



B6-3-1 柱體、錐體、空間中的線與平面



概念 ① 認識角柱

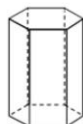


☆有吃過小熊餅乾嗎？_____

小熊餅乾的盒子長得像這樣上下底是兩個_____

多邊形而且側面都是_____。

這種立體圖形我們稱為_____。



★筆記

〈註〉在國中階段如果沒有特別說明，角柱指的都是直角柱

☆底面是六邊形就稱為_____

底面是五邊形就稱為_____

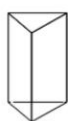
底面是四邊形就稱為_____

底面是三角形就稱為_____

底面是 n 邊形就稱為_____

☆我們仔細觀察小熊餅乾的盒子，
會發現上下底面會互相_____，
而且，每一個側面都會和底面互
相_____此時，側面的高就是角
柱的_____

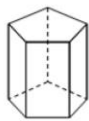
〈舉例〉



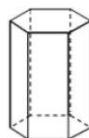
()



()



()



()



牛刀小試 1

1. 下列角柱各有幾個頂點？幾個邊？幾個面？

角柱	頂點數	邊數	面數
三角柱			
四角柱			
五角柱			
六角柱			
N 角柱			

2. 請完成下列空格：

(1) 右圖為_____角柱。

(2) 有_____個底面，
這兩個底面是_____形。

(3) 有_____個側面是
_____形。

(4) 上下兩底面互相
_____。

(5) 兩底面之間的距離
叫做_____。

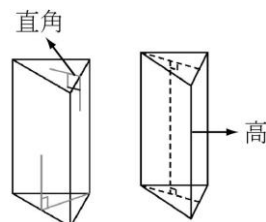
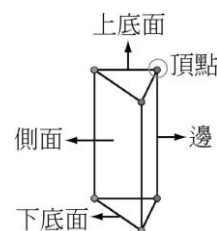
(6) 底面和側面互相_____。

3. 若有一角柱共有 16 個頂點，試問：

(1) 這個角柱是_____角柱。

(2) 這個角柱共有_____個面。

(3) 這個角柱共有_____個邊。





概念

② 角柱的展開圖



☆有時候我們想知道角柱的組合情形，
我們可以沿著角柱的邊剪開成為展開圖
請看影片或參考課本畫出下列角柱的展開圖

	三角柱	四角柱	五角柱	六角柱
立體圖形				
展開圖				



☆柱體的表面積就是_____的面積

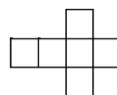
=_____面+_____面

★筆記

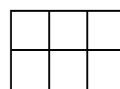
①常見的四角柱
有_____體和_____體

②下列哪一個選項不是正方體的展開圖？

(A)



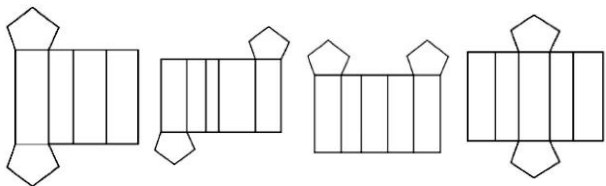
(B)



牛刀小試 2

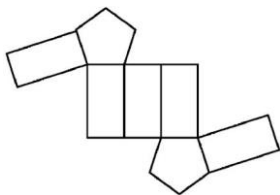
1. 下列有一些錯誤的五角柱展開圖，試判斷何者正確或其錯誤原因。

(A)正確 (B)少一個側面 (C)兩底面重疊 (D)側面邊長與底面無法對應

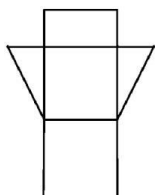


2. 下列各圖形是何種角柱的展開圖

(1)

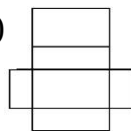


(2)

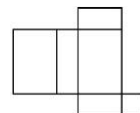


3. 下圖中哪一個不可能是角柱的展開圖？

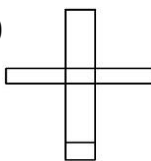
(A)



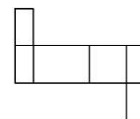
(B)



(C)



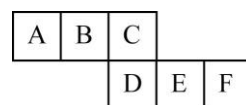
(D)



4. 右圖是一個正方體展開圖，則

(1) 與 A 面相對的是_____。

(2) 與 B 面相對的是_____。





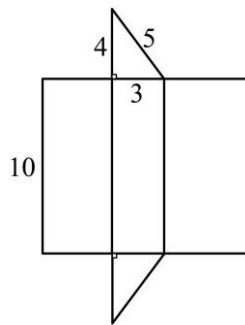
例題 ① 角柱的表面積和體積



右圖是一個三角柱的展開圖已知底面是一個直角三角形，邊長分別是 3，4，5，側面為長方形，長為 10，求

(1) 三角柱的表面積

(2) 三角柱的體積



★筆記



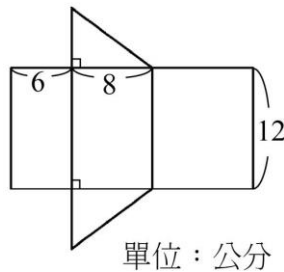
☆①柱體的表面積 = _____ 的面積
= _____ 面 + _____ 面

②角柱的體積 = _____ × _____



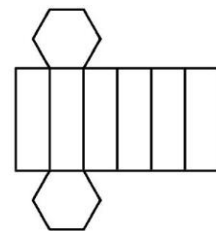
牛刀小試 3

1. 求下列柱體的表面積和體積。



單位：公分

2. 我們把一個六角柱造型的小熊餅乾包裝盒拆開，可以得到展開圖如下：



已知上、下底面為正六邊形邊長為 2 公分，側面長方形的長為 6 公分，求：

(1) 六角柱的表面積。

答：_____。

(2) 六角柱的體積。

答：_____。



☆你的生日是____月____日

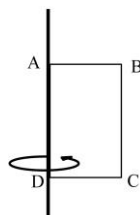
生日的時候吃的蛋糕、罐頭、蠟燭…，通常長得像右邊的圖。

上下底面是兩個半徑____的____形，
這種立體圖形，我們稱為_____。



〈註〉在國中階段如果沒有特別說明，圓柱指的都是直圓柱
(兩個底圓圓心連線和底面垂直)

☆有時候去百貨公司或某些飯店有旋轉門，
門板轉一圈旋轉出來的空間就可以形成一個_____。



<舉例>如右圖，將長方形 $ABCD$ 以 $\overline{AD}$ 為轉軸
旋轉一圈，則

- (1) $\overline{AB}$ 掃過的區域會形成_____
- (2) 長方形 $ABCD$ 掃過的區域會形成_____

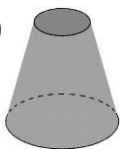
★筆記



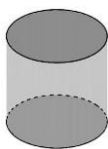
牛刀小試 4

1. _____ 試判斷下列哪些圖形為圓柱？

(A)



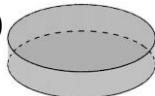
(B)



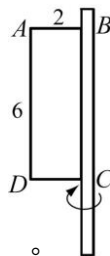
(C)



(D)



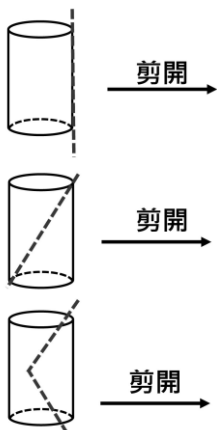
2. 如右圖，在竹棒上黏貼一張長方形紙片，然後用兩手夾住竹棒快速旋轉，則：



- (1) $\overline{CD}$ 旋轉後，所掃過的區域會形成_____。面積是_____。
- (2) 長方形 $ABCD$ 掃過的區域會形成_____。
- (3) 請畫出旋轉後的圖形。



☆我們知道圓柱的上下底面是兩個半徑_____的_____形
側面剪開會是什麼樣子呢？



★筆記

如果把圓柱的側面展開成一個長方形，我們知道這個長方形的長是底面圓的_____
寬是圓柱的_____

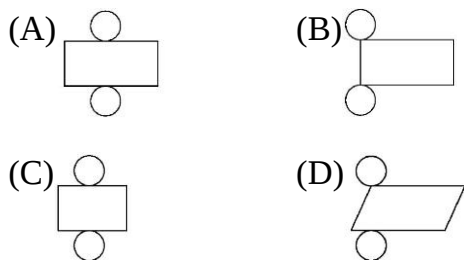


☆柱體的表面積就是_____的面積
= _____面 + _____面

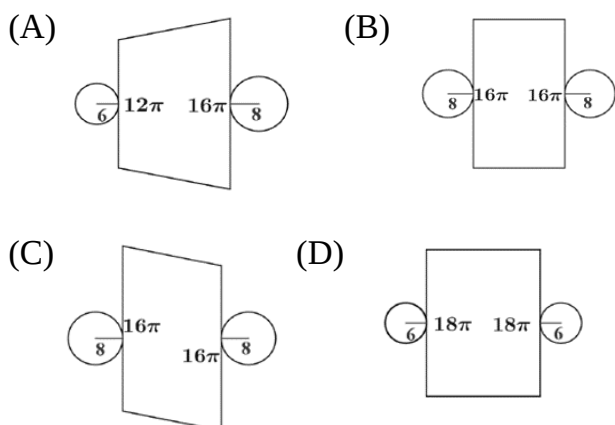


牛刀小試 5

1. 下面的四個圖中哪些不是圓柱的展開圖？並說明原因。



2. 下列幾張圖中，哪些是圓柱的展開圖？



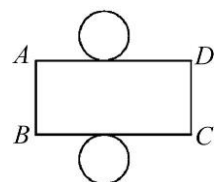
3. 下圖為一圓柱的展開圖，若矩形 $ABCD$ 的長是 $\overline{AD} = 4\pi$

寬是 $\overline{AB} = 3$ ，試求

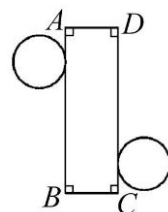
圓柱的高 = _____

底圓的圓周長 = _____

底圓的半徑 = _____



4. 右圖為一圓柱的展開圖，若底圓半徑是 6，則 $\overline{AB} =$ _____



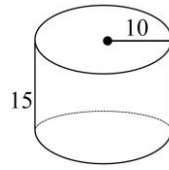


例題 ② 圓柱的表面積和體積



阿文的生日蛋糕可以當作一個圓柱，如右圖，
底面圓形半徑為 10 公分，圓柱高為 15 公分，求
(1)圓柱的表面積

(2)圓柱的體積



★筆記



☆①柱體的表面積 = _____ 的面積

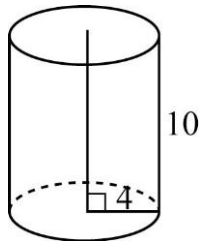
= _____ 面 + _____ 面

②角柱的體積 = _____ × _____



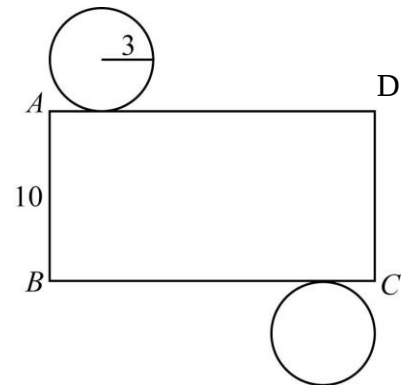
牛刀小試 6

1. 右圖底圓半徑為 4 公分，高 10 公分的圓柱，此圓柱的底面的圓面積為 _____ 平方公分，體積為 _____ 立方公分。



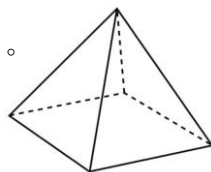
2. 右圖為圓柱展開圖，其中底圓半徑為 3 公分，柱高為 10 公分，若此展開圖中間矩形 ABCD 中 $\overline{AB}$ 的長度為 10 公分。

- (1) $\overline{AD}$ 長度為 _____ 公分。
(2) 圓柱的表面積 _____ 平方公分。
(3) 圓柱的體積 _____ 立方公分。





☆金字塔長的像右邊的圖如果底面是_____多邊形而且側面都是_____的_____形。這種立體圖形我們稱為_____。



〈註〉在國中階段如果沒有特別說明，角錐指的都是_____

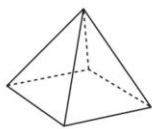
★筆記

☆底面是正三角形就稱為_____。
底面是正方形就稱為_____。
底面是正五邊形就稱為_____。
底面是正六邊形就稱為_____。
底面是正 n 邊形就稱為_____。

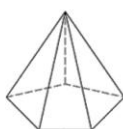
〈舉例〉



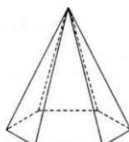
()



()



()



()



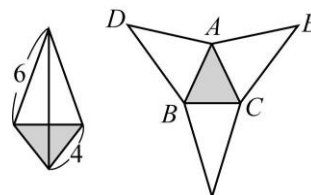
牛刀小試 7

1. 下列角各有幾個頂點？幾個邊？幾個面？

角柱	頂點數	邊數	面數
三角錐			
四角錐			
五角錐			
六角錐			
N 角錐			

2. (1) _____角錐有 10 個頂點。
(2) _____角錐有 10 個邊。
(3) _____角錐有 10 個面。

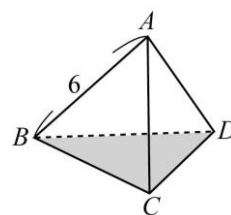
3. 下圖為正三角錐



- (1) 底面是_____形。
(2) 側面是_____形。
(3) $\overline{BC} =$ _____
(4) $\overline{AD} =$ _____
(5) $\overline{AE} =$ _____

4. 右圖為正四面體

- (1) 底面是_____形。
(2) 側面是_____形。
(3) $\overline{BC} =$ _____
 $\overline{AD} =$ _____





☆角錐的展開圖是由
正多邊形和全等的等腰三角形組合而成，
展開圖會因為不同的拆開方式而有所不同
請看影片或參考課本畫出下列角柱的展開圖

	三角錐	四角錐	五角錐	六角錐
立體圖形				
展開圖				



☆錐體的表面積就是_____的面積
= _____面 + _____面
(_____形) + (_____形)

★筆記

如果有一個三角錐，
底面和側面都是正三角形，
我們稱為_____



牛刀小試 8

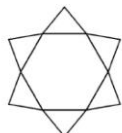
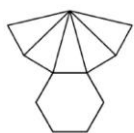
1. 請找出下列合理的六角錐展開圖，並找出
其他展開圖錯誤的原因。

(A)正確

(B)少一個面

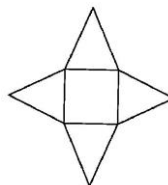
(C)側面邊長無法構成角錐

(D)有側面會重疊

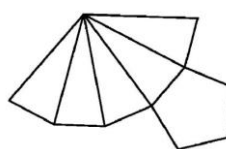


2. 下列各是什麼形體的展開圖？

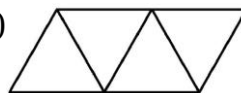
(1)



(2)



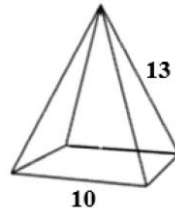
(3)



**例題****③****角錐的表面積**

已知：正四角錐，如右圖

若側面的等腰三角形的底是 10，腰是 13，
求它的表面積是多少？



★筆記

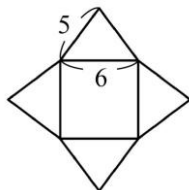


☆①柱體的表面積 = _____ 的面積
= _____ 面 + _____ 面

②角柱的體積 = _____ × _____

**牛刀小試 9**

1. 下圖是一正四角錐的展開圖，求此角錐的表面積？

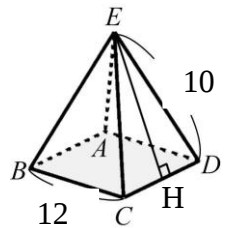


單位：公分

2. 下圖為一正四角錐， $\overline{EH} \perp \overline{CD}$ ，
 $\overline{ED} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，

(1) 四邊形 ABCD 是 _____ 形

(2) 求此正四角錐的表面積。





☆你有吃過甜筒嗎？

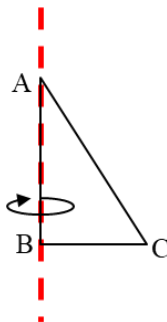
冰淇淋甜筒，派對帽…，通常長得像右邊的圖。

有_____個頂點，_____圓形底面和側面所組成這種立體圖形，我們稱為_____。



〈註〉在國中階段如果沒有特別說明，圓錐指的都是直圓錐（頂點與底面圓心連線和底面垂直）

<舉例>如果拿一個直角三角形紙板， $\angle B$ 是直角，而且 $\overline{BC}$ 貼齊桌面固定 B 點，以 $\overline{AB}$ 為轉軸，旋轉一圈，掃過的區域會形成_____

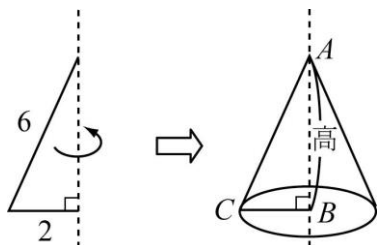


★筆記



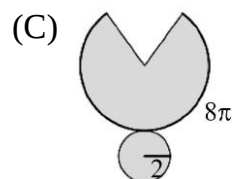
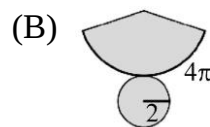
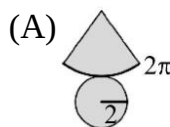
牛刀小試 10

1. 在竹棒上貼一個直角 $\triangle$ 紙片，然後用手夾在竹棒，快速旋轉。



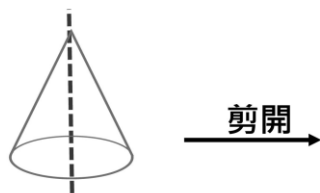
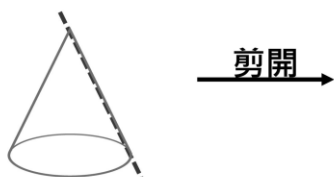
- (1) 請問旋轉後的圖形是_____
- (2) $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (3) 底圓的圓周長 = _____

2. 下列何者是合理的圓錐展開圖？





☆我們知道圓錐是由_____個頂點，_____個圓形底面和側面所組成側面剪開會是什麼樣子呢？



☆圓錐的表面積就是_____的面積

=底面_____形+側面_____形

★筆記

如果把圓錐的側面展開成一個扇形，我們知道

扇形的弧長是底面圓的_____

扇形半徑是_____點到圓周的長

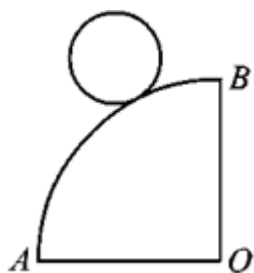


牛刀小試 11

1. 右圖為一圓錐的展開圖，若扇形半徑

$$\overline{AO} = 12, \overline{AB} = 6\pi$$

試求底圓的半徑=_____

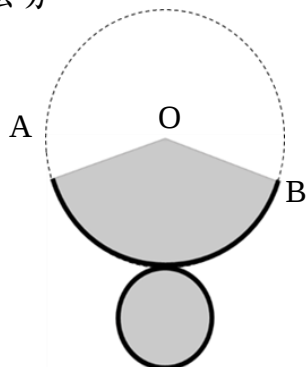


2. 底圓半徑5公分的圓錐展開圖中，若展開後的扇形半徑為15 公分，

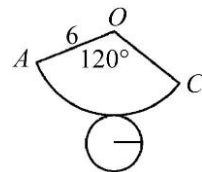
(1)底圓周長=_____公分

(2)圓O周長為_____公分

(3)此扇形佔圓O面積的幾分之幾？



3. 圖為一圓錐的展開圖，O 為圓錐頂點，若 $\overline{AO} = 6$ 公分，且 $\angle AOC = 120^\circ$ ，求此圓錐扇形 OAC 面積。



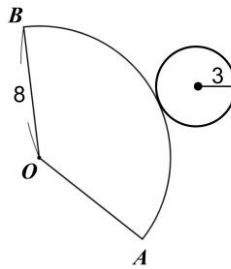


例題 4 圓錐的表面積



右圖是一個圓錐的展開圖，
若底面半徑是 3。扇形半徑是 8，求

- (1) 弧 AB 的長度
- (2) $\angle AOB$ 的度數
- (3) 圓錐的表面積



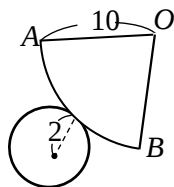
★筆記



牛刀小試 12

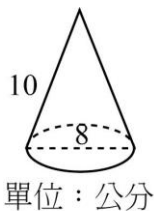
1. 下圖是一圓錐的展開圖，試求：

- (1) 弧 $\widehat{AB}$ 長 = _____
- (2) $\angle AOB =$ _____
- (3) 圓錐表面積 = _____

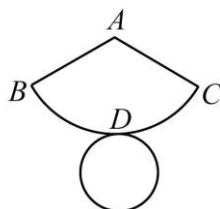


2. 下圖是一圓錐的展開圖，試求：

- (1) $\widehat{AB} =$ _____
- (2) 弧 $\widehat{BC}$ 長 = _____
- (3) $\angle BAC =$ _____
- (4) 圓錐底面積 = _____
- (5) 圓錐表面積 = _____

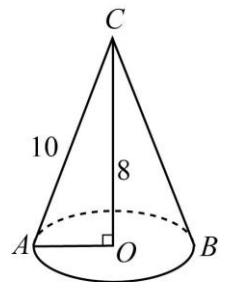


單位：公分



3. 下圖是一圓錐，試求：

- (1) $\widehat{AO} =$ _____
- (2) 扇形 CAB 面積 = _____
- (3) 圓錐表面積 = _____



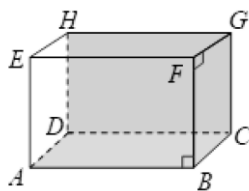
單位：公分



☆我們觀察一個長方體，

相鄰兩面會互相_____

記為矩形 $ABCD$ ☐ 矩形 $CGHD$



☆如果我們要判斷空間中

兩個平面 S 和 T 有沒有垂直，

如果 S 和 T 可以和長方體相鄰的兩面緊密貼合

我們說， S 和 T 垂直，記為_____

☆長方體中，高和底面會垂直，如上圖，

直線 AE 和底面 $ABCD$ 垂直，記為 $\overrightarrow{AE} \perp$ ☐ 平面 $ABCD$

此時，底面 $ABCD$ 上通過垂足 A 的任一條直線都和 $\overrightarrow{AE}$ 垂直

比方說： $\overrightarrow{AE} \perp$ _____， $\overrightarrow{AE} \perp$ _____， $\overrightarrow{AE} \perp$ _____

★筆記

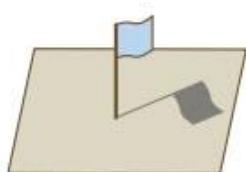


牛刀小試 13

1. 旗杆與操場地面互相

垂直，那麼旗杆的影子

子會與旗杆垂直嗎？



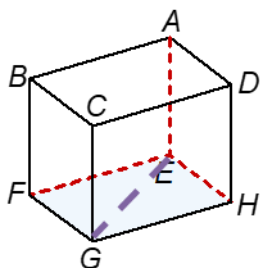
2. 下圖為長方體

(1) $\overrightarrow{AE}$ 和那些平面垂直呢？_____

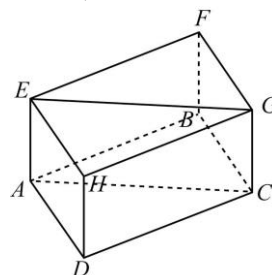
(2) 當 $\overrightarrow{AE}$ 與平面 $EFGH$ 垂直， $\overrightarrow{AE}$ 會和

平面 $EFGH$ 上的那些直線垂直呢？

(3) $\angle CGE =$ _____ 度； $\angle ADC =$ _____ 度

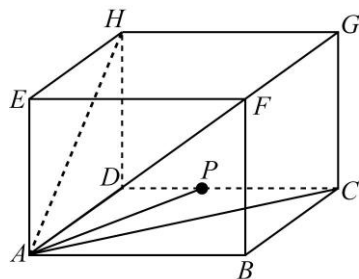


3. 下圖為一長方體，請勾選出與 $\overrightarrow{AE}$ 垂直的直線。（可複選）



☐ $\overrightarrow{AB}$ ☐ $\overrightarrow{AC}$ ☐ $\overrightarrow{AD}$ ☐ $\overrightarrow{EG}$ ☐ $\overrightarrow{AH}$ ☐ $\overrightarrow{AF}$

4. 如圖，長方體中， P 為 $\overline{CD}$ 上的一點。



(1) $\overline{AP}$ 在哪一個平面上？

(2) 請勾選出與 $\overline{AE}$ 垂直的線段。

（可複選）

☐ $\overline{EH}$ ☐ $\overline{AC}$ ☐ $\overline{AP}$
☐ $\overline{AG}$ ☐ $\overline{AD}$ ☐ $\overline{AH}$



例題 5 長方體或正方體的對角線



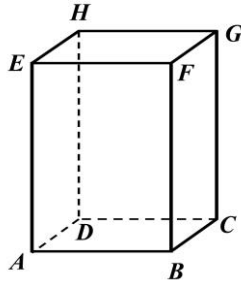
已知：右圖是一個長方體，

若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CG} = 12$ ，

求(1) $\overline{AC} = ?$

(2) $\triangle ACG$ 是什麼三角形？

(3) $\overline{AG} = ?$

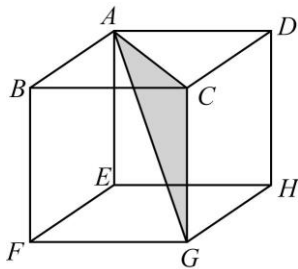


★筆記



牛刀小試 14

1. 下圖為邊長 1 公分的正方體，則



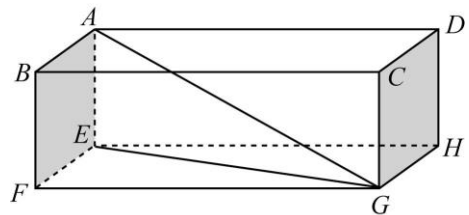
(1) $\overline{AC} =$ _____

(2) $\angle ACG =$ _____

(3) $\overline{AG} =$ _____

2. 下圖是一個長方體盒子，

$\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BF} = 5$ ， $\overline{FG} = 12$ ，則



(1) $\overline{EG} =$ _____

(2) $\angle AEG =$ _____

(3) $\overline{AG} =$ _____



☆右圖是一個長方體

1. 平面和平面

相對的兩面會互相_____

$ABCD$ 和 $EFGH$ 會互相_____，

記為 $ABCD \square EFGH$

空間中的平行與歪斜

2. 直線和平面

底面 $EFGH$ 上的 $\vec{EF}$ 、 $\vec{EG}$ 、 $\vec{EH}$ 不相交，我們說

$\vec{EF}$ 、 $\vec{EG}$ 、 $\vec{EH}$ 都和底面 $ABCD$ _____

3. 直線和直線

(1) $\vec{FG}$ 和 $\vec{BC}$ 不相交，而且都在同一平面 $BCGF$ 上，

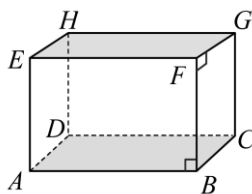
我們說 $\vec{BC} \parallel \vec{FG}$

其他例子：_____

(2) $\vec{EH}$ 和 $\vec{AB}$ 不相交，而且不在同一平面上，

我們說， $\vec{EH}$ 和 $\vec{AB}$ 互相_____

$\vec{EH}$ 和 _____， $\vec{EF}$ 和 _____，也互相_____



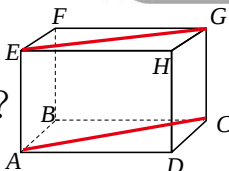
★筆記



牛刀小試 15

1. 右圖為一長方體，請問

下列直線與 $\vec{EG}$ 是何種關係？



- (A) 平行 (B) 垂直 (C) 歪斜
(D) 不是平行、不是垂直也不是歪斜

(1) $\vec{EG}$ 和 $\vec{CG}$ _____

(2) $\vec{EG}$ 和 $\vec{AC}$ _____

(3) $\vec{EG}$ 和 $\vec{AE}$ _____

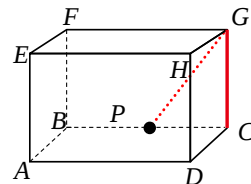
(4) $\vec{EG}$ 和 $\vec{EH}$ _____

(5) $\vec{EG}$ 和 $\vec{AD}$ _____

(6) 四邊形 $AEGC$ 是 _____ 形

2. 右圖為一長方體，請問

下列直線與 $\vec{CG}$ 是何種關係？



- (A) 平行 (B) 垂直 (C) 歪斜
(D) 不平行、不垂直也不是歪斜

(1) $\vec{CG}$ 和 $\vec{FG}$ _____

(2) $\vec{CG}$ 和 $\vec{AC}$ _____

(3) $\vec{CG}$ 和 $\vec{AE}$ _____

(4) $\vec{CG}$ 和 $\vec{CH}$ _____

(5) $\vec{CG}$ 和 $\vec{AD}$ _____

(6) P 點在 $\overline{BC}$ 上，請問 $\triangle GPD$ 是不是直角 $\triangle$ ？_____



解 答 篇

牛刀小試 1

- | 角柱 | 頂點數 | 邊數 | 面數 |
|------|-----|----|-----|
| 三角柱 | 6 | 9 | 5 |
| 四角柱 | 8 | 12 | 6 |
| 五角柱 | 10 | 15 | 7 |
| 六角柱 | 12 | 18 | 8 |
| N 角柱 | 2N | 3N | N+2 |

- (1) 三
 - (2) 2, 全等三角形
 - (3) 3, 長方形
 - (4) 平行
 - (5) 高
 - (6) 垂直
- (1) 八
 - (2) 10
 - (3) 24

牛刀小試 2

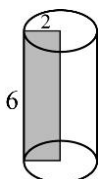
- B, D, C, A
- (1) 五角柱
 - (2) 三角柱
- D, B
- (1) C
 - (2) E

牛刀小試 3

- (1) 表面積 336
 - (2) 體積 288
- (1) $12\sqrt{3} + 72$
 - (2) $36\sqrt{3}$

牛刀小試 4

- B, D
- (1) 圓形, 4π
 - (2) 圓柱
 - (3)



牛刀小試 5

- C, 側面邊長與底面無法對應
- B, C
- (1) 3
 - (2) 4π
 - (3) 2
- 12π

牛刀小試 6

- $16\pi, 160\pi$
- (1) 6π
 - (2) 78π
 - (3) 90π

牛刀小試 7

- | 角錐 | 頂點數 | 邊數 | 面數 |
|------|-----|----|-----|
| 三角錐 | 4 | 6 | 4 |
| 四角錐 | 5 | 8 | 5 |
| 五角錐 | 6 | 10 | 6 |
| 六角錐 | 7 | 12 | 7 |
| N 角錐 | N+1 | 2N | N+1 |

- (1) 九
 - (2) 五
 - (3) 九
- (1) 正三角形
 - (2) 等腰三角
 - (3) 4
 - (4) 6
 - (5) 6
- (1) 正三角形
 - (2) 正三角形
 - (3) 6
 - (4) 6

牛刀小試 8

- B, A, C, D
- (1) 四角錐
 - (2) 五角錐
 - (3) 正三角錐 (正四面體)

牛刀小試 9

- 84
- (1) 正方形
 - (2) 336

牛刀小試 10

- (1) 圓錐
 - (2) 2, 6
 - (3) 4π
- B

牛刀小試 11

- 3
- (1) 10π
 - (2) 30π
 - (3)

$$\frac{1}{3}$$

- 12π

牛刀小試 12

- (1) 4π
 - (2) 72°
 - (3) 24π
- (1) 10
 - (2) 8π
 - (3) 144°
 - (3) 16π
 - (4) 56π
- (1) 6
 - (2) 60π
 - (3) 96π

牛刀小試 13

- 會
- (1) 矩形 ABCD, 矩形 EFGH
 - $\overline{EG}, \overline{EF}, \overline{EH}$
 - $90^\circ, 90^\circ$
- $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{AD}$
 $\overleftrightarrow{EG}, \overleftrightarrow{AH}, \overleftrightarrow{AF}$
- (1) 平面 ABCD
 - $\overline{EH}, \overline{AC}, \overline{AP}$
 $\overline{AG}, \overline{AD}, \overline{AH}$

牛刀小試 14

- (1) $\sqrt{2}$
 - (2) 90°
 - (3) $\sqrt{3}$
- (1) $\sqrt{153}$
 - (2) 90°
 - (3) $\sqrt{178}$

牛刀小試 15

- (1) B
 - (2) A
 - (3) B
 - (4) D
 - (5) C
 - (6) 矩 (長方)
- (1) B
 - (2) B
 - (3) A
 - (4) D
 - (5) C
 - (6) 是