



數學基礎自學講義

二元一次式和二元一次方程式

姓名

班級

B2 2-1 二元一次方程式



概念 1 認識二元一次式



① 二元一次式

② 舉例

$3x - 2y + 1$ 、 $2x + y$ 、 $\frac{1}{3}x + 5y - 7$ 這些都是_____。

舉例

$$3x - y + 2$$

$$-2x - 3y$$

① x 項是_____，係數是_____

① x 項是_____，係數是_____

② y 項是_____，係數是_____

② y 項是_____，係數是_____

③ 常數項是_____

③ 常數項是_____



牛刀小試 1



★提醒

$2x + 3y$ 是_____元_____次式。

$2x + 3$ 是_____元_____次式。

$2x^2 + 3x$ 是_____元_____次式。

★ 認識項、係數、同類項

① 項：用「_」分隔每一項

有 x 的稱為_____項。

有 y 的稱為_____項。

只有數字的稱為_____項。

② 係數： x 、 y 前面的 數字

(包含符號嘅)

1. (1) 下列何者是二元一次式？答：_____。

(A) $3x + 5$ (B) $2x - 2y + 1$ (C) $2x^2 - x - 1$

(2) 由(1)中的二元一次式：

x 項是_____， y 項是_____，常數項是_____， x 項係數是_____，

y 項係數是_____。

2. (1) 下列何者是二元一次式？答：_____。

(A) $-3x - y$ (B) $3x - y^2 + 1$ (C) $-y + 1$

(2) 由(1)中的二元一次式：

x 項是_____， y 項是_____，常數項是_____， x 項係數是_____，

y 項係數是_____。



概念 2 二元一次式的求值



未知數
(x, y)



代入數字
(計算)



一個數
(值)

① $3x - 2y + 1$ 就是 $3 \times \square - 2 \times \triangle + 1$

$$x = 1, y = 1 \Rightarrow 3x - 2y + 1 \text{ 的值} = 3 \times () - 2 \times () + 1$$

$$x = -1, y = 2 \Rightarrow 3x - 2y + 1 \text{ 的值} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = 2, y = -2 \Rightarrow 3x - 2y + 1 \text{ 的值} = \underline{\hspace{2cm}}$$

② 結論:二元一次式會因為 x, y 的數字不同而得到 不同 答案

★ 求值就是把未知數換成數字來計算。

$$\star 3x = 3 \times \boxed{x}$$

(1) $x = 1$, 就是 x 換成 1

$$\Rightarrow 3x = 3 \times \boxed{} = \underline{\hspace{1cm}}$$

(2) $x = -2$, 就是 x 換成 -2

$$\Rightarrow 3x = 3 \times \boxed{} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\star -2y = -2 \times \boxed{y}$$

(1) $y = 1$, 就是 y 換成 1

$$\Rightarrow -2y = -2 \times \boxed{} = \underline{\hspace{1cm}}$$

(2) $y = -2$, 就是 y 換成 -2

$$\Rightarrow -2y = -2 \times \boxed{} = \underline{\hspace{1cm}}$$



牛刀小試 2

1. 求下列二元一次式的值:

(1) 當 $x = 1, y = 2$ 時

$$3x + 2y + 5 \text{ 的值} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

(2) 當 $x = -1, y = 3$ 時

$$3x + 2y + 5 \text{ 的值} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 試在下表中填入各二元一次式的值

二元一次式	x	0	2	1
	y	0	1	-1
$2x - 3y + 4$				
$4x - 3y$				



概念 3 化簡二元一次式



■ 化簡就是_____

■ 同類項：_____

舉例： $6x$ 、 $3x$ 、 $-5x$ 、 $\frac{1}{2}x$ 這些都是同類項，同樣是_____項。

$3y$ 、 $-y$ 、 $-5y$ 、 $1.2y$ 這些都是同類項，同樣是_____項。

2 、 -3 、 -7 、 0 這些都是同類項，同樣是_____項。

① $6x + 3y - 5x - 5y$

② $3x + 2y - 7 + 5x - y - 3$

★ 同類項才能和同類項
加減合併

常
數
項

$$3 + (-5) =$$

$$(-3) + (-5) =$$

$$3 - 5 =$$

$$3 - (-5) =$$

$$-3 - 5 =$$

x
項

$$3x + 5x =$$

$$3x + (-5x) =$$

$$(-3x) + (-5x) =$$

y
項

$$3y - 5y =$$

$$3y - (-5y) =$$

$$-3y - 5y =$$



牛刀小試 3

1. 回答下列問題。

(A) -3 (B) $-3x$ (C) $1.2y$ (D) 4

(E) $1.5x$ (F) $4y$ (G) -0.2

(1) 上列哪些是 $4x$ 的同類項？

答：_____。

(2) 上列哪些是 $-3y$ 的同類項？

答：_____。

(3) 上列哪些是 2 的同類項？

答：_____。

2. 化簡下列各式

(1) $-x + 3y - 2 + 4x - 2y + 3 = ?$

(2) $2x - y - 5 + x - 3y + 6 = ?$



例題 1 二元一次式的化簡(括號型)



化簡下列二元一次式

① $-(-2x-3y+1)$

② $-(2x+3y-1)$

③ $(3x+4y+2)+(-2x-3y+1)$

④ $(3x+4y+2)-(-2x-3y+1)$

★ 去括號法則

① $+(a+b) =$

$-(a-b) =$

② $-(a+b) =$

$-(a-b) =$

③ $-(2x+3) =$

$-(2x-3) =$

$-(-2x+3) =$

$-(-2x-3) =$



牛刀小試 4

1. 展開下列各式

(1) $-(3x-4y+1) =$ _____。

(2) $-(-x+3y-6) =$ _____。

(3) $-(6x-3y+2) =$ _____。

2. 化簡下列各式

(1) $(2x-y-5)+(-x+3y+6) = ?$

(2) $(2x-y-5)-(-x+3y+6) = ?$

(3) $-(3x+4y+1)-(6x-3y+2) = ?$



例題 2 二元一次式的化簡(倍數型)



化簡下列二元一次式

① $4(-2x-3y+1)$

② $-4(-2x-3y+1)$

③ $(x-y)+4(-2x-3y+1)$

④ $(x-y)-4(-2x-3y+1)$



★ 分配律

① $a(b+c) =$

$a(b-c) =$

② $4(-2x+3) =$

$4(-2x-3) =$

$4(-2x+3) =$

$4(-2x-3) =$

③ $-4(-2x+3) =$

$-4(-2x-3) =$

$-4(-2x+3) =$

$-4(-2x-3) =$



牛刀小試 5

1. 展開下列各式

(1) $3(x-y+1) =$ _____。

(2) $-3(x-y+1) =$ _____。

(3) $2(-2x+y-3) =$ _____。

(4) $-2(-2x+y-3) =$ _____。

2. 化簡下列各式

(1) $(2x-5y+6) + 3(x-y+1) = ?$

(2) $(2x-5y+6) - 3(x-y+1) = ?$

(3) $(x-y) + 2(-2x+y-3) = ?$

(4) $3(x-y) - 2(-2x+y-3) = ?$



例題 3 二元一次式的化簡(分數型)



化簡二元一次式

① $\frac{3x+y-1}{6} + \frac{2x-3y+2}{6}$

② $\frac{3x+y-1}{6} - \frac{2x-3y+2}{6}$



牛刀小試 6

1. 化簡下列各式

(1) $\frac{2x+3y}{3} + \frac{3x-2y+1}{3}$

(2) $\frac{-2x-3y+1}{4} + \frac{3x+y-1}{4}$

2. 化簡下列各式

(1) $\frac{2x+3y}{3} - \frac{3x-2y+1}{3}$

(2) $\frac{-2x-3y+1}{4} - \frac{3x+y-1}{4}$



概念 4 認識二元一次方程式

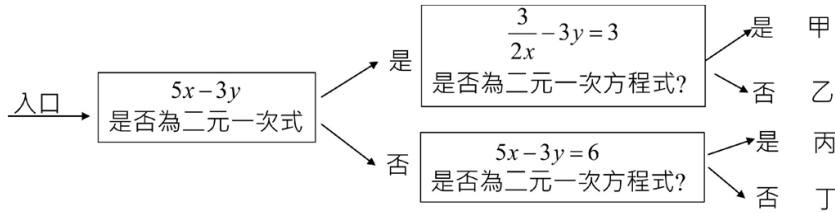


① 二元一次方程式

② 舉例: $x - y = 3$, $2x - 3y = 4$, $x = y - 4$,
這些都是_____。

例題

試問此遊戲最後到達哪個地方?



★ 提醒

① $2x + 3y = 5$
→ _____元_____次方程式

② $2x + 3 = 5$
→ _____元_____次方程式

③ $2x^2 + 3x = 5$
→ _____元_____次方程式

★ 叮嚀

二元一次方程式就是能化簡成「二元一次式 = 一個數」



牛刀小試 7

1. 下列何者是二元一次式?二元一次方程式?

(1) $2x + 3y + 1$,

稱為_____。

(2) $2x + 3y + 1 = 0$,

稱為_____。

2. 下列何者是二元一次方程式?

答:_____

(A) $6x + 9y$

(B) $3x - 5y = 0$

(C) $2x - \frac{1}{3}y = -7$

(D) $x + 7 = 0$

(E) $x^2 + x = 7$



概念 5 二元一次方程式的解



(x, y)
未知數



(換掉)
代入數字



左 = 右
(解)



$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$

● 求 $x + y = 10$ 的解 $\Rightarrow \square + \triangle = 10$

② 求 $2x - y = 5$ 的解 $\Rightarrow 2 \times \square - \triangle = 5$



● 一個二元一次方程式的解，通常有 _____ 組。

② 解的表示方法：

_____。



牛刀小試 8

1. 請找出下列二元一次方程式的 3 組解

(1) $x - y = 3 \Rightarrow \square - \square = 3$

(2) $x - 2y = 4 \Rightarrow \square - 2 \times \square = 4$

2. 請找出下列二元一次方程式的 3 組解

(1) $x + y = 10 \Rightarrow \square + \square = 10$

(2) $2x + y = 13 \Rightarrow 2 \times \square + \square = 13$



★如何檢驗你的答案是正確的？



例題 4 二元一次方程式的解(檢驗)



$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$



(換掉)
代入數字



左 = 右



正解

① 下列哪一個是二元一次方程式 $2x - y = 5$ 的一組解？ $\Rightarrow 2 \times \square - \triangle = 5$

(A) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$



牛刀小試 9

1. 下列哪一個是二元一次方程式 $3x - 2y = 6$ 的一組解？ 答：_____。

(A) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

2. 下列哪一個是二元一次方程式 $2x - 3y = 12$ 的一組解？ 答：_____。

(A) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

3. 將 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 代入下列二元一次方程式，並看看是哪一個方程式的解？ 答：_____。

(A) $3x - y - 1 = 0$

(B) $x = y + 1$

(C) $y = x + 1$

4. 將 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ 代入下列二元一次方程式，並看看是哪一個方程式的解？ 答：_____。

(A) $3x - 2y = 7$

(B) $-x + 3y = 5$

(C) $4x = 6 + y$



例題 5 二元一次方程式的解(給一解)



(x 或 y)
代入數字



一元一次
方程式



求解
(等量公理或移項法則)

給一未知數(x 或 y) 的解，可求出另一個解嗎？

求二元一次方程式 $2x - y = 5$ 的解 $\Rightarrow 2 \times \square - \triangle = 5$

(1) 若 $x = 3$ ，則 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 若 $x = -4$ ，則 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 若 $y = 3$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) 若 $y = -4$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

★求一元一次方程式的解。

① $x + 2 = 5$

② $3x = 5$

③ $2x + 3 = 5$



牛刀小試 10

1. 求下列二元一次方程式 $3x + 2y = 12$ 的解

(1) 當 $x = 1$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 當 $x = 2$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 當 $y = 0$ ， $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 當 $y = 2$ ， $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 在右表中填入適當的 x 或 y 值，使每一行 x 與 y 的值都是方程式 $3x - y = 5$

的一組解。

$3 \times \square - \square = 5$

x	2	3		
y			7	10



概念 6

列二元一次式及二元一次方程式



列「二元一次式」及「二元一次方程式」就是：
使用英文 a 、 b 或 x 、 y 等字母，代表某個未知數。

	文字敘述	列二元一次式
①	y 加 x 減 5	
②	x 的 2 倍加 y 的 3 倍	
	文字敘述	列二元一次方程式
①	y 比 x 大 5	
②	x 的 2 倍多 10，是 y 的 3 倍	

★ 將文字敘述轉換為數學符號

文字敘述	數學符號
大、多	
小、少	
的... 倍	
分成 3 等分	
為、是、比	
文字敘述	列一元一次式
比 x 大 5	
比 y 的 2 倍小 3	
文字敘述	列一元一次方程式
比 x 大 5 是 3	
5 比 y 的 2 倍小 3	



牛刀小試 11

1. 列出二元一次式

- (1) x 的 5 倍加上 y 的 4 倍，其結果如何表示？答：_____。
- (2) x 的 5 倍減去 y 的 4 倍再加上 7，其結果如何表示？答：_____。
- (3) x 的 6 倍加上 y 的 9 倍，其結果如何表示？答：_____。
- (4) x 的 6 倍減去 y 的 9 倍再加上 2，其結果如何表示？答：_____。

2. 列出二元一次方程式

- (1) x 比 y 多 100，可列式為_____。
- (2) x 的一半比 y 少 10，可列式為_____。
- (3) x 比 y 的 2 倍多 10，可列式為_____。



例題 6 列二元一次式及二元一次方程式



列二元一次式

- ① 1 個 50 元的硬幣和 12 個 10 元的硬幣，總共多少錢？

算式： $50 \times () + 10 \times ()$

- ② x 個 50 元的硬幣和 y 個 10 元的硬幣，總共多少錢？

算式 $50 \times () + 10 \times () \Rightarrow$ 整理，列式：_____



列二元一次方程式

- ③ x 個 50 元的硬幣和 y 個 10 元的硬幣，總共 100 元

列式：_____

★以符號代表數就是：
使用英文 a 、 b 或 x 、 y
等字母代表某個數。

- ① 12 個 10 元，
共有 $10 \times ()$ 元。

- ② x 個 10 元，
共有 $x \times ()$ 元。
簡記：_____元



牛刀小試 12

1. 紅豆麵包 1 個 10 元，奶酥麵包 1 個 15 元，則：

- (1) 買 x 個紅豆麵包需_____元。
- (2) 買 y 個奶酥麵包需_____元。
- (3) 買 x 個紅豆麵包和買 y 個奶酥麵包及 20 元豆漿共需_____元。
- (4) 買 x 個紅豆麵包和買 y 個奶酥麵包及 20 元豆漿總共 100 元。

依題意列出二元一次方程式為：_____。

2. 雞兔同籠，1 隻雞 2 隻腳，1 隻兔子 4 隻腳，則：

- (1) x 隻雞共有_____腳。
- (2) y 隻兔子共有_____腳。
- (3) x 隻雞 和 y 隻兔子一共_____隻腳。
- (4) x 隻雞 和 y 隻兔子一共 60 隻腳。

依題意列出二元一次方程式為：_____。



例題 7 列二元一次式及二元一次方程式



列二元一次式

- ① 宗齊買了 2 杯 20 元的豆漿和 3 個 25 元的飯糰，共花了多少錢？

算式：_____

- ② 宗齊買了 2 杯 x 元的豆漿和 3 個 y 元的飯糰，共花了多少錢？

列式：_____



列二元一次方程式

- ③ 宗齊買了 2 杯 x 元的豆漿和 3 個 y 元的飯糰，共花了 115 元。

列式：_____

★以符號代表數就是：
使用英文 a 、 b 或 x 、 y
等字母代表某個數。

- ① 一杯豆漿 20 元，
宗齊買了 2 杯，
共花 $20 \times (\quad)$ 元。
② 一杯豆漿 x 元，
宗齊買了 2 杯，
共花 $x \times (\quad)$ 元



牛刀小試 12

1. 雞排每份 x 元，珍珠奶茶每杯 y 元，則：

- (1) 買 2 份雞排需_____元。
- (2) 買 4 杯珍珠奶茶需_____元。
- (3) 買 2 份雞排和 4 杯珍珠奶茶及 1 份 50 元的鹹酥雞共需_____元。
- (4) 買 2 份雞排和 4 杯珍珠奶茶及 1 份 50 元的鹹酥雞共需 350 元。

依題意列出二元一次方程式為：_____。

2. 原子筆每枝 x 元，鉛筆每枝 y 元，則：

- (1) 買 3 枝原子筆需_____元。
- (2) 買 7 枝鉛筆需_____元。
- (3) 買 3 枝原子筆和 7 枝鉛筆及 1 個 10 元的橡皮擦共需_____元。
- (4) 買 3 枝原子筆和 7 枝鉛筆及 1 個 10 元的橡皮擦共需 125 元。

依題意列出二元一次方程式為：_____。

[解答]

P1 牛刀小試 1 1. (1)B (2)$2x \cdot -2y \cdot 1 \cdot 2 \cdot -2$ 2. (1)A (2)$-3x \cdot -y \cdot 0 \cdot -3 \cdot -1$ P2 牛刀小試 2 1. (1)12 (2)8 2. <table><tr><td>4</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td>7</td></tr></table> P3 牛刀小試 3 1. (1)BE (2)CF (3)ADG 2. (1) $3x+y+1$ (2) $3x-4y+1$ P4 牛刀小試 4 1. (1) $-3x+4y-1$ (2) $x-3y+6$ (3) $-6x+3y-2$ 2. (1) $x+2y+1$ (2) $3x-4y-11$ (3) $-9x-y-3$ P5 牛刀小試 5 1. (1) $3x-3y+3$ (2) $-3x+3y-3$ (3) $-4x+2y-6$ (4) $4x-2y+6$ 2. (1) $5x-8y+9$ (2) $-x-2y+3$ (3) $-3x+y-6$ (4) $7x-5y+6$	4	5	9	0	5	7	P6 牛刀小試 6 1. (1) $(5x + y + 1)/3$ (2) $(x - 2y)/4$ 2. (1) $(-x + 5y - 1)/3$ (2) $(-5x - 4y + 2)/4$ P7 牛刀小試 7 1. (1)二元一次式 (2)二元一次方程式 2. BC P8 牛刀小試 8 1. (1) <table><tr><td>x</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr></table> (2) <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>-2</td><td>0</td><td>1</td></tr></table> 2. (1) <table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>9</td><td>8</td><td>5</td></tr></table> (2) <table><tr><td>x</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr></table> P9 牛刀小試 9 1. C 2. C 3. AC 4. AC	x	3	4	5	y	0	1	2	x	0	4	6	y	-2	0	1	x	1	2	5	y	9	8	5	x	4	5	6	y	5	3	1	P10 牛刀小試 10 1. (1) $9/2$ (2) 3 (3) 4 (4) $8/3$ 2. <table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>10</td></tr></table> P11 牛刀小試 11 1. (1) $5x+4y$ (2) $5x-4y+7$ (3) $6x+9y$ (4) $6x-9y+2$ 2. (1) $x=y+100$ (2) $x \div 2 = y-10$ (3) $x=2y+10$ P12 牛刀小試 12 1. (1) $10x$ (2) $15y$ (3) $10x+15y+20$ (4) $10x+15y+20=100$ 2. (1) $2x$ (2) $4y$ (3) $2x+4y$ (4) $2x+4y=60$ P13 牛刀小試 13 1. (1) $2x$ (2)$4y$ (3) $2x+4y+50$ (4) $2x+4y+50=350$	x	2	3	4	5	y	1	4	7	10	P13 牛刀小試 13 2. (1) $3x$ (2)$7y$ (3) $3x+7y+10$ (4) $3x+7y+10=125$
4	5	9																																																	
0	5	7																																																	
x	3	4	5																																																
y	0	1	2																																																
x	0	4	6																																																
y	-2	0	1																																																
x	1	2	5																																																
y	9	8	5																																																
x	4	5	6																																																
y	5	3	1																																																
x	2	3	4	5																																															
y	1	4	7	10																																															

