



B3 4-2 配方法及公式解



溫故知新 ① 根式化簡



最簡根式 (a 、 b 都是正整數)

$$\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{a^2 \times b} = \underline{\hspace{2cm}}$$

集滿 2 個，換出去

① $\sqrt{4^2} =$

② $\sqrt{2^2 \times 3} =$

③ $\sqrt{25} =$

④ $\sqrt{18} =$

★筆記



牛刀小試 ①

1. 請化簡下列根式

(1) $\sqrt{6^2}$ (2) $\sqrt{8^2}$

(3) $\sqrt{49}$ (4) $\sqrt{81}$

(5) $\sqrt{121}$ (6) $\sqrt{169}$

2. 請化簡下列根式

(1) $\sqrt{3^2 \times 2}$ (2) $\sqrt{5^2 \times 3}$

(3) $\sqrt{24}$ (4) $\sqrt{50}$

(5) $\sqrt{72}$ (6) $\sqrt{90}$



概念

① 利用平方根解一元二次方程式



利用平方根解一元二次方程式

$$x^2=1$$

$$x^2=2$$

$$x^2=0$$

$$x^2=-3$$

★利用平方根解 $x^2=\square$
($\square \geq 0$)

$$\text{則 } x = \pm \sqrt{\quad}$$

★什麼情況下一元二次方程式會有解？



牛刀小試 2

1. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2=4$

(2) $x^2=9$

(3) $x^2=16$

(4) $x^2=-25$

2. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2=5$

(2) $x^2=13$

(3) $x^2=21$

(4) $x^2=-30$

**例題****① 利用平方根解一元二次方程式 (單項)**

① $x^2 = 4$

② $x^2 = 7$

③ $x^2 - 12 = 0$

★筆記:

**牛刀小試 ③****1. 解下列一元二次方程式**

(1) $x^2 = 24$

(2) $x^2 = 45$

(3) $x^2 = 27$

(4) $x^2 = 28$

2. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2 - 50 = 0$

(2) $x^2 - 54 = 0$

(3) $x^2 - 75 = 0$

(4) $x^2 - 98 = 0$

**例題****②****利用平方根解一元二次方程式 (二項)**

★ $\square^2 = 9$

❶ $(x-1)^2 = 9$

❷ $(x+2)^2 - 3 = 6$

★筆記

$a \pm b$ 就是 $a + b$ 和 $a - b$
兩個算式

**牛刀小試 4**

解下列一元二次方程式

1. $(x-1)^2 = 4$

2. $(x+2)^2 = 1$

3. $(x-3)^2 = 16$

4. $(x+1)^2 - 9 = 40$

5. $(x-2)^2 + 4 = 40$

6. $(x+3)^2 - 5 = 20$

**例題****③****利用平方根解一元二次方程式 (二項)**

★ $\square^2 = 7$

❶ $(x-3)^2 = 7$

❷ $(x+5)^2 = 8$

★筆記

唸法功用大不同

 $\pm\sqrt{7}$ (正負根號 7)

$$3 \pm \sqrt{7} = \begin{cases} 3 + \sqrt{7} \\ 3 - \sqrt{7} \end{cases}$$

(3 加減 根號 7)**牛刀小試 5**

解下列一元二次方程式

1. $(x-2)^2 = 3$

去平方 $x-2 = (\quad)$

移項 $x = (\quad)$

2. $(x+2)^2 = 5$

3. $(x-3)^2 = 6$

4. $(x+1)^2 = 12$

去平方 $x+1 = (\quad)$

化簡 $x+1 = (\quad)$

移項 $x = (\quad)$

5. $(x-2)^2 = 18$

6. $(x+3)^2 = 20$

**例題****4****利用平方根解一元二次方程式 (二次項不是 1)**

$\square^2=6$

❶ $(3x-1)^2=6$

❷ $(3x+2)^2=6$

★筆記

**牛刀小試 6**

解下列一元二次方程式

1. $(2x-3)^2=6$

去平方 $2x-3 = (\quad)$

移項 $2x = (\quad)$

$x = (\quad)$

2. $(3x+2)^2=6$

3. $(2x+1)^2=7$

4. $(3x+1)^2=12$

去平方 $3x+1 = (\quad)$

化簡 $3x+1 = (\quad)$

移項 $3x = (\quad)$

$x = (\quad)$

5. $(5x-2)^2=18$

6. $(3x-2)^2=20$

配成完全平方 $(x \pm \square)^2$

$$(x+3)^2 = x^2 + \square x + \square$$

$$\begin{array}{r} x+3 \\ \times) \quad x+3 \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 + \square x + \square \end{array}$$

$$x^2 + 6x + \square = (x + \square)^2$$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 + 6x + \square \end{array}$$

★配成完全平方是有何規律？

$$x^2 \pm \boxed{2a}x + \boxed{a^2} = (x \pm a)^2$$



牛刀小試 7

在空格中填入正確的數字

1. $x^2 + 8x + \square = (x + \square)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 + 8x + \square \end{array}$$

2. $x^2 + 10x + \square = (\quad)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 + 10x + \square \end{array}$$

3. $x^2 - 12x + \square = (x + \square)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 - 12x + \square \end{array}$$

4. $x^2 - 18x + \square = (\quad)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 - 18x + \square \end{array}$$



例題 5 配成完全平方式



配成完全平方式

$$x^2 + \boxed{6}x + \boxed{3^2} = (x + 3)^2$$

★筆記

$$\textcircled{1} x^2 + 8x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2 \quad \textcircled{2} x^2 - 2x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$\textcircled{3} x^2 + 10x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2 \quad \textcircled{4} x^2 - 4x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$\textcircled{5} x^2 + x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2 \quad \textcircled{6} x^2 + 3x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$$



牛刀小試 8

1. 在空格內寫適當的數，配成完全平方式

$$(1) x^2 + 6x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(2) x^2 + 12x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(3) x^2 + 5x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(4) x^2 + 7x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$$

2. 在空格內寫適當的數，配成完全平方式

$$(1) x^2 - 16x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(2) x^2 - 20x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(3) x^2 - 9x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(4) x^2 - 11x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$$



概念

③

利用配方法解一元二次方程式



① $(x+1)^2=2$

② $x^2+2x-1=0$

★配方法使用時機



牛刀小試 9

1. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2+2x=1$

$x^2+2x+\square=1+\square$

$(x+\underline{\hspace{2cm}})^2=\underline{\hspace{2cm}}$

$x+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}$

$x=\underline{\hspace{2cm}}$

(2) $x^2+4x=1$

$x^2+4x+\square=1+\square$

$(x+\underline{\hspace{2cm}})^2=\underline{\hspace{2cm}}$

$x+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}$

$x=\underline{\hspace{2cm}}$

2. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2+6x=2$

$x^2+6x+\square=2+\square$

$(x+\underline{\hspace{2cm}})^2=\underline{\hspace{2cm}}$

$x+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}$

$x=\underline{\hspace{2cm}}$

(2) $x^2+8x=3$

$x^2+8x+\square=3+\square$

$(x+\underline{\hspace{2cm}})^2=\underline{\hspace{2cm}}$

$x+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}$

$x=\underline{\hspace{2cm}}$

**例題****⑥ 利用配方法解一元二次方程式**

① $x^2 + 2x = 2$

② $x^2 - 4x + 1 = 0$

★步驟

① 移項：常數項移到「=」右邊**②** 配平方：等號兩邊同加 x 項數字一半的平方**③** 寫成 $(\quad)^2 =$ **④** 解 x **牛刀小試 10****1. 運用配方法解下列一元二次方程式**

(1) $x^2 + 10x = 1$

(2) $x^2 + 12x = 3$

(3) $x^2 + 14x = 6$

2. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2 - 6x + 2 = 0$

移 $x^2 - 6x = (\quad)$

配 $x^2 - 6x + \square = (\quad) + \square$

平 $(\quad)^2 = (\quad) + (\quad)$

$(\quad)^2 = (\quad)$

開 $(\quad) = (\quad)$

移 $x = (\quad)$

(2) $x^2 - 8x + 3 = 0$

(3) $x^2 - 10x + 4 = 0$



例題 7 利用配方法解一元二次方程式



❶ $x^2 + 4x = 1$

❷ $x^2 - 10x + 6 = 0$

★筆記



牛刀小試 11

解一元二次方程式

1. (1) $x^2 + 16x = 2$

(2) $x^2 + 12x = 4$

(3) $x^2 + 14x = 1$

2.(1) $x^2 - 4x + 1 = 0$

(2) $x^2 - 20x + 10 = 0$

(3) $x^2 - 18x + 1 = 0$

**例題****8****利用配方法解一元二次方程式**

1 $x^2 + 2x = 399$

2 $x^2 - 8x - 884 = 0$

★筆記

**牛刀小試 12**

解一元二次方程式

1. $x^2 + 2x = 899$

配

平

開

移

算

2. $x^2 - 4x = 96$

3. $x^2 + 8x - 384 = 0$

移

配

平

開

移

算

4. $x^2 - 6x - 391 = 0$



根式約分及化簡

★筆記

① $\frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{4}$

$$\frac{-9 \pm \sqrt{18}}{3}$$

② $\frac{-8 \pm \sqrt{16}}{4}$

$$\frac{6 \pm \sqrt{25}}{3}$$



牛刀小試 13

1. 根式約分及化簡

(1) $\frac{9 \pm 3\sqrt{3}}{6}$

(2) $\frac{-10 \pm \sqrt{50}}{5}$

(3) $\frac{-2 \pm \sqrt{48}}{4}$

(4) $\frac{-6 \pm \sqrt{72}}{3}$

2. 根式約分及化簡

(1) $\frac{8 \pm \sqrt{4}}{2}$

(2) $\frac{6 \pm \sqrt{9}}{6}$

(3) $\frac{-12 \pm \sqrt{81}}{3}$

(4) $\frac{-5 \pm \sqrt{36}}{5}$

 $ax^2+bx+c=0$ ($a>0$) 的公式解若 b^2-4ac _____ 0, 則 $x=$

★公式解就是配方法計算後的結果



牛刀小試 14

1. 求判別式 b^2-4ac 的值

(1) $x^2+6x+9=0$

$a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____

$$b^2-4ac = (\quad)^2 - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$= (\quad) \times (\quad) - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$=$$

(2) $2x^2-3x+4=0$

$a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____

$$b^2-4ac = (\quad)^2 - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$= (\quad) \times (\quad) - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$=$$

(3) $x^2+5x-3=0$

$a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____

$$b^2-4ac = (\quad)^2 - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$= (\quad) \times (\quad) - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$=$$

2. 求判別式 b^2-4ac 的值

(1) $2x^2-5x=-4$

對齊 $\Rightarrow 2x^2-5x \quad \square \quad \text{_____} = 0$

(2) $5x^2-4=-3x$

對齊 $\Rightarrow 5x^2 \quad \square \quad \text{_____} - 4 = 0$

(3) $9x^2=6x-1$

對齊 $\Rightarrow \text{_____}$

**例題****⑨ 利用判別式 $b^2 - 4ac$ 判別解的情形**

① $x^2 - 3x - 5 = 0$

② $9x^2 = 6x - 1$

③ $5x^2 + 2 = 0$

★判斷解的情形

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$$

① 對齊上面的排列方式 (降冪)
找出 abc 代表的數字 (缺項
代表數字 = 0)**②** 算 $b^2 - 4ac$ 的值, 確定方程式
是否有解☐ $b^2 - 4ac > 0$ 兩個相異根☐ $b^2 - 4ac = 0$ 兩個相等根
(有重根)☐ $b^2 - 4ac < 0$ 無解**牛刀小試 15**運用判別式 $b^2 - 4ac$ 判別解的情形

(1) $3x^2 - 8x + 1 = 0$

$a = \underline{\quad}, b = \underline{\quad}, c = \underline{\quad}$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (\quad)^2 - 4 \times (\quad) \times (\quad) \\ &= (\quad) \times (\quad) - 4 \times (\quad) \times (\quad) \\ &= \underline{\quad} \end{aligned}$$

因為 $b^2 - 4ac$ ☐ 0故方程式為 根

(2) $2x^2 - x - 5 = 0$

$a = \underline{\quad}, b = \underline{\quad}, c = \underline{\quad}$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (\quad)^2 - 4 \times (\quad) \times (\quad) \\ &= (\quad) \times (\quad) - 4 \times (\quad) \times (\quad) \\ &= \underline{\quad} \end{aligned}$$

因為 $b^2 - 4ac$ ☐ 0故方程式為 根

(3) $2x^2 + 3 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + \underline{\quad} + 3 = 0$

$a = \underline{\quad}, b = \underline{\quad}, c = \underline{\quad}$

$b^2 - 4ac =$

因為 $b^2 - 4ac$ ☐ 0故方程式為 根

(4) $x^2 = 2x - 1$

對齊 $\Rightarrow x^2$ ☐ $2x$ ☐ $1 = 0$

$a = \underline{\quad}, b = \underline{\quad}, c = \underline{\quad}$

$b^2 - 4ac =$

因為 $b^2 - 4ac$ ☐ 0故方程式為 根



例題 10 利用判別式 $b^2 - 4ac$ 判別解的情形



利用公式解一元二次方程式（二個相異根）

① $3x^2 + 5x - 1 = 0$

② $6x^2 - 7x = -1$

★公式解步驟

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

①對齊上面的排列方式（降冪）
找出 abc 代表的數字（缺項代表數字 = 0）

②算 $b^2 - 4ac$ 的值，確定方程式是否有解

☐ $b^2 - 4ac > 0$ 兩個相異根

☐ $b^2 - 4ac = 0$ 兩個相等根
（有重根）

☐ $b^2 - 4ac < 0$ 無解

③若有解，代

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



牛刀小試 16

解一元二次方程式

(1) $x^2 - x - 1 = 0$

$a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$, $c = \underline{\quad}$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (\quad)^2 - 4 \times (\quad) \times (\quad) \\ &= (\quad) \times (\quad) - 4 \times (\quad) \times (\quad) \\ &= \underline{\quad} \quad \square \quad 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\quad) \pm \sqrt{(\quad)}}{2 \times (\quad)}$$

=

(2) $x^2 + 7x + 3 = 0$

$a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$, $c = \underline{\quad}$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \quad \square \quad 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\quad) \pm \sqrt{(\quad)}}{2 \times (\quad)}$$

=

(3) $4x^2 + x = 2$

對齊 $4x^2 \quad \square \quad x \quad \square \quad 2 = 0$

$a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$, $c = \underline{\quad}$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \quad \square \quad 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\quad) \pm \sqrt{(\quad)}}{2 \times (\quad)}$$

=

(4) $2x^2 - x - 4 = 0$



例題 11 利用公式解一元二次方程式 (重根和無解)



① $4x^2 + 12x + 9 = 0$

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$; $b = \underline{\hspace{2cm}}$; $c = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $b^2 - 4ac =$

(3) $x =$

② $2x^2 - 3x + 2 = 0$

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$; $b = \underline{\hspace{2cm}}$; $c = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $b^2 - 4ac =$

(3) $x =$

★筆記



牛刀小試 17

利用公式解一元二次方程式

(1) $x^2 + 2x + 1 = 0$

$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$

$b^2 - 4ac = (\underline{\hspace{2cm}})^2 - 4 \times (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}})$

$= (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}}) - 4 \times (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}})$

$= \underline{\hspace{2cm}} \square 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\underline{\hspace{2cm}}) \pm \sqrt{(\underline{\hspace{2cm}})}}{2 \times (\underline{\hspace{2cm}})}$

$=$

(2) $25x^2 - 10x + 1 = 0$

$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$

$b^2 - 4ac = (\underline{\hspace{2cm}})^2 - 4 \times (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}})$

$= (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}}) - 4 \times (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}})$

$= \underline{\hspace{2cm}} \square 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\underline{\hspace{2cm}}) \pm \sqrt{(\underline{\hspace{2cm}})}}{2 \times (\underline{\hspace{2cm}})}$

(3) $3x^2 + 4x + 4 = 0$

$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$

$b^2 - 4ac = \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}} \square 0$

故原方程式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $x^2 + 8 = 0$

$x^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 8 = 0$

$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$

$b^2 - 4ac = \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}} \square 0$

故原方程式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

A cartoon illustration of a young boy with dark, spiky hair, wearing a white shirt with a dark bow tie. He is smiling and has his right hand raised in a gesture.

步驟：先求下列方程式的解，將每組解對應第二區的文字，請將文字組合成一個字，8 題共有 8 個字，想想看老師要告訴你什麼話語？

1. $x^2 - 5 = 0$ 答	2. $(x - 3)^2 = 2$ 答	3. $(x - 1)^2 = 9$ 答
4. $x^2 + 2x = 2$ 答	5. $3x^2 + 7 = 0$ 答	6. $x^2 - 2x = 99$ 答
7. $x^2 - 8x + 1 = 0$ 答	8. $9x^2 + 12x + 4 = 0$ 答	恭喜你完成了～趕緊拚拚看，老師想告訴你的話語是什麼？

$\sqrt{5}$	4	$-\frac{2}{3}$ (重根)	-9	$3+\sqrt{2}$	無解	$4+\sqrt{15}$
言	白	人	曰	直	子	米
$-1+\sqrt{3}$	$3-\sqrt{2}$	11	$-\sqrt{5}$	$4-\sqrt{15}$	-2	$-1-\sqrt{3}$
子	八	取	忍	之	勺	亥



解 答 篇

牛刀小試 1

- (1) 6 (2) 8 (3) 7 (4) 9
 - (5) 11 (6) 13
- (1) $3\sqrt{2}$
 - (2) $5\sqrt{3}$
 - (3) $2\sqrt{6}$
 - (4) $5\sqrt{2}$
 - (5) $6\sqrt{2}$
 - (6) $3\sqrt{10}$

牛刀小試 2

- (1) ± 2
 - (2) ± 3
 - (3) ± 4
 - (4) 無解
- (1) $\pm\sqrt{5}$
 - (2) $\pm\sqrt{13}$
 - (3) $\pm\sqrt{21}$
 - (4) 無解

牛刀小試 3

- (1) $\pm 2\sqrt{6}$
 - (2) $\pm 3\sqrt{5}$
 - (3) $\pm 3\sqrt{3}$
 - (4) $\pm 2\sqrt{7}$
- (1) $\pm 5\sqrt{2}$
 - (2) $\pm 3\sqrt{6}$
 - (3) $\pm 5\sqrt{3}$
 - (4) $\pm 7\sqrt{2}$

牛刀小試 4

- 3 或 -1
- 3 或 -1
- 7 或 -1
- 6 或 -8
- 8 或 -4
- 2 或 -8

牛刀小試 5

- $x = 2 \pm \sqrt{3}$
 去平方 $x - 2 = \pm\sqrt{3}$
 移項 $x = 2 \pm \sqrt{3}$
- $x = -2 \pm \sqrt{5}$
- $x = 3 \pm \sqrt{6}$

$$(4) x = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

去平方 $x + 1 = \pm\sqrt{12}$
 化簡 $x + 1 = \pm 2\sqrt{3}$
 移項 $x = -1 \pm 2\sqrt{3}$

$$(5) x = 2 \pm 3\sqrt{2}$$

$$(6) x = -3 \pm 2\sqrt{5}$$

牛刀小試 6

$$(1) x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$$

去平方 $2x - 3 = \pm\sqrt{6}$
 移項 $2x = 3 \pm \sqrt{6}$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$

$$(2) x = \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$(3) x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$(4) x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{3}$$

去平方 $3x + 1 = \pm\sqrt{12}$
 化簡 $3x + 1 = \pm 2\sqrt{3}$
 移項 $3x = -1 \pm 2\sqrt{3}$
 $x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{3}$

$$(5) x = \frac{2 \pm 3\sqrt{2}}{5}$$

$$(6) x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{3}$$

牛刀小試 7

$$1. x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

$$\begin{array}{r} x + 4 \\ \times) \quad x + 4 \\ \hline 4x + 16 \\ x^2 + 4x \\ \hline x^2 + 8x + 16 \end{array}$$

$$2. x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

$$\begin{array}{r} x + 5 \\ \times) \quad x + 5 \\ \hline 5x + 25 \\ x^2 + 5x \\ \hline x^2 + 10x + 25 \end{array}$$

$$3. 3x^2 - 12x + 36 = (x + \boxed{-6})^2$$

$$\begin{array}{r} x + \boxed{-6} \\ \times) \quad x + \boxed{-6} \\ \hline \boxed{-6}x + \boxed{36} \\ x^2 + \boxed{-6}x \\ \hline x^2 - 12x + \boxed{36} \end{array}$$

$$4. x^2 - 18x + 81 = (x - 9)^2$$

$$\begin{array}{r} x + \boxed{-9} \\ \times) \quad x + \boxed{-9} \\ \hline \boxed{-9}x + \boxed{81} \\ x^2 + \boxed{-9}x \\ \hline x^2 - 18x + \boxed{81} \end{array}$$

牛刀小試 8

- (1) $3^2; 3$
 - (2) $6^2; 6$
 - (3) $(\frac{5}{2})^2; \frac{5}{2}$
 - (4) $(\frac{7}{2})^2; \frac{7}{2}$
- (1) $8^2; 8$
 - (2) $10^2; 10$
 - (3) $(\frac{9}{2})^2; \frac{9}{2}$
 - (4) $(\frac{11}{2})^2; \frac{11}{2}$

牛刀小試 9

$$\begin{array}{l} 1. \\ (1) x^2 + 2x = 1 \\ x^2 + 2x + \boxed{1^2} = 1 + \boxed{1^2} \\ (x + \boxed{1})^2 = 2 \\ x + 1 = \pm\sqrt{2} \\ x = -1 \pm \sqrt{2} \\ (2) x^2 + 4x = 1 \\ x^2 + 4x + \boxed{2^2} = 1 + \boxed{2^2} \\ (x + \boxed{2})^2 = 5 \\ x + 2 = \pm\sqrt{5} \\ x = -2 \pm \sqrt{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2. \\ (1) x^2 + 6x = 2 \\ x^2 + 6x + \boxed{3^2} = 2 + \boxed{3^2} \\ (x + \boxed{3})^2 = 2 + 9 = 11 \\ x + 3 = \pm\sqrt{11} \\ x = -3 \pm \sqrt{11} \\ (2) x^2 + 8x + \boxed{4^2} = 3 + \boxed{4^2} \end{array}$$

$$(x+4)^2=19$$

$$x+4=\pm\sqrt{19}$$

$$x=-4\pm\sqrt{19}$$

牛刀小試 10

1.

(1) $-5\pm\sqrt{26}$

(2) $-6\pm\sqrt{39}$

(3) $-7\pm\sqrt{55}$

2.

(1) $3\pm\sqrt{7}$

移 $x^2-6x = -2$

配 $x^2-6x+3^2 = -2+3^2$

平 $(x-3)^2 = (-2)+9$

$(x-3)^2 = (7)$

開 $(x-3) = (\pm\sqrt{7})$

移 $x = 3\pm\sqrt{7}$

(2) $4\pm\sqrt{13}$

(3) $5\pm\sqrt{21}$

牛刀小試 11

1.

(1) $-8\pm2\sqrt{17}$

(2) $-6\pm2\sqrt{10}$

(3) $-7\pm5\sqrt{2}$

2.

(1) $2\pm\sqrt{3}$

(2) $10\pm3\sqrt{10}$

(3) $9\pm4\sqrt{5}$

牛刀小試 12

(1) $x=29$ 或 -31

配 $x^2+2x+1^2=899+1^2$

平 $(x+1)^2=900$

開 $x+1 = \pm30$

移 $x = -1\pm30$

算 $x = -1+30=29$

$x = -1-30=-31$

(2) $x=12$ 或 -8

(3) $x=16$ 或 -24

移 $x^2+8x = 384$

配 $x^2+8x+4^2=384+4^2$

平 $(x+4)^2=400$

開 $x+4 = \pm20$

移 $x = -4\pm20$

算 $x = -4+20=16$

$x = -4-20=-24$

(4) $x=-17$ 或 23

牛刀小試 13

(1) $\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$

(2) $-2\pm\sqrt{2}$

(3) $\frac{-1\pm2\sqrt{3}}{2}$

(4) $-2\pm2\sqrt{2}$

2.

(1) $5, 3$

(2) $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

(3) $-1, -7$

(4) $\frac{1}{5}, -\frac{11}{5}$

牛刀小試 14

1.

(1) $a=1, b=6, c=9$

$b^2-4ac = (6)^2-4\times(1)\times(9)$

$= (6)\times(6)-4\times(1)\times(9)$

$=0$

(2) $a=2, b=-3, c=4$

$b^2-4ac = (-3)^2-4\times(2)\times(4)$

$= (-3)\times(-3)-4\times(2)\times(4)$

$=-23$

(3) $a=1, b=5, c=-3$

$b^2-4ac = (5)^2-4\times(1)\times(-3)$

$= (5)\times(5)-4\times(1)\times(-3)$

$=37$

2.

(1) $2x^2-5x \boxed{+} \underline{4} =0$

$a=2, b=-5, c=4$

$b^2-4ac = (-5)^2-4\times(2)\times(4)$

$= (-5)\times(-5)-4\times(2)\times(4)$

$=-7$

(2) $5x^2 \boxed{+} \underline{3x} -4 =0$

$a=5, b=3, c=-4$

$b^2-4ac = (3)^2-4\times(5)\times(-4)$

$= (3)\times(3)-4\times(5)\times(-4)$

$=89$

(3) $9x^2 \boxed{-} \underline{6x} \boxed{+} \underline{1} =0$

$a=9, b=-6, c=1$

$b^2-4ac = (-6)^2-4\times(9)\times(1)$

$= (-6)\times(-6)-4\times(9)\times(1)$

$=0$

牛刀小試 15

(1) $a=3, b=-8, c=1$

$b^2-4ac = (-8)^2-4\times(3)\times(1)$

$= (-8)\times(-8)-4\times(3)\times(1)$

$=52$

$b^2-4ac \boxed{>} 0$, 兩根相異

(2) $a=2, b=-1, c=-5$

$b^2-4ac = (-1)^2-4\times(2)\times(-5)$

$= (-1)\times(-1)-4\times(2)\times(-5)$

$=41$

$b^2-4ac \boxed{>} 0$, 兩根相異

(3) $2x^2 + \underline{0x} +3 =0$

$a=2, b=0, c=3$

$b^2-4ac = (0)^2-4\times(2)\times(3)$

$= (0)\times(0)-4\times(2)\times(3)$

$=-24$

$b^2-4ac \boxed{<} 0$, 無解

(4) $x^2 \boxed{-} 2x \boxed{+} 1 =0$

$a=1, b=-2, c=1$

$b^2-4ac = (-2)^2-4\times(1)\times(1)$

$= (-2)\times(-2)-4\times(1)\times(1)$

$=0$

$b^2-4ac \boxed{=} 0$, 兩根相等

牛刀小試 16

(1) $a=1, b=-1, c=-1$

$b^2-4ac = (-1)^2-4\times(1)\times(-1)$

$= (-1)\times(-1)-4\times(1)\times(-1)$

$=5 \boxed{>} 0$

$x = \frac{(-1)\times(-1)\pm\sqrt{(5)}}{2\times(1)} =$

$\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) $a=1, b=7, c=3$

$b^2-4ac = (7)^2-4\times(1)\times(3)$

$= (7)\times(7)-4\times(1)\times(3)$

$=37 \boxed{>} 0$

$x = \frac{(-1)\times(7)\pm\sqrt{(37)}}{2\times(1)}$

$= \frac{-7\pm\sqrt{37}}{2}$

(3) $4x^2 \boxed{+} x \boxed{-} 2 =0$

$a=4, b=1, c=-2$

$b^2-4ac = (1)^2-4\times(4)\times(-2)$

$= (1)\times(1)-4\times(4)\times(-2)$

$=33 \boxed{>} 0$

$x = \frac{(-1)\times(1)\pm\sqrt{33}}{2\times(4)} = \frac{-1\pm\sqrt{33}}{8}$

(4) $a=2, b=-1, c=-4$

$b^2-4ac = (-1)^2-4\times(2)\times(-4)$

$= (-1)\times(-1)-4\times(2)\times(-4)$

$=33 \boxed{>} 0$

$x = \frac{(-1)\times(-1)\pm\sqrt{33}}{2\times(2)} = \frac{1\pm\sqrt{33}}{4}$

牛刀小試 17

(1) $a=1, b=2, c=1$

$b^2-4ac = (2)^2-4\times(1)\times(1)$

$= (2)\times(2)-4\times(1)\times(1)$

$=0 \boxed{=} 0$

$$x = \frac{(-1) \times (2) \pm \sqrt{0}}{2 \times (1)} = -1 \text{ (重根)}$$

$$(2) \ a = 25, b = -10, c = 1$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (-10)^2 - 4 \times (25) \times (1) \\ &= (-10) \times (-10) - 4 \times (25) \times (1) \\ &= 0 \quad \boxed{=} \quad 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(-1) \times (-10) \pm \sqrt{0}}{2 \times (25)} \\ &= \frac{1}{5} \text{ (重根)} \end{aligned}$$

$$(3) \ a = 3, b = 4, c = 4$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (4)^2 - 4 \times (3) \times (4) \\ &= (4) \times (4) - 4 \times (3) \times (4) \\ &= -32 \quad \boxed{<} \quad 0, \text{ 無解} \end{aligned}$$

$$(4) \ x^2 + \underline{0x} + 8 = 0$$

$$a = 1, b = 0, c = 8$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (0)^2 - 4 \times (1) \times (8) \\ &= (0) \times (0) - 4 \times (1) \times (8) \\ &= -32 \quad \boxed{<} \quad 0, \text{ 無解} \end{aligned}$$

檢核區

$$1. \ x = \pm \sqrt{5}$$

$$2. \ x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$3. \ x = 4 \text{ 或 } x = -2$$

$$4. \ x = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$5. \text{ 無解}$$

$$6. \ x = 11 \text{ 或 } x = -9$$

$$7. \ x = 4 \pm \sqrt{15}$$

$$8. \ x = \frac{-2}{3} \text{ (重根)}$$

認真的孩子最迷人