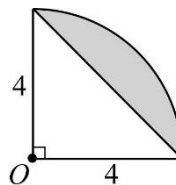
3.



2.

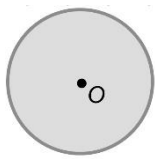


4.





☆1.

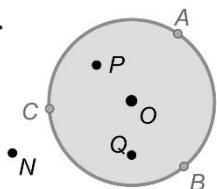


我們說的圓指的是_____

圓心 O 在圓的_____

其他的區域稱為圓的_____

2.



① A 、 B 、 C 三點都在圓周那一圈，

我們說 A 、 B 、 C 三點在_____

$\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$ 都_____半徑

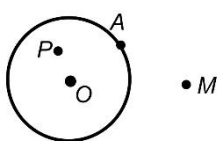
② O 、 P 、 Q 三點在_____

$\overline{OP}$ 、 $\overline{OQ}$ 都_____半徑

③ M 、 N 兩點在_____

$\overline{OM}$ 、 $\overline{ON}$ 都_____半徑

☆整理

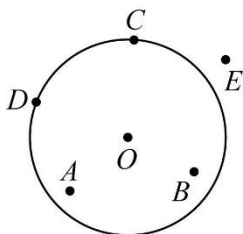


	點與圓的關係	圓心到點的距離 與半徑(r)的關係
點 A		
點 P		
點 M		

☆筆記



牛刀小試 8

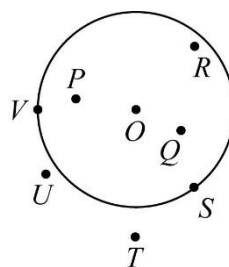
1. 判斷各點與圓 O 的位置關係。

(1) 點在圓內：_____

(2) 點在圓上：_____

(3) 點在圓外：_____

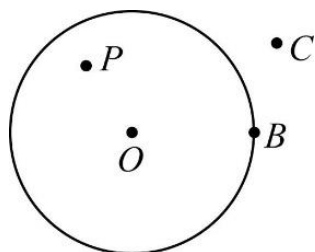
2.

(1) 與圓心 O 的距離小於半徑的點：

(2) 與圓心 O 的距離等於半徑的點：

(3) 與圓心 O 的距離大於半徑的點：

3.

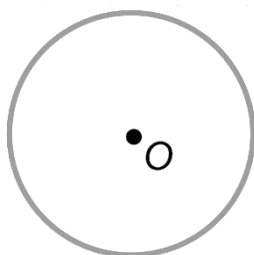


	與圓的位置關係	圓心到點的距離與半徑 r 的關係
P 點	在圓_____	$\overline{OP}$ _____ r
B 點	在圓_____	$\overline{OB}$ _____ r
C 點	在圓_____	$\overline{OC}$ _____ r

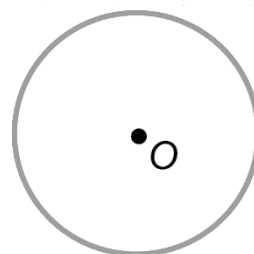
4. 已知圓 O 的半徑是 5，且有 A 、 B 、 C 三點，若 $\overline{OA} = 2$ ， $\overline{OB} = 5$ ， $\overline{OC} = 8$ ，則

(1) 在圓上的點是_____

(2) 在圓外的點是_____



5. 圓 O 外有一點 A 到圓心 O 的距離是 7，圓 O 內有一點 B 到圓心 O 的距離是 4。若圓 O 的半徑是 r ，請問：半徑 r 可能的範圍_____。



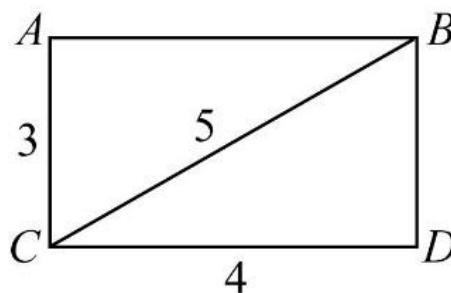
6. 如圖，長方形 $ABCD$ 中，若以 C 點為圓心， r 為半徑畫圓。

(1) 欲使 A 點在圓上，則半徑 $r =$ _____。

(2) 欲使 A 、 C 二點在圓內， D 、 B 二點在圓外，則半徑 r 可能範圍_____。

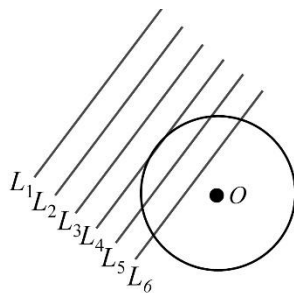
(3) 欲使 D 點在圓上，則半徑 $r =$ _____。

(4) 欲使 A 、 C 、 D 三點在圓內， B 點在圓外，則半徑 r 可能範圍_____。
(請用尺規試著畫畫看。)





☆請觀察直線慢慢向圓靠近時，
直線和圓的交點有什麼改變？



☆筆記

☆整理

請用紅筆，畫出圓心 O 到直線 L 的距離(D)			
直線與圓的交點個數			
D 與半徑(r)的關係			
直線 L 的名稱			

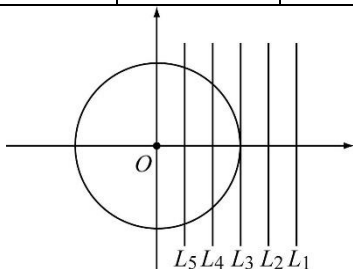


牛刀小試 9

1. 畫出圓心到直線的距離 D 。

直線與圓的交點個數		
D 與半徑(r)的關係		
L 名稱		

2.



(1) 哪些直線與圓 O 交於 2 點？

答：_____

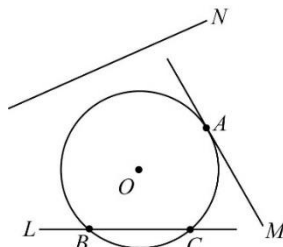
(2) 哪些直線與圓 O 交於 1 點？

答：_____

(3) 哪些直線與圓 O 沒有交點？

答：_____

3.



如圖有一半徑為 5 的圓及三條直線 L 、 M 、 N ，則：

(1) 圓心 O 到直線的距離為 3 的是直線_____。

(2) 圓心 O 到直線的距離為 5 的是直線_____。

(3) 圓心 O 到直線的距離為 8 的是直線_____。

(4) 哪一條是切線？答：_____。

(5) 哪一條是割線？答：_____。

(6) 哪一個點是切點？答：_____。

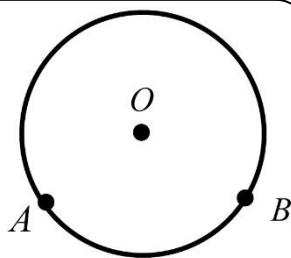
4. 已知圓 O 的切線和圓的距離是 8，則圓 O 的半徑是_____。

5. 當直線與圓心的距離小於半徑，則此直線和圓會有_____個交點。

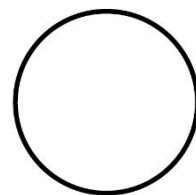
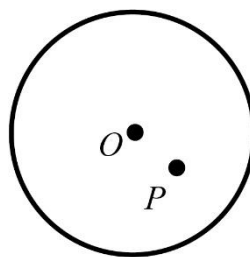


☆1. 弦：

2. 弦心距：

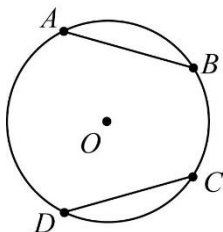


☆筆記

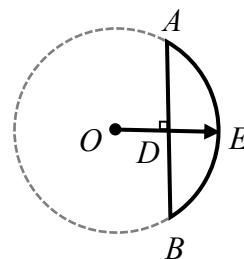
<例>畫出通過 P 點最長的弦和最短的弦

牛刀小試 10

1. 請分別畫出分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 的弦心距 $\overline{OM}$ 、 $\overline{ON}$ 。



3. 「箭在弦上，不得不發。」
請問圖中：

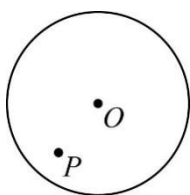


- (1) 弦指的是_____。
- (2) 箭指的是_____。
- (3) 箭中 $\overline{OD}$ 正是_____。

2. 通過 P 點的弦有多少條？

答：_____

請畫出通過 P 點最長的弦 $\overline{AB}$ 及最短的弦 $\overline{CD}$ 。



4. 圓 O 上最長的弦是 8，則

- (1) 此圓的直徑是_____。
- (2) 此弦的弦心距是_____。



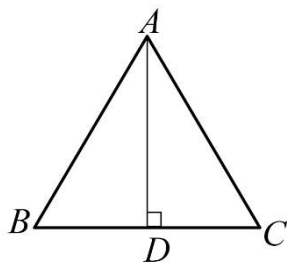
☆複習

D 如果 $\triangle ABC$ 是等腰 $\triangle$

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AD} \perp \overline{BC}$$

我們可以知道：

$\overline{BD}$ 和 $\overline{CD}$ 會_____



☆筆記

☆弦心距性質 1

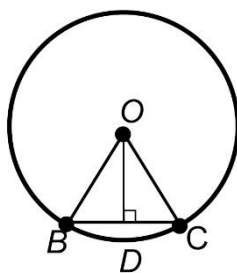
假設 $\overline{BC}$ 是弦， $\overline{OD}$ 是弦心距

1. $\triangle OBC$ 是_____ $\triangle$ (因為_____)

2. $\overline{OD} \perp \overline{BC}$ (因為 $\overline{OD}$ 是_____)

3. 我們知道_____

也就是 $\overline{OD}$ 把 $\overline{BC}$ _____

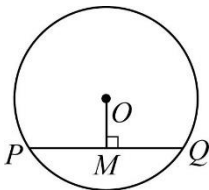


牛刀小試 11

1. 在半徑為 15 的圓 O 中， $\overline{PQ} = 24$ ，則：

(1) $\overline{PM} =$ _____

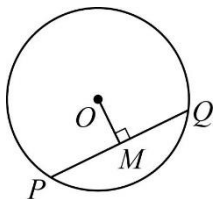
(2) $\overline{OM} =$ _____



2. 在半徑為 10 的圓 O 中， $\overline{PQ} = 12$ ，則：

(1) $\overline{PM} =$ _____

(2) $\overline{OM} =$ _____

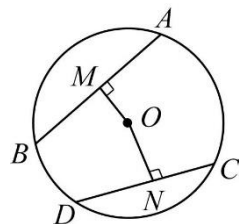


3. 在半徑為 17 的圓 O 中， $\overline{OM} = 8$ ，

$\overline{ON} = 15$ ，求：

(1) $\overline{AB} =$ _____

(2) $\overline{CD} =$ _____

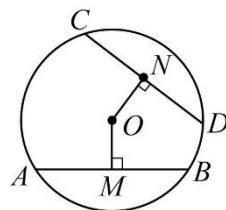


4. 如圖，已知 $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{ON} =$

3，求：

(1) $\overline{OM} =$ _____

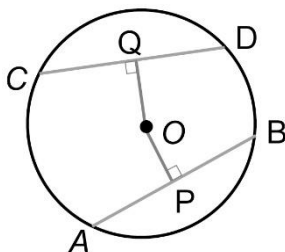
(2) 半徑 $r =$ _____





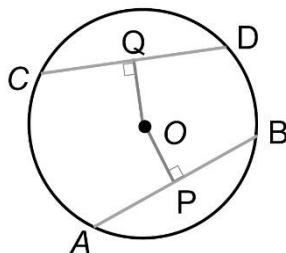
☆1. $\overline{OP}$ 和 $\overline{OQ}$ 分別是 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 的弦心距

如果 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，那麼 $\overline{OP} = \overline{OQ}$
為什麼？



☆2. $\overline{OP}$ 和 $\overline{OQ}$ 分別是 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 的弦心距

如果 $\overline{OP} = \overline{OQ}$ ，那麼 $\overline{AB} = \overline{CD}$
為什麼？



整理

☆筆記



牛刀小試 12

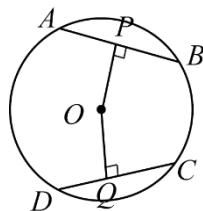
1. $\overline{OP}$ 和 $\overline{OQ}$ 分別是 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 的弦心距。

若 $\overline{AB} = \overline{CD} = 24$ ，則在半徑為 15 的圓中，則

(1) $\overline{OP} =$ _____。

(2) $\overline{OQ} =$ _____。

(3) 若兩弦的長度相等時，
請問：此兩弦的弦心距相等嗎？



2. $\overline{OM}$ 和 $\overline{ON}$ 分別是 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 的弦心距。

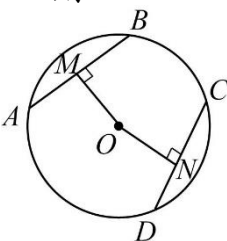
若 $\overline{OM} = \overline{ON} = 3$ ，半徑為 5，則

(1) $\overline{MB} =$ _____。

(2) $\overline{AB} =$ _____。

(3) $\overline{CD} =$ _____。

(4) 若兩弦的弦心距相等時，
請問：此兩弦的長度相等嗎？

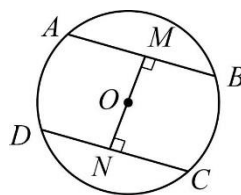


3. 在一半徑為 10 的圓中， $\overline{OM} = \overline{ON} = 6$ ，則

(1) $\overline{AM} =$ _____。

(2) $\overline{AB} =$ _____。

(3) $\overline{CD} =$ _____。





☆複習 圓內最長的弦_____

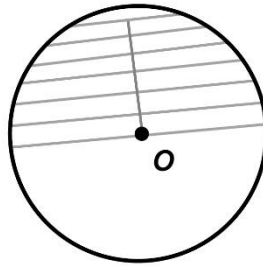
它的弦心距是_____

問題 1. 如果弦變大，弦心距會_____

為什麼？

2. 如果弦心距變大，弦會_____

為什麼？



☆筆記



整理

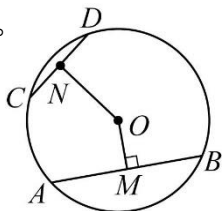


牛刀小試 13

1. 在半徑為 5 的圓中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{CD} = 6$ ，求

(1) $\overline{OM}$ 和 $\overline{ON}$ 長度。

(2) 比較 $\overline{OM}$ 和 $\overline{ON}$ 大小。

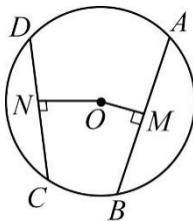


2. 在半徑為 25 的圓 O 中， $\overline{AB} = 48$ ，

$\overline{CD} = 40$ ，求：

(1) $\overline{OM}$ 和 $\overline{ON}$ 的長度。

(2) 比較 $\overline{OM}$ 和 $\overline{ON}$ 的大小。



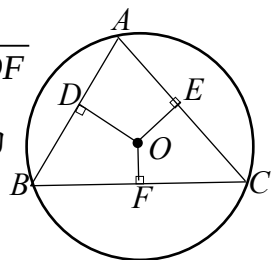
3. 如圖， $\overline{OD}$ 、 $\overline{OE}$ 、 $\overline{OF}$

分別是 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 的

弦心距且 $\overline{AB} = 5$ ，

$\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ ，

請比較 $\overline{OD}$ 、 $\overline{OE}$ 、 $\overline{OF}$ 的大小



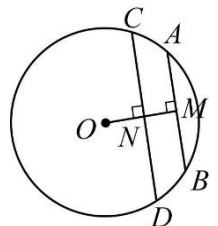
4. 在半徑為 10 的圓 O 中， $\overline{AB} = 12$ ，

$\overline{CD} = 16$ ，求：

(1) $\overline{OM} =$ _____

(2) $\overline{ON} =$ _____

(3) $\overline{MN} =$ _____



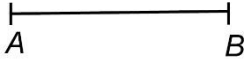


概念 11 弦的垂直平分線通過圓心

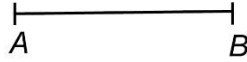


☆複習 中垂線性質

①

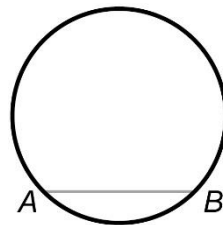


②



☆ 弦的中垂線會通過_____

為什麼？



☆筆記

① 弦心距會把弦_____

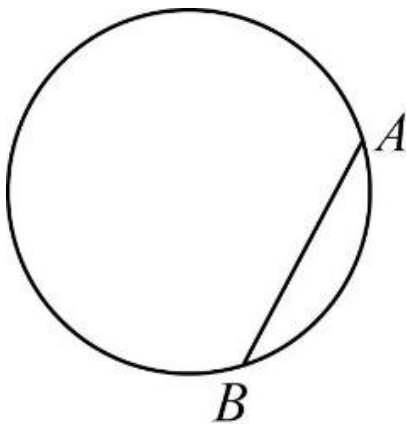
② 弦的垂直平分線會_____

③ 弦的中點與圓心連線會和弦_____

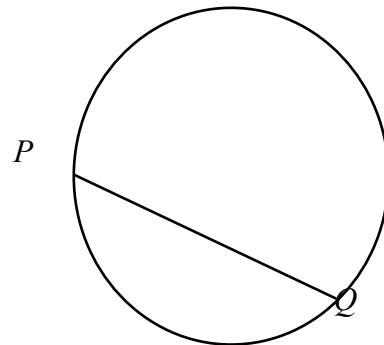


牛刀小試 14

1. 請畫出弦 $\overline{AB}$ 的中垂線。



2. 請畫出弦 $\overline{PQ}$ 的中垂線。

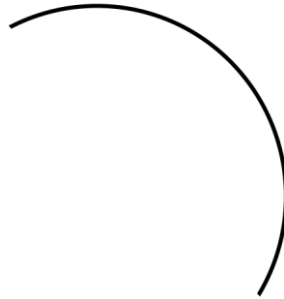




例題 4 找圓心



姿穎想用圓規畫一個圓，但是畫到一半筆芯斷了，
請你幫她完成這一個完整的圓

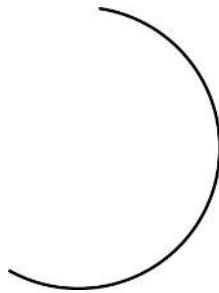


☆筆記

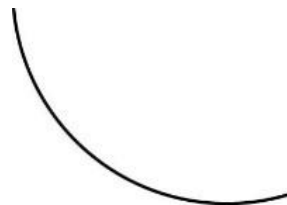


牛刀小試 15

1. 請利用尺規作圖，找出圓心 O 位置，再
畫成一個完整的圓。



2. 請利用尺規作圖，先找到圓心位置，再
完成一個完整的圓。





概念 12 圓的切線



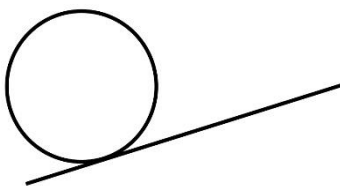
☆ 1 切線

2 圖示

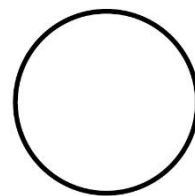
☆ 筆記

切點

相切



切線與割線



1. 直線和圓相切時：

① 圓心到切線的距離 = _____

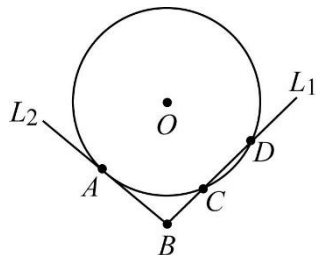
② 圓心和切點的連線會 _____

2. 在圓 O 上找一點 A ，與 $\overline{OA}$ 垂直的直線就是圓 O 的 _____， A 點就是 _____

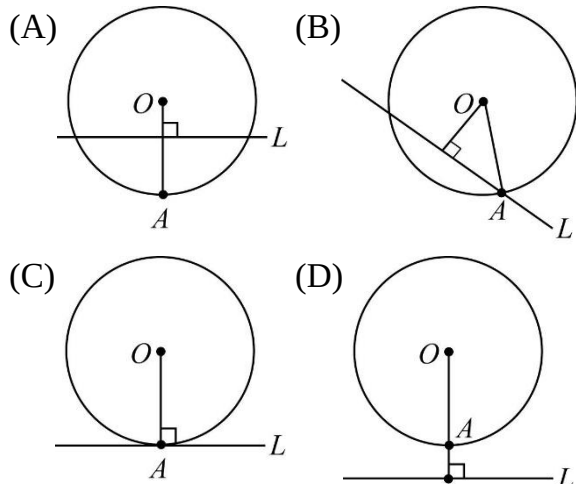


牛刀小試 16

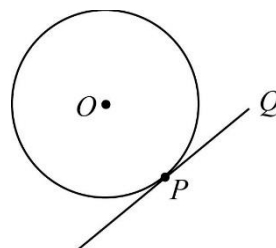
1. 當直線和圓交於一點時，
此直線就是圓的 _____，
其交點就是 _____，
如右圖，切線是 _____，切點是 _____。



2. 下列哪個圖形是直線 L 與圓 O 相切？



3. 已知 $\overleftrightarrow{PQ}$ 和圓相切，則



- (1) P 是 _____，連接 $\overline{OP}$ 。
(2) $\overline{OP}$ 和 $\overleftrightarrow{PQ}$ 互相垂直，
所以 $\angle OPQ =$ _____ 度。
(3) $\overline{OP} = 6$ ，則圓 O 半徑是 _____
即圓心到切線的距離
就是圓 O 的 _____。

4. 已知 $\overleftrightarrow{PQ}$ 和圓 O 相切，且 P 是切點，圓心到切線的距離是 7

- (1) $\overline{OP} =$ _____
(2) 圓 O 的半徑 = _____

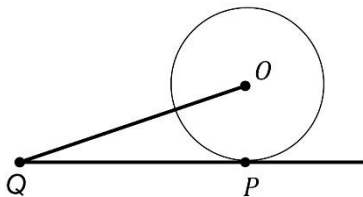


例題 5 切線性質的應用



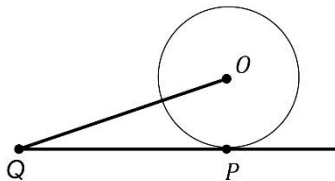
如圖，直線 $\overline{PQ}$ 是切線， P 是切點，若圓 O 半徑是 5， $\overline{PQ} = 12$ ，求 $\overline{OQ} = ?$

☆筆記



牛刀小試 17

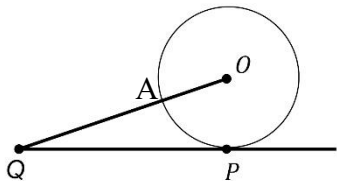
1. 如圖，直線 $\overline{PQ}$ 是切線， P 是切點。若圓 O 半徑是 6， $\overline{PQ} = 8$ ，求 $\overline{OQ} = \underline{\hspace{2cm}}$



2. 如圖，直線 $\overline{PQ}$ 是切線， P 是切點。若圓 O 半徑是 7， $\overline{PQ} = 24$ ，求

(1) $\overline{OQ} = \underline{\hspace{2cm}}$

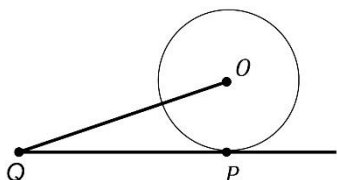
(2) $\overline{QA} = \underline{\hspace{2cm}}$



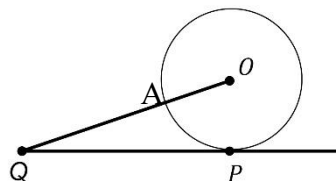
3. 如圖，直線 $\overline{PQ}$ 是切線， P 是切點。若 $\overline{PQ} = 4$ ， $\overline{OQ} = 5$ ，求

(1) $\overline{OP} = \underline{\hspace{2cm}}$

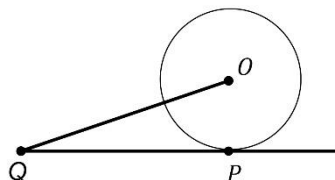
(2) 圓 O 半徑 = $\underline{\hspace{2cm}}$



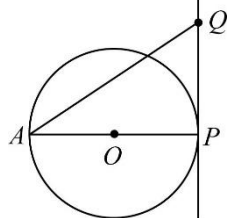
4. 如圖，直線 $\overline{PQ}$ 是切線， P 是切點。若 $\overline{PQ} = 15$ ， $\overline{OQ} = 17$ ，求 (1) $\overline{OP} = \underline{\hspace{2cm}}$
(2) 圓 O 半徑 = $\underline{\hspace{2cm}}$ (3) $\overline{QA} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



5. 如圖直線 $\overline{PQ}$ 是切線， P 切點。若圓 O 半徑是 5， $\overline{OQ} = 13$ ，則 $\overline{PQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



6. 如圖，直線 $\overline{PQ}$ 是切線， P 是切點。若圓 O 半徑是 4， $\overline{AQ} = 17$ ，求 $\overline{PQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





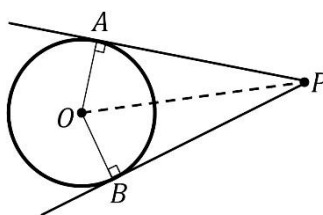
概念 13 圓外一點畫圓的切線



☆ 如圖， P 是圓 O 外一點， $\overleftrightarrow{PA}$ 和 $\overleftrightarrow{PB}$ 是切線
連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$

請問：

1. $\triangle PAO$ 和 $\triangle PBO$ 是否會全等？
為什麼？
2. 四邊形 $PAOB$ 是_____形

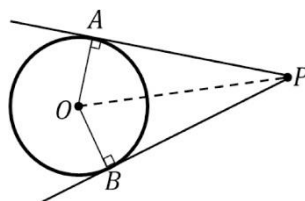


☆筆記



整理：通過圓 O 外一點 P ，畫圓的兩條切線
我們可以得到：

- | | |
|---------|---------|
| ① _____ | ② _____ |
| ③ _____ | ④ _____ |
| ⑤ _____ | |



牛刀小試 18

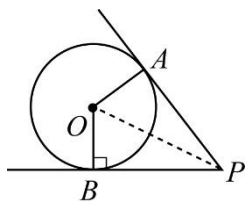
1. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overleftrightarrow{PA}$ 和 $\overleftrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知

$$\overline{OA} = 3, \overline{OP} = 5$$

(1) $\overline{PA} =$ _____

(2) $\overline{PB} =$ _____

(3) 四邊形 $PAOB$ 的面積是 _____

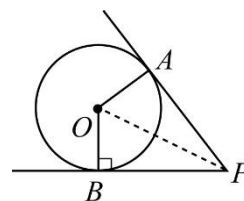


3. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overleftrightarrow{PA}$ 和 $\overleftrightarrow{PB}$ 是切線，
連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知 $\angle APO = 30^\circ$

(1) $\angle BPO =$ _____

(2) $\angle APB =$ _____

(3) $\angle AOB =$ _____



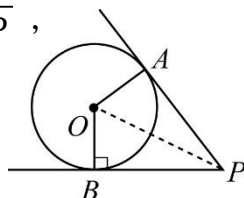
2. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overleftrightarrow{PA}$ 和 $\overleftrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，

已知 $\overline{OA} = 5, \overline{OP} = 13$

(1) $\overline{PA} =$ _____

(2) 四邊形 $PAOB$ 的周長為 _____

(3) 四邊形 $PAOB$ 的面積是 _____

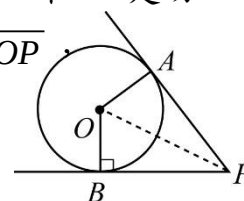


4. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overleftrightarrow{PA}$ 和 $\overleftrightarrow{PB}$ 是切線，
連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，

已知 $\angle AOB = 150^\circ$

(1) $\angle AOP =$ _____

(2) $\angle APB =$ _____





例題 6 通過圓外一點畫切線的應用 1

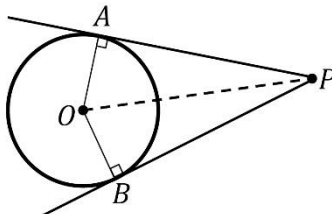


如圖， P 是圓 O 外一點， $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$

已知：圓 O 半徑是 5， $\overline{OP} = 13$ ，求

(1) $\overline{PA} = ?$

(2) $\overline{AB} = ?$



☆筆記

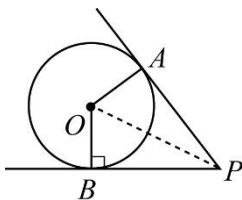


牛刀小試 19

1. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知圓 O 半徑是 3， $\overline{OP} = 5$ ，求

(1) $\overline{PA} = \underline{\hspace{2cm}}$

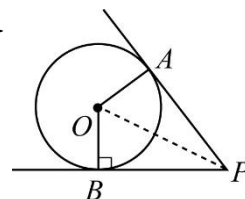
(2) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$



3. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知圓 O 半徑是 15， $\overline{AP} = 20$ ，求

(1) $\overline{OP} = \underline{\hspace{2cm}}$

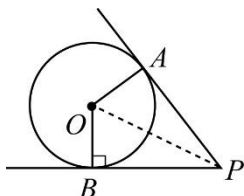
(2) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$



2. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知圓 O 半徑是 8， $\overline{OP} = 17$ ，求

(1) $\overline{PA} = \underline{\hspace{2cm}}$

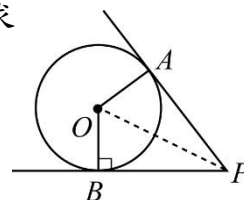
(2) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$



4. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知 $\overline{OP} = 15$ ， $\overline{PA} = 12$ ，求

(1) 圓 O 半徑 = $\underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$





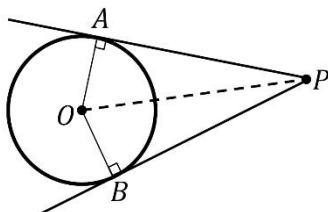
例題 7 通過圓外一點畫切線的應用 2



如圖， P 是圓 O 外一點， $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$

已知：圓 O 半徑是 1， $\overline{OP} = 2$ ，求

- (1) $\overline{PA} = ?$
- (2) $\angle APB = ?$
- (3) $\angle AOB = ?$



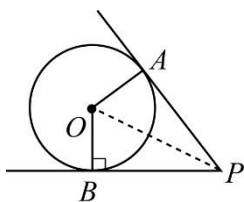
☆筆記



牛刀小試 20

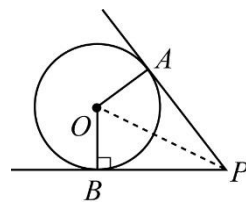
1. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知圓 O 半徑是 3， $\overline{OP} = 6$ ，求

- (1) $\overline{PA} =$ _____
- (2) $\angle APB =$ _____
- (3) $\angle AOB =$ _____



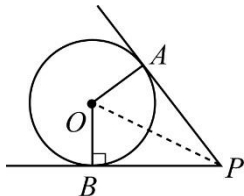
3. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知 $\angle APB = 60^\circ$ ， $\overline{OP} = 12$ ，求

- (1) $\angle AOP =$ _____
- (2) 圓 O 半徑 = _____
- (3) $\overline{PA} =$ _____



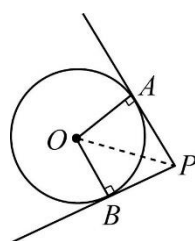
2. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知圓 O 半徑是 4， $\overline{OP} = 8$ ，求

- (1) $\overline{PA} =$ _____
- (2) $\angle APB =$ _____
- (3) $\angle AOB =$ _____



4. 如圖， P 是圓 O 外一點 $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{PB}$ 是切線，連接 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，已知 $\angle AOB = 90^\circ$ ，圓 O 半徑是 7，求

- (1) $\angle AOP =$ _____
- (2) $\overline{AP} =$ _____
- (3) $\overline{OP} =$ _____





解 答 篇

牛刀小試 1

- (1) 圓心 (2) 半徑 (3) 圓周
- 因為圓形最公平。每一個人到火把的距離都相等
- 略

牛刀小試 2

- $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{EF}$
 - $\overline{OQ}$ 、 $\overline{OE}$ 、 $\overline{OF}$
 - $\overline{EF}$
 - $\overline{OQ}$ 、 $\overline{GH}$
- $\widehat{ADB}$ (或 $\widehat{ACB}$)
 - $\widehat{AB}$
 - $\widehat{ADB} > \widehat{AC} > \widehat{AB}$

牛刀小試 3

- (1) 弓形 (2) 扇形 (3) 略
- B 、 C 、 D
 - D 、 E 、 F

- (1) 半徑 (2) 弦 (3) 扇形，弓形

牛刀小試 4

- 周長 6π ；面積 9π
 - 周長 8π ；面積 16π
 - Pizza 尺寸是以直徑計算
5 吋 pizza 的直徑是 5 吋
半徑是 2.5 吋，
5 吋 pizza 的圓面積是
 $2.5 \times 2.5 \times 3.14 = 19.63$ 平方吋
2 個 5 吋 pizza 的圓面積
是 39.26 平方吋
同理
9 吋 pizza 的圓面積是
 $4.5 \times 4.5 \times 3.14 = 63.62$ 平方吋
所以 2 個 5 吋 pizza 比 1 個 9 吋 pizza
小
- $\frac{1}{8}$
 - $\frac{1}{3}$
 - 圓心角度數 45° 120°
 - 弧長 $\frac{1}{4}\pi$ 6π
 - 扇形面積 $\frac{1}{8}\pi$ 27π

幾分之幾的圓	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$
圓心角度數	45°	120°
弧長	$\frac{1}{4}\pi$	6π
扇形面積	$\frac{1}{8}\pi$	27π

牛刀小試 5

- $\frac{1}{4}$
 - $\frac{5}{2}\pi$
 - $\frac{25}{4}\pi$
- $\frac{1}{3}$
 - 4π
 - 12π
- 10π
 - 45π
 - $10\pi + 18$
- $\frac{25}{3}\pi$
 - $\frac{125}{3}\pi$
 - $\frac{25}{3}\pi + 20$

牛刀小試 6

- (1) $\frac{1}{6}$ (2) 60° (3) $\frac{27}{2}\pi$
- (1) $\frac{1}{5}$ (2) 72° (3) 80π
- (1) 180° (2) 50π
- (1) 45° (2) 50π
- (1) $\frac{1}{8}$ (2) 45° (3) 2π
- (1) $\frac{1}{9}$ (2) 40° (3) $\frac{8}{3}\pi$

牛刀小試 7

- 周長： $\frac{10}{3}\pi + 10$ ，
面積： $\frac{50}{3}\pi - 25\sqrt{3}$
- 周長： $2\pi + 6$ ，面積： $6\pi - 9\sqrt{3}$
- 周長： $\pi + 2\sqrt{2}$ ，面積： $\pi - 2$
- 周長： $2\pi + 4\sqrt{2}$ ，面積： $4\pi - 8$

牛刀小試 8

- A 、 B
 - C 、 D
 - E
- P 、 Q 、 R
 - V 、 S
 - T 、 U

3.

	與圓的關係	與半徑 r 的關係
P 點	圓內	$< r$
B 點	圓上	$= r$
C 點	圓外	$> r$

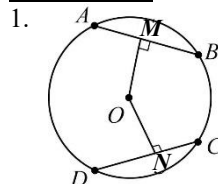
- B
 - C
- $4 < r < 7$
- 3
 - $3 < r < 4$
 - 4
 - $4 < r < 5$

牛刀小試 9

2	1	0
$D < r$	$D = r$	$D > r$
割線 	切線 	不相交的直線

- L_4 、 L_5
 - L_3
 - L_1 、 L_2
- L
 - M
 - N
 - M
 - L
 - A
4. 8
5. 2

牛刀小試 10



- 無限多條
 -

- $\overline{AB}$
 - $\overline{OE}$
 - 弦心距

4.
(1) 8
(2) 0

牛刀小試 11

1.
(1) 12
(2) 9
2.
(1) 6
(2) 8
3.
(1) 30
(2) 16

4.
(1) 4
(2) 5

牛刀小試 12

1.
(1) 9
(2) 9
(3) 會
2.
(1) 4
(2) 8
(3) 8
(4) 會
3.
(1) 8
(2) 16
(3) 16

牛刀小試 13

1. (1) 3、4

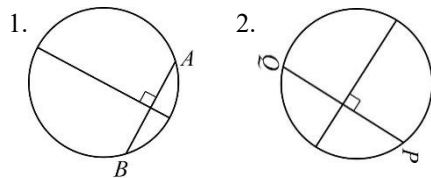
(2) $\overline{OM} < \overline{ON}$

2. (1) 7、15 (2) $\overline{OM} < \overline{ON}$

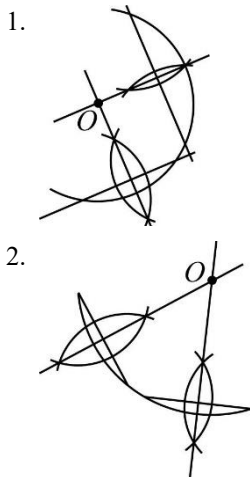
3.
 $\overline{OD} > \overline{OE} > \overline{OF}$

4.
(1) 8
(2) 6
(3) 2

牛刀小試 14



牛刀小試 15



牛刀小試 16

1. 切線，切點， L_2 ，A
2. (C)
3.
(1) 切點
(2) 90°
(3) 6，半徑
4.
(1) 7
(2) 7

牛刀小試 17

1. 10
2.
(1) 25
(2) 18
3.
(1) 3
(2) 3
4.
(1) 8
(2) 8
(3) 9
5. 12
6. 15

牛刀小試 18

1.
(1) 4
(2) 4
(3) 12
2.
(1) 12
(2) 34
(3) 60
3.
(1) 30°
(2) 60°
(3) 120°
4.
(1) 75°
(2) 30°

牛刀小試 19

1.
(1) 4
(2) $\frac{24}{5}$
2.
(1) 15
(2) $\frac{240}{17}$
3.
(1) 25
(2) 24
4.
(1) 9
(2) $\frac{72}{5}$

牛刀小試 20

1.
(1) $3\sqrt{3}$
(2) 60°
(3) 120°
2.
(1) $4\sqrt{3}$
(2) 60°
(3) 120°
3.
(1) 60°
(2) 6
(3) $6\sqrt{3}$
4.
(1) 45°
(2) 7
(3) $7\sqrt{2}$