



# B4 1-1 等差數列與等比數列



## 概念 1 認識數列



數列：\_\_\_\_\_。

說明：

### 數列的簡記

■ 項：數列中的每一個數叫做\_\_\_\_\_。

■ 項數：\_\_\_\_\_。

(1) 數列中第一個數字稱為第\_\_\_\_\_項  
(\_\_\_\_\_)，記為\_\_\_\_\_。

(2) 數列中第二個數稱為第\_\_\_\_\_項，  
記為\_\_\_\_\_。

(3) 數列中第  $n$  個數稱為第\_\_\_\_\_項，  
記為\_\_\_\_\_。

(4) 數列中最後一項稱為\_\_\_\_\_，  
記為\_\_\_\_\_。

說明：下圖為大樂透開獎號碼



(1) 請依開獎順序寫成數列：  
\_\_\_\_\_。

(2) 首 項  $a_1 = \underline{\quad}$  ;  $\underline{\quad}$   
第 2 項  $a_2 = \underline{\quad}$  ;  $\underline{\quad}$   
第 3 項  $a_3 = \underline{\quad}$  ;  $\underline{\quad}$   
末 項  $a_n = \underline{\quad}$  ;  $\underline{\quad}$   
項 數  $n = \underline{\quad}$  。

★無論有沒有規律、有沒有重複，  
只要一些數字排成一列，就可以  
稱為\_\_\_\_\_。

★數列的關鍵  
是\_\_\_\_\_。

★一些數字擠成一堆，可以稱他們  
為數列嗎？

★第二項  $a_2$  是否可以寫成  $a2$  ?  
或  $a^2$  ?

★第二項  $a_2$  是否可以寫成  $b_2$  ?



## 牛刀小試 1

1. 有一個數列如下：

1,  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$ , 3, 5, 8, 13, 21, 34,  $\boxed{55}$ ,

則此數列的

第 1 項  $a_1 = \underline{\quad}$ ，第 2 項  $a_2 = \underline{\quad}$ ，

第 3 項  $a_3 = \underline{\quad}$ ，第 10 項  $a_{10} = \underline{\quad}$ 。

2. 已知  $\sqrt{3} = 1.73205080756\dots$ 。若取前 10  
個數字形成一個數列如下：

1, 7, 3, 2, 0, 5, 0, 8, 0, 7

則此數列的

第 1 項  $a_1 = \underline{\quad}$ ，第 5 項  $a_5 = \underline{\quad}$ ，

第 10 項  $a_{10} = \underline{\quad}$ 。

3.  $\sqrt{2} = 1.4142135623730\dots$ 。若取前  
10 個數字形成一個新數列如下：

1, 4, 1, 4, 2, 1, 3, 5, 6, 2

則此新數列的

第 1 項  $a_1 = \underline{\quad}$ ，第 3 項  $a_3 = \underline{\quad}$ ，

第 6 項  $a_6 = \underline{\quad}$ ，第 9 項  $a_9 = \underline{\quad}$ 。

4. 圓周率為 3.1415926535897932\dots。

若取前 10 個數字形成一個新數列如下：  
3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3

則此新數列的

第 1 項  $a_1 = \underline{\quad}$ ，第 4 項  $a_4 = \underline{\quad}$ ，

第 7 項  $a_7 = \underline{\quad}$ ，

最後一項是第\_\_\_\_\_項，記為\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_。



# 例題 ① 找出數列的規律



觀察下列規律，並在空格中填入適當的數。

- (1) 13, 25, 37, \_\_\_\_\_, 61, \_\_\_\_\_。
- (2) 16, 11, 6, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, -14。
- (3) 5, \_\_\_\_\_, 20, 40, 80, \_\_\_\_\_。
- (4) \_\_\_\_\_, 128, \_\_\_\_\_, 32, 16, 8, \_\_\_\_\_。
- (5) 1, 1, 2, 3, 5, \_\_\_\_\_, 13, \_\_\_\_\_, 34。

★ 已知一規律數列的前三項是

1, 2, 4, 請寫出下一項

1, 2, 4, \_\_\_\_\_。

1, 2, 4, \_\_\_\_\_。

想一想：

還有其他的答案嗎？



## 牛刀小試 ②

1. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) 1, 6, 11, 16, \_\_\_\_\_, 26。

$$\begin{array}{ccccccc} & \swarrow & \swarrow & \swarrow & & & \\ & +5 & +5 & +5 & & & \\ & \searrow & \searrow & \searrow & & & \end{array}$$

(2) 15, 11, 7, \_\_\_\_\_, -1。

$$\begin{array}{ccccccc} & \swarrow & \swarrow & \swarrow & & & \\ & -4 & -4 & -4 & & & \\ & \searrow & \searrow & \searrow & & & \end{array}$$

(3) 2, 6, 18, \_\_\_\_\_, 162。

2. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) 21, 15, 9, 3, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_。

(2) 9, \_\_\_\_\_, 17, 21, \_\_\_\_\_。

(3) 4, 4, 8, 12, 20, 32, \_\_\_\_\_。

3. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) 2, 5, 8, \_\_\_\_\_, 14。

(2)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , \_\_\_\_\_,  $\frac{1}{6}$ 。

(3) 1, 2, 4, \_\_\_\_\_, 11。

4. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) 21, 14, 7, 0, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_。

(2) 1, 4, 16, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, 1024。

(3) -1, 1, -1, \_\_\_\_\_, -1。



## 例題 ② 循環小數的規律



將分數  $\frac{271}{333}$  化為小數後到  $\frac{271}{333} = 0.813813813\dots$ 。若將小數點後的數字依序

排成數列  $8, 1, 3, 8, 1, 3, \dots$ ，則：

(1) 此數列的首項  $a_1 = \underline{\quad}$ ；第 2 項  $a_2 = \underline{\quad}$ ；第 3 項  $a_3 = \underline{\quad}$ ；  
第 4 項  $a_4 = \underline{\quad}$ ；第 5 項  $a_5 = \underline{\quad}$ ；第 6 項  $a_6 = \underline{\quad}$ ；  
第 7 項  $a_7 = \underline{\quad}$ ；第 8 項  $a_8 = \underline{\quad}$ ；第 9 項  $a_9 = \underline{\quad}$ 。

(2) 此數列的第 31 項  $a_{31} = \underline{\quad}$ ；第 42 項  $a_{42} = \underline{\quad}$ ；第 60 項  $a_{60} = \underline{\quad}$ 。

★此數列有何規律？



## 牛刀小試 3

1. 已知數列  $1, 3, 8, 1, 3, 8, 1, 3, 8, \dots$ ，  
設此數列為  $a_n$ ，  
則  $a_{14} = \underline{\quad}$ ， $a_{24} = \underline{\quad}$ 。

(1)  $\boxed{1, 3, 8}$ ， $\boxed{1, 3, 8}$ ， $\boxed{1, 3, 8}$   
每  $\underline{\quad}$  個循環一次。

(2) 除法看餘數

$14 \div \underline{\quad} = \underline{\quad} \dots \underline{\quad}$   
所以  $a_{14} = \underline{\quad}$ 。

$24 \div \underline{\quad} = \underline{\quad} \dots \underline{\quad}$   
所以  $a_{24} = \underline{\quad}$ 。

2. 已知數列  $1, 4, 5, 2, 1, 4, 5, 2, \dots$ ，設  
此數列為  $b_n$ ，  
則  $b_{26} = \underline{\quad}$ ， $b_{35} = \underline{\quad}$ 。

3. 已知  $\frac{15}{101} = 0.14851485\dots$ ，將小數點後  
的數字依序排成數列  $1, 4, 8, 5, 1, 4, 8,$   
 $5, 1, 4, 8, 5, \dots$ ，設此數列為  $c_n$ ，則  
 $c_{23} = \underline{\quad}$ ， $c_{40} = \underline{\quad}$ 。

4. 已知  $\frac{5}{13} = 0.384615384615\dots$ ，將小數  
點以後的數字依序排成數列  $3, 8, 4, 6,$   
 $1, 5, 3, 8, 4, 6, 1, 5, \dots$ ，設此數列為  
 $d_n$ ，則  $d_{17} = \underline{\quad}$ ， $d_{33} = \underline{\quad}$ 。



### 例題 3 圖形的規律



用等長的牙籤，依圖 1~圖 4 的規律排出相連的正方形。回答下列問題：

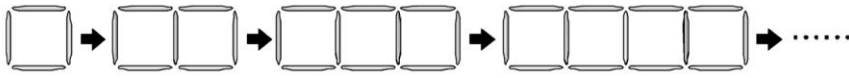


圖 1

圖 2

圖 3

圖 4

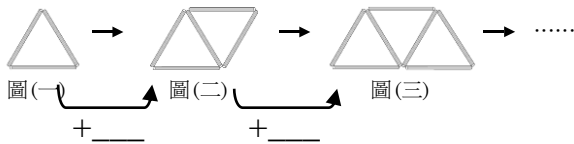
- (1) 請你算算看圖 1 要幾根牙籤？
- (2) 請你算算看圖 2 要幾根牙籤？
- (3) 請你算算看圖 3 要幾根牙籤？
- (4) 請你算算看圖 4 要幾根牙籤？
- (5) 說說看你是怎麼算的？
- (6) 你發現有什麼規律呢？

- (1) 如果要排出圖 7，需要幾根牙籤？
- (2) 如果排出圖  $n$  需要 37 根牙籤，則  $n = ?$
- (3) 是否剛好可用 65 根牙籤排出若干個相連且完整的正方形？



### 牛刀小試 4

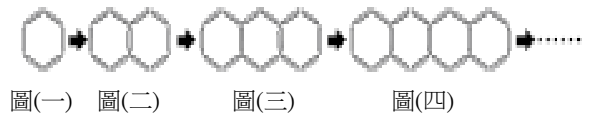
1. 倩蓉用竹筷子依序排出下列圖形，則：



\_\_\_\_根    \_\_\_\_根    \_\_\_\_根

- (1) 圖(一)需要\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(二)需要\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(三)需要\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(四)需要\_\_\_\_根竹筷子。
- (2) 圖(七)需要\_\_\_\_根竹筷子。
- (3) 你發現什麼規律？
- (4) 若圖( $m$ )需要 21 根竹筷子，則  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 小文用竹筷子依序排出下列圖形，則：



- (1) 圖(一)需要\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(二)需要\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(三)需要\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(四)需要\_\_\_\_根竹筷子。
- (2) 圖(七)需要\_\_\_\_根竹筷子。
- (3) 你發現什麼規律？
- (4) 若圖( $m$ )需要 51 根竹筷子，則  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



等差數列：

■ 公差：

說明：

2, 5, 8, 11, 14, 17

↓ 舉例

例 1. 體重刻度 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 是等差數列嗎？如果是，公差多少？

例 2. 溫度計 25, 20, 15, 10, 5, 0, -5 是等差數列嗎？如果是，公差多少？

例 3. 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7 是等差數列嗎？如果是，公差多少？

★公差可以是正數、負數或 0。



### 牛刀小試 5

1. 判斷下列數列是否為等差數列，是的話在

內打「✓」，並找出公差  $d$ 。

(1) 8, 6, 4, 2, 0, -2, -4

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(1)  $6-8=4-6=2-4=0-2=-2-0=-4-(-2)= \underline{\hspace{2cm}}$

所以  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

是 等差數列。

不是 等差數列。

(2) -1, -1, -1, -1, -1

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 3, 30, 300, 3000, 30000

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 判斷下列數列是否為等差數列，是的話在

內打「✓」，並找出公差  $d$ 。

(1) 2, 4, 6, 8, 10, \_\_\_\_\_,

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 2, 4, 8, 16, 32, \_\_\_\_\_,

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 2, 2, 2, 2, 2, \_\_\_\_\_,

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



## 例題 4 認識等差數列



① (1) 若等差數列的首項為 3，公差為 4，寫出此等差數列的前 5 項。

(2) 若等差數列的首項為 20，公差為  $-3$ ，寫出此等差數列的前 5 項。

② 填入適當的數，使其成為等差數列。

(1)  $5, 1, -3, \underline{\hspace{1cm}}, -11, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(2)  $3\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, 9\sqrt{5}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(1) 如果等差數列是  
 $\underline{\hspace{1cm}}, 2, 5, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

請問：首項是多少？

公差是多少？

(2) 如果等差數列是  
 $\underline{\hspace{1cm}}, 2, \underline{\hspace{1cm}}, 6, \underline{\hspace{1cm}}$

請問：首項是多少？

公差是多少？



## 牛刀小試 6

1. (1) 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 5，公差  $d$  為 2，請寫出前五項。

(2) 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 19，公差  $d$  為  $-3$ ，請寫出前五項。

2. 請在下列空格中填入適當的數，使各數列成為等差數列：

(1)  $9, 17, 25, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(2)  $77, \underline{\hspace{1cm}}, 55, \underline{\hspace{1cm}}, 33$ 。

(3)  $\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

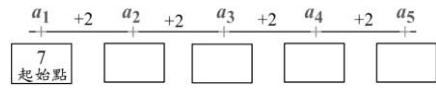
3. 請在下列空格中填入適當的數，使各數列成為等差數列：

(1)  $\underline{\hspace{1cm}}, 1, -3, \underline{\hspace{1cm}}, -11$ 。

(2)  $\underline{\hspace{1cm}}, 14, \underline{\hspace{1cm}}, 0, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

等差數列的第  $n$  項

$$a_n = \underline{\hspace{2cm}}。$$

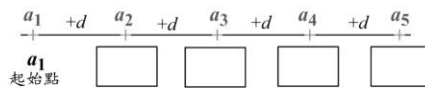


$$a_2 = 7 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_3 = 7 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_4 = 7 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_n = 7 + \underline{\hspace{2cm}}$$



$$a_2 = a_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_3 = a_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_4 = a_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_n = a_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

★ 想一想：

每一項要「加」多少才會等於下一項？

每一項要「加」幾次才會等於某一項？

★ 由左邊的式子，可知

首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 

(1)  $a_5 =$

(2)  $a_{10} =$



## 牛刀小試 7

1. 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 17，  
公差  $d$  為 5，則  $a_9 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

$$a_9 = a_1 + \underline{\hspace{2cm}} \times d$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 -1，  
公差  $d$  為 4，則  $a_{11} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

$$a_{11} = a_1 + \underline{\hspace{2cm}} \times d$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

3. 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 30，  
公差  $d$  為 -3，則  $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

4. 已知一等差數列的首項  $a_1 = 8$ ，  
公差  $d = -3$ ，則  $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$



## 例題 5 等差數列的第 $n$ 項



已知  $3, 7, 11, 15, \dots, 83$  為等差數列，則：

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 此數列的第 7 項  $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 43 是第幾項？
- (4) 此等差數列共有幾項？

★ 想一想

32 是此等差數列其中一項嗎？



## 牛刀小試 8

1.  $1, 4, 7, \dots, 37$  是等差數列，則

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 此數列的第 8 項  $a_8 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 28 是第          項。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \quad | \quad a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

2. 已知  $1, 6, \dots, 101$  為等差數列，則

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 此數列的第 8 項  $a_8 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 51 是第          項。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \quad | \quad a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

3. 已知  $3, 5, 7, \dots, 25$  為等差數列，則：

- (1) 15 是第          項。
- (2) 此等差數列共有          項。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \quad | \quad a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

4. 已知  $41, 37, 33, \dots, 1$  為等差數列，則：

- (1) 21 是第          項。
- (2) 此等差數列共有          項。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \quad | \quad a_n = a_1 + (n-1) \times d$$



## 例題 6 等差數列的第 $n$ 項應用



1 到 100 的整數中，3 的倍數共有幾個？

首項 = \_\_\_\_\_，末項 = \_\_\_\_\_，公差 = \_\_\_\_\_

★思路：



### 牛刀小試 9

1. 6, 12, 18, 24, …… , 90。

(1) 首項  $a_1 =$  \_\_\_\_\_，公差  $d =$  \_\_\_\_\_。

(2) 第 8 項  $a_8 =$  \_\_\_\_\_。

(3) 90 是第 \_\_\_\_\_ 項。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \quad | \quad a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

2. 4, 8, 12, 16, …… , 84。

(1) 首項  $a_1 =$  \_\_\_\_\_，公差  $d =$  \_\_\_\_\_。

(2) 第 8 項  $a_8 =$  \_\_\_\_\_。

(3) 84 是第 \_\_\_\_\_ 項。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \quad | \quad a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

3. 自 1 到 100 的整數中，6 的倍數共有幾個？

①  $a_1$ (第一項) = \_\_\_\_\_，公差  $d =$  \_\_\_\_\_。

②  $a_n$ (最後一項) = \_\_\_\_\_。

③ 此數列共有 \_\_\_\_\_ 項

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

4. 自 1 到 100 的整數中，7 的倍數共有幾個？

$a_1$ (第一項) = \_\_\_\_\_，公差  $d =$  \_\_\_\_\_。

$a_n$ (末項) = \_\_\_\_\_。

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$



## 等比數列

## ■ 公比

說明：

3, 6, 12, 24, 48, 96

## ↓ 舉例

例 1. 2, 4, 6, 8, 10 是等比數列嗎？如果是，公比是多少？

例 2. 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7 是等比數列嗎？如果是，公比是多少？

例 3.  $-7, 7, -7, 7, -7, 7, -7$  是等比數列嗎？如果是，公比是多少？

★ 公比可以是 0 嗎？

★ 等差數列的首項可以是 0 嗎？  
等比數列的首項可以是 0 嗎？

## 牛刀小試 10

1. 下列哪些數列為等比數列？

答：\_\_\_\_\_。

(A) 1, 2, 3, 4, 5

(B) 1, 2, 4, 6, 8

(C) 4, 4, 4, 4, 4

(D)  $-3, 3, -3, 3, -3$ 

(E) 1, 3, 6, 12, 36

(F) 5, 10, 20, 40, 60

2. 判斷下列數列是否為等比數列，是的話在

 內打「✓」，並找出公比  $r$ 。 (1) 2, 4, 6, 8, 10 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) 2, 2, 2, 2, 2 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (3)  $2, -2, 2, -2, 2$  , $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (4) 0, 2, 0, 2, 0, 2。 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (5)  $-2, 4, -8, 16, -32$  。 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



## 例題 7 認識等比數列



- ① (1) 若等比數列的首項為3，公比為2，寫出此等比數列的前5項。  
 (2) 若等比數列的首項為2，公比為-3，寫出此等比數列的前5項。
- ② 填入適當的數，使其成為等比數列。
- (1) 5, 10, \_\_\_\_\_, 40, \_\_\_\_\_。
- (2) 162, 54, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, 2。
- (3) 5, -15, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, 405。

- (1) 如果等比數列是  
 \_\_\_\_\_、3、6、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_  
 請問：首項是多少？  
 公比是多少？
- (2) 如果等比數列是  
 \_\_\_\_\_、5、\_\_\_\_\_、20、\_\_\_\_\_  
 請問：首項是多少？  
 公比是多少？



## 牛刀小試 11

1. (1) 已知一等比數列的首項為2，公比為3，寫出此等比數列的前5項。

(2) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為3，公比為-2，寫出此等比數列的前5項。

2. 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列：

(1) 1, 3, 9, 27 \_\_\_\_\_。

(2) 48, 24, 12, 6, \_\_\_\_\_。

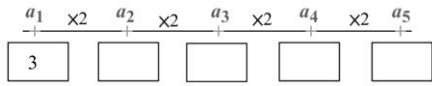
3. 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列：

(1) \_\_\_\_\_, 6, 18, \_\_\_\_\_。

(2) \_\_\_\_\_, 27, \_\_\_\_\_, 3, \_\_\_\_\_。

等比數列的第  $n$  項

$$a_n = \underline{\hspace{2cm}}。$$

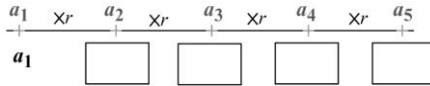


$$a_2 = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_3 = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_4 = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_n = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$$



$$a_2 = a_1 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_3 = a_1 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_4 = a_1 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_n = a_1 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

★ 想一想：

每一項要「乘」多少才會等於下一項？

每一項要「乘」幾次才會等於某一項？

★ 由左邊的式子，可知

首項  $a_1 = \underline{\hspace{1cm}}$ ；公比  $r = \underline{\hspace{1cm}}$ 

(1)  $a_5 =$

(2)  $a_7 =$



## 牛刀小試 12

1. (1) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 5，公比為 1，則  $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

- (2) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 5，公比為 2，則  $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

- (3) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 2，公比為 3，則  $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

2. (1) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 5，公比為  $-1$ ，則  $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

- (2) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 5，公比為  $-2$ ，則  $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

- (3) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 2，公比為  $-3$ ，則  $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$



## 例題 8 等比數列的第 $n$ 項



已知一等比數列  $3, 6, 12, 24, \dots$ ，則：

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公比  $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 第 7 項  $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 192 是第幾項？

★想一想

196 是此等比數列其中一項嗎？



## 牛刀小試 13

1. 有一等比數列  $1, 2, 4, \dots$ ，

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 公比  $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 第 6 項  $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

3. 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 1，

公比為 3，則第 5 項  $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

2. 有一等比數列  $2, -6, 18, \dots$ ，

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 公比  $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 第 5 項  $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

4. 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 3，

公比為  $-2$ ，則第 4 項  $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$



等差中項：三數成等差數列時，

說明：

↓舉例

(1) 3 與 9 的等差中項是 = \_\_\_\_\_。

(2) 填入適當的數，使數列成為等差數列：  
\_\_\_\_\_, 4, \_\_\_\_\_, 10, \_\_\_\_\_。

★ 若 3,  $x$  的等差中項是 6, 則

$x =$  \_\_\_\_\_



牛刀小試 14

1. (1) 若 8 與 14 的等差中項為  $x$ ,

則  $x =$  \_\_\_\_\_。

8 ,  , 14

(2) 若 15 與  $-7$  的等差中項為  $x$ ,

則  $x =$  \_\_\_\_\_。

15 ,  ,  $-7$

2. (1) 若兩數 7、 $x$  的等差中項為 10,

則  $x =$  \_\_\_\_\_。[提示：7, 10,  $x$ ]

(2) 若兩數 13、 $y$  的等差中項為 19,

則  $y =$  \_\_\_\_\_。[提示：13, 19,  $y$ ]

3. 在下列各空格中填入適當的數，使數列成為等差數列。

(1) 4, \_\_\_\_\_, 10, \_\_\_\_\_。

(2) \_\_\_\_\_, 27, \_\_\_\_\_, 13, \_\_\_\_\_。



等比中項：三數成等比數列時，

說明：

↓舉例

- (1) 3 與 12 的等比中項 是\_\_\_\_\_。
- (2) 填入適當的數，使數列成為等比數列：  
 \_\_\_\_\_， 3， \_\_\_\_\_， 27， \_\_\_\_\_。(已知公比是正數)

★ 若 2， $x$  的等比中項是 8，則  
 $x = \underline{\hspace{2cm}}$



### 牛刀小試 15

1. (1) 若 4、9 的等比中項為  $x$ ，  
 則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 4， ， 9
- (2) 若 12、3 的等比中項為  $x$ ，  
 則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 12， ， 3
2. (1) 填入適當的數，使數列成為等比數列：  
 \_\_\_\_\_， 4， \_\_\_\_\_， 64， \_\_\_\_\_。  
 (已知公比是正數)
- (2) 填入適當的數，使數列成為等比數列：  
 \_\_\_\_\_， 4， \_\_\_\_\_， 64， \_\_\_\_\_。  
 (已知公比是負數)
3. (1) 2、 $x$  兩數的等比中項為 8，  
 則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 [提示：2, 8,  $x$ ]
- (2) 60、 $y$  兩數的等比中項為 30，  
 則  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 [提示：60, 30,  $y$ ]



牛刀小試 1

- 1, 1, 2, 55
- 1, 0, 7
- 1, 1, 1, 6
- 3, 1, 2, 10,  $a_{10}=3$

牛刀小試 2

- 21, 3, 54
- (1) -3, -9  
(2) 13, 25  
(3) 52
- (1) 11 (2)  $\frac{1}{5}$  (3) 7
- (1) -7, -14  
(2) 64, 256  
(3) 1

牛刀小試 3

- 3, 8  
(1) 3  
(2) 3, 4, 2, 3  
3, 8, 0, 8
- 4, 5
- 8, 5
- 1, 4

牛刀小試 4

- (1) 3, 5, 7, 9  
(2) 15  
(3) 每個圖片都跟前一個圖片多 2  
(4) 10
- (1) 6, 11, 16, 21  
(2) 36  
(3) 每個圖片都跟前一個圖片多 5  
(4) 10

牛刀小試 5

- (1)  ,  $d = -2$ 。  
提示:  $-2, d = -2$   
 是 等差數列
- (2)  ,  $d = 0$ 。
- (3)
- (4)
- (1)  ,  $d = 2$ 。
- (2)
- (3)  ,  $d = 0$ 。

牛刀小試 6

- (1) 5, 7, 9, 11, 13  
(2) 19, 16, 13, 10, 7
- (1) 33, 41  
(2) 66, 44  
(3)  $3\sqrt{5}, 4\sqrt{5}$

- (1) 5, -7  
(2) 21, 7, -7

牛刀小試 7

- 57  
8, 17, 40, 57
- 39  
10, -1, 40, 39
- 3
- 19

牛刀小試 8

- (1) 1, 3  
(2) 22  
(3) 10
- (1) 1, 5  
(2) 36  
(3) 11
- (1) 7  
(2) 12
- (1) 6 個  
(2) 11 個

牛刀小試 9

- (1) 6, 6 (2) 48 (3) 15
- (1) 4, 4 (2) 32 (3) 21
- $a_1 = 6, d = 6, a_n = 96, n = 16$
- $a_1 = 7, d = 7, a_n = 91$

牛刀小試 10

- C、D
- (1)   
(2)  ,  $r = 1$   
(3)  ,  $r = -1$   
(4)  ,  
(5)  ,  $r = -2$

牛刀小試 11

- (1) 2, 6, 18, 54, 162  
(2) 3, -6, 12, -24, 48
- (1) 81  
(2) 3
- (1) 2, 54  
(2) 81, 9, 1

牛刀小試 12

- (1) 5  
(2) 40  
(3) 162
- (1) 5  
(2) -40  
(3) 162

牛刀小試 13

- (1) 1 (2) 2 (3) 32
- (1) 2 (2) -3 (3) 162
- 81
- 24

牛刀小試 14

- (1) 11  
(2) 4
- (1) 13  
(2) 25
- (1) 7, 13  
(2) 34, 20, 6

牛刀小試 15

- (1)  $\pm 6$   
(2)  $\pm 6$
- (1) 1, 16, 256  
(2) -1, -16, -256
- (1) 32  
(2) 15