



B2 4-1 比例式



溫故知新 ① 認識比與比值

已知：1 枝中性筆 30 元，1 枝鉛筆 5 元，請問：

① 1 枝中性筆的價格是 1 枝鉛筆的_____倍？
怎麼計算幾倍？

② 1 枝中性筆的價格與 1 枝鉛筆價格比為_____。
比值為_____。
怎麼計算比值？

③ 如果 3 枝中性筆的錢可以買到_____枝鉛筆？
為什麼？

★甲是乙的幾倍？

⇒

★甲：乙的比值

⇒

發現



牛刀小試 ①

1. 已知 1 瓶牛奶 30 元，1 個餅乾 10 元，請問：

(1) 1 瓶牛奶價格與 1 個餅乾價格
比為_____，比值為_____。

(2) 表示 1 瓶牛奶價格是 1 個餅乾的_____倍。

(3) 2 瓶牛奶可以買到_____個餅乾。

2. 已知 1 塊雞排 80 元，1 個飯糰 20 元，試問：

(1) 1 塊雞排價格與 1 個飯糰價格
比為_____，比值為_____。

(2) 1 塊雞排價格是 1 個飯糰價格的_____倍。

(3) 3 個雞排可以買到_____個飯糰。



比

a 和 b 兩數的比記為_____，其中 a 叫做_____， b 叫做_____，而且_____。

比值

$a : b$ 的比值為_____。

也就是_____。

☆ a 是 b 的幾倍怎麼算？

所以

★ $2 : 3$ 的比值是 $\frac{2}{3}$

可以寫成 $2 : 3 = \frac{2}{3}$ 嗎？

★後項為甚麼不能是 0？



牛刀小試 2

1. 寫出下列比的比值並化成最簡分數

(1) $4 : 9$ 的比值 = _____

(2) $3 : 2$ 的比值 = _____

(3) $12 : 18$ 的比值 = _____

(4) $15 : 5$ 的比值 = _____

2. 寫出下列比的比值並化成最簡分數

(1) $4 : (-7)$ 的比值 = _____

(2) $12 : 6$ 的比值 = _____

(3) $0.3 : 1.3$ 的比值 = _____

(4) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ 的比值 = _____



假設蘋果園中的每一個蘋果產量都相同，已知：

- 1 棵蘋果樹可以產出 10 顆蘋果。
 2 棵蘋果樹可以產出 _____ 顆蘋果。
 3 棵蘋果樹可以產出 _____ 顆蘋果。
 ⋮
 17 棵蘋果樹可以產出 _____ 顆蘋果。

你發現什麼？

★若 $b \neq 0, m \neq 0$ 則

① $a : b = (a \times m) : (b \times m)$

〈例〉

② $a : b = (a \div m) : (b \div m)$

〈例〉



牛刀小試 3

1. 利用比的性質，完成各題

(1) $\boxed{3} : 2 = \boxed{12} : \underline{\hspace{2cm}}$
 一起 $\times 4$

(2) $\boxed{-4} : 3 = \boxed{8} : \underline{\hspace{2cm}}$
 一起 $\times (-2)$

(3) $\frac{5}{3} : \boxed{\frac{1}{6}} = \underline{\hspace{2cm}} : \boxed{1}$
 一起 $\times 6$

(4) $7 : \boxed{4} = \underline{\hspace{2cm}} : \boxed{16}$
 一起 ()

2. 利用比的性質，完成各題

(1) $16 : \boxed{12} = \underline{\hspace{2cm}} : \boxed{3}$
 一起 $\div 4$

(2) $(-30) : \boxed{27} = \underline{\hspace{2cm}} : \boxed{(-9)}$
 一起 $\div (-3)$

(3) $24 : 21 = 8 : \underline{\hspace{2cm}}$
 一起 ()

(4) $(-20) : 4 = \underline{\hspace{2cm}} : 2$
 一起 ()



比值

$$\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \dots\dots$$

比

$$2 : 3 =$$

最簡整數比

要符合 ① 前項和後項都是_____

② 前項和後項的_____

最簡整數比就好像是_____

★哪些是最簡整數比

① $3 : 5$

② $\frac{2}{3} : 5$

③ $(-3) : 5$

④ $(-5) : (-3)$

⑤ $1.5 : 0.7$

⑥ $6 : 8$



牛刀小試 4

1. 下列哪些比和 $2 : 3$ 相等，請打勾

$3 : 2$

$6 : 9$

$0.2 : 0.3$

$\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ 一起×6 →

$1 : \frac{2}{3}$ 一起×3 →

2. 下列的比是最簡整數比，請打勾

$(-5) : (-12)$

$\frac{7}{4} : 3$

$0.3 : 1.6$

$5 : 9$

$(-8) : 4$

$12 : 18$

$4 : (-5)$

因為和 $2 : 3$ 相等的比太多了，因此我們統一用 $2 : 3$ 最簡整數比來表示。



例題 ① 將下列各比化為最簡整數比



① $24 : 6$

② $\frac{7}{2} : 5$

③ $3.6 : 2.4$

★化為最簡整數比

$$1\frac{2}{3} : \frac{15}{2}$$



牛刀小試 5

1. 將下列各比化為最簡整數比

(1) $30 : 5 =$

(2) $1.2 : 1.8 =$

(3) $\frac{7}{2} : 4 =$

(4) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} =$

2. 將下列各比化為最簡整數比

(1) $14 : 28 =$

(2) $0.3 : 1.5 =$

(3) $3 : \frac{5}{2} =$

(4) $1\frac{1}{2} : \frac{2}{5} =$



❶ $2:5$ 的比值是_____。

$6:15$ 的比值是_____。

所以，

❷ 當 $a:b$ 和 $c:d$ ($b \neq 0, d \neq 0$) 兩個比相等時，可以

寫成 稱為

其中_____是外項，_____是內項。

❸ 從 $2:5=6:15$ 我們發現

☆比例式的內項乘積 = 外項乘積，也就是說 $a:b=c:d \Rightarrow$

★為什麼

$$a:b=c:d$$

$$ad=bc?$$

★交叉相乘



牛刀小試 6

1. (1) $4:5$ 的比值是_____

(2) $8:10$ 的比值是_____

(3) $4:5$ 和 $8:10$ 的比相等嗎?為什麼?
因為_____，所以比相等。

(4) 承(3)若兩個比相等，要如何表示?

2. 比例式 $\boxed{4}:5 = 8:\boxed{10}$

(1) 兩個外項乘積 $4 \times 10 =$ _____

(2) 兩個內項乘積 $5 \times 8 =$ _____

(3) 承(1)(2)，發現 $4 \times$ _____ $= 5 \times$ _____

3. 比例式 $\boxed{5}:3 = 15:\boxed{9}$

(1) 兩個外項乘積 $5 \times 9 =$ _____

(2) 兩個內項乘積 $3 \times 15 =$ _____

(3) 承(1)(2)，發現 $5 \times$ _____ $= 3 \times$ _____

4. (1) 比例式 $\boxed{4}:3 = 8:\boxed{6}$

微笑曲線

則 $4 \times$ _____ $= 3 \times$ _____

(2) 比例式 $\boxed{a}:2 = 9:\boxed{6}$

微笑曲線

則 _____ \times _____ $=$ _____ \times _____



例題 ② 利用比例式的性質求解



① $3 : 5 = 7 : x$

② $x : \frac{3}{5} = 10 : 1$

★ $3 : 5 = 7 : x$

比值 \Rightarrow

③ $(x+2) : (3x+1) = 4 : 7$



牛刀小試 7

1. 求下列比例中的 x 值

(1) $\boxed{x} : 3 = 4 : \boxed{1}$, $x = \underline{\quad}$

(2) $\boxed{6} : x = 3 : \boxed{2}$, $x = \underline{\quad}$

(3) $5 : x = 10 : 2$, $x = \underline{\quad}$

2. 求下列比例式中的 x 值

(1) $\boxed{(2x+1)} : 5 = 3 : \boxed{1}$

(2) $\boxed{(2x-5)} : 6 = 3 : \boxed{2}$

(3) $(x+1) : (x+3) = 1 : 2$

微笑曲線



例題 3



① 已知 8 年愛班男生和女生人數比為 6 : 5，若男生 18 人，則女生有幾人？

② 已知桌子長度和寬度的比為 4 : 3，若寬度為 45 公分，則長度為多少公分？

★計算方式有兩種

1. 概念 2 值相等的比
2. 內項乘積 = 外項乘積



牛刀小試 8

1. (1) 小明的父親和母親月收入比為 5 : 4。
若父親這個月收入為 45000 元，則母親這個月收入為_____元

$$\begin{array}{l}
 \text{父} \quad : \quad \text{母} \\
 = \quad \boxed{} : \boxed{} \quad \text{縮小的比} \\
 \quad \downarrow \times() \quad \downarrow \times() \\
 = \quad 45000 : \boxed{} \quad \text{實際的比}
 \end{array}$$

(2) 假設國旗的長與寬比為 3 : 2，若長為 90 公分，則寬為_____公分。

$$\begin{array}{l}
 \text{長} \quad : \quad \text{寬} \\
 = \quad \boxed{} : \boxed{} \quad \text{縮小的比} \\
 = \quad 90 : \boxed{} \quad \text{實際的比}
 \end{array}$$

2. (1) 甲、乙兩人口袋錢數比為 7 : 8，若甲有 63 元，則乙有_____元。

(2) 已知電子地圖上的線段長和實際長度比為 1 : 5000，若電子地圖上的線段長 5cm，則實際的長度為_____cm。



概念

5

兩個量的關係



甲的 5 倍是乙的 2 倍，則甲：乙 = ？

★甲的 5 倍是乙的 2 倍。

$$\text{甲} \times 5 = \text{乙} \times 2$$

$$\Rightarrow \frac{\text{甲}}{\text{乙}} = \frac{\square}{\square}$$

(提示：用移項法則概念)



牛刀小試 9

1. (1) 甲的 4 倍是乙的 3 倍，
則甲：乙 = _____。

甲 的 4 倍 是 乙 的 3 倍

$$\text{甲} \times \square = \text{乙} \times \square$$

微笑曲線

$$\text{甲} : \text{乙} = \square : \square$$

- (2) 丙的 2 倍是丁的 7 倍，
則丙：丁 = _____。

丙 的 2 倍 是 丁 的 7 倍

$$\text{丙} \times \square = \text{丁} \times \square$$

微笑曲線

$$\text{丙} : \text{丁} = \square : \square$$

2. (1) 小明今年年齡的 6 倍恰好是老師今年年齡的 2 倍，則今年小明和老師的年齡比為_____。

- (2) 小強今年年齡的 7 倍恰好是媽媽今年年齡的 3 倍，則今年小強與媽媽的年齡比為_____。



概念

⑥ 甲 : 乙 = 2 : 5 的意義



$$\text{甲} : \text{乙} = 2 : 5$$

我們可以說：甲是_____，乙是_____，一共_____

所以可以假設：甲 = _____
乙 = _____ ()

2 甲是_____；3 乙是_____

2 甲 : 3 乙 = _____

$$\star \text{甲} : \text{乙} = 2 : 5$$

甲是 2 嗎？_____

乙是 5 嗎？_____



牛刀小試 10

1. (1) 甲 : 乙 = 3 : 2, 則 3 甲 : 5 乙 = _____。

① 假設 甲 = _____
乙 = _____ ()

② 3 甲 = _____
5 乙 = _____

③ 3 甲 : 5 乙 = _____

(2) 丙 : 丁 = 4 : 3, 則 5 丙 : 7 丁 = _____。

① 假設 丙 = _____
丁 = _____ ()

② 5 丙 = _____
7 丁 = _____

③ 5 丙 : 7 丁 = _____

2. (1) $a : b = 1 : 2$, 則 $3a : b =$ _____。

(2) $x : y = 2 : 3$, 則 $5x : 3y =$ _____。



例題

4

$\square a = \star b$

若 $2a=3b$ ，則：

① $a : b = \underline{\hspace{2cm}}$

② 我們可以假設 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$

③ $3a : 4b = \underline{\hspace{2cm}}$

④ $(a+b) : (2a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$

★ $a : b = 3 : 2$ ，請問：

① a 一定是 3 嗎？

② b 一定是 2 嗎？

③ $(a+1) : (b+1) = ?$



牛刀小試 11

計算下列各式並用最簡整數比表示

1. 已知 $a=2b$ ($b \neq 0$)

(1) $a : b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

假設 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$ ()

(2) $2a : 3b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $(3a-b) : 4b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知 $4a=3b$ ($b \neq 0$)

(1) $a : b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

假設 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$ ()

(2) $5a : 2b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $(2a+b) : (5a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知 $3a=7b$ ($b \neq 0$)

(1) $a : b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $2a : 5b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $(a+3b) : (a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知 $2a=7b$ ($b \neq 0$)

(1) $a : b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(a-b) : (a-2b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



例題 5 利用比例式的性質求解



若 $(x+2y) : (2x+y) = 2 : 3$ ，則：

- ① $x : y =$ _____
- ② 假設 $x =$ _____， $y =$ _____
- ③ $(x+y) : (x-y) =$ _____
- ④ $x^2 : y^2 =$ _____

★提醒

- ① 先求 _____
- ② 把 x _____
把 y _____



牛刀小試 12

計算下列各題，並用最簡分數表示。

1. 已知： $(2a-b) : (a+b) = 3 : 4$

(1) $a : b =$ _____。

$(2a-b) : (a+b) = 3 : 4$

乘

移

算

比

(2) $(2a+b) : (a-b) =$ _____。

(3) $a^2 : b^2 =$ _____。

2. 已知 $(2x-y) : (3x+2y) = 2 : 5$

(1) $x : y =$ _____。

$(2x-y) : (3x+2y) = 2 : 5$

乘

移

算

比

(2) $(x+y) : (x-y) =$ _____。

(3) $x^2 : y^2 =$ _____。



牛刀小試 1

- (1) $3:1, 3$
(2) 3
(3) 6
- (1) $4:1, 4$
(2) 4
(3) 12

牛刀小試 2

- (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$
(4) 3
- (1) $-\frac{4}{7}$ (2) 2 (3) $\frac{3}{13}$
(4) $\frac{5}{2}$

牛刀小試 3

- (1) 8 (2) -6 (3) 10
(4) 一起 $\times 4, 28$
- (1) 4 (2) 10
(3) 一起 $\div 3, 7$
(4) 一起 $\div 2, -10$

牛刀小試 4

- $6:9$
 $0.2:0.3$
 $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$
- $(-5):(-12)$
 $5:9$
 $4:(-5)$

牛刀小試 5

- (1) $6:1$
(2) $2:3$
(3) $7:8$

(4) $3:2$

- (1) $1:2$
(2) $1:5$
(3) $6:5$
(4) $15:4$

牛刀小試 6

- (1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{4}{5}$
(3) 因為 **比值相等**，所以比相等
(4) $4:5=8:10$
- $4:5=8:10$
(外項) (內項) (內項) (外項)
- (1) 40 (2) 40
(3) $4 \times 10 = 5 \times 8$
- (1) 45 (2) 45
(3) $5 \times 9 = 3 \times 15$
- $4 \times 6 = 3 \times 8$
- $a \times 6 = 2 \times 9$

牛刀小試 7

- (1) 12 (2) 4 (3) 1
- (1) 7 (2) 7 (3) 1

牛刀小試 8

- (1) 36000
(2) 60
- (1) 72
(2) 25000

牛刀小試 9

- (1) $3:4$
甲 **的 4 倍** 是 乙 **的 3 倍**
甲 乙
移

(2) $7:2$

- (1) $1:3$
(2) $3:7$

牛刀小試 10

- 假設
甲 = $\underline{3r}$
乙 = $\underline{2r}$ ($r \neq 0$)
3 甲 = $\underline{9r}$
5 乙 = $\underline{10r}$
3 甲 : 5 乙 = $\underline{9r:10r}$
 - 假設
丙 = $\underline{4r}$
丁 = $\underline{3r}$ ($r \neq 0$)
5 丙 = $\underline{20r}$
7 丁 = $\underline{21r}$
5 丙 : 7 丁 = $\underline{20r:21r}$
- (1) $3:2$
(2) $10:9$

牛刀小試 11

- (1) $a:b = \underline{2:1}$ 。
假設 $a = \underline{2r}$
 $b = \underline{1r}$ ($r \neq 0$)
(2) $4:3$ (3) $5:4$
- (1) $a:b = \underline{3:4}$ 。
假設 $a = \underline{3r}$
 $b = \underline{4r}$ ($r \neq 0$)

- (2) $15:8$
(3) $10:11$
- (1) $7:3$ (2) $14:15$
(3) $4:1$
- (1) $7:2$ (2) $5:3$

牛刀小試 12

- (1) $7:5$ (2) $19:2$ (3) $49:25$
- (1) $9:4$ (2) $13:5$ (3) $81:16$