

數學 2

進階
講義

樣本空間與事件
&事件的基本運算
景美女中 · 莊嘉銘 老師



信望愛文教基金會



6-1-1&6-1-2 樣本空間與事件&事件的基本運算

定理證明或說明

1. **樣本空間**：隨機試驗中所有可能發生的結果所組成之集合稱為樣本空間，通常以 S 表示。
2. **樣本點**：樣本空間中的每一個相異元素稱為樣本點，樣本點的個數以 $n(S)$ 表示。
3. **事件**：樣本空間之每一個子集合均稱為事件，事件的元素個數以 $n(A)$ 表示。
4. **餘事件**：餘集合 A' 所表示的事件稱為事件 A 的餘事件。
5. **和事件**：聯集“ $A \cup B$ ”所表示的事件稱為事件 A ， B 之和事件。
6. **積事件**：交集“ $A \cap B$ ”所表示的事件稱為事件 A ， B 之積事件。
7. **互斥事件**：若 $A \cap B = \phi$ 稱事件 A ， B 為互斥事件。
8. 若樣本空間 S 的樣本點個數 $n(S) = n$ ，則 S 中所有的事件數為 2^n 個

關鍵字

樣本空間、事件、互斥

例題 1

如果袋中有3紅球，2黑球，1白球，今從袋中取出一球，觀察其顏色：

- (1) 請寫出此試驗的樣本空間
- (2) 請寫出取出紅球的事件
- (3) 若改為取兩球，則請寫出其樣本空間

Ans：

- (1) {紅，黑，白} (2) {紅} (3) {一紅一黑，一紅一白，一黑一白}

例題 2

擲甲，乙兩個骰子，令 A 表出現點數和為 3 的事件， B 表出現點數和為 5 的事件，則 A ， B 兩事件是否互斥？

Ans：

以數對 (x, y) 表示(甲, 乙)兩個骰子所擲出的點數，其中 $1 \leq x, y \leq 6$ ，則

$$A = \{(1, 2), (2, 1)\}$$

$$B = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$$

而 $A \cap B$ 為空集合，所以 A ， B 兩事件為互斥事件

例題 3

丟 1 個公正的銅板三次，觀察正面及反面出現的次序，令 A 為至少出現兩個反面的事件， B 為至少出現一正一反的事件，請寫出：

(1) A, B 的和事件 (2) A, B 的積事件。

Ans：

以數對 (x, y, z) 表示丟三次的正反面情形，其中 x, y, z 是以正、負號表示

則：

$$A = \{(+, -, -), (-, +, -), (-, -, +), (-, -, -)\}$$

$$B = \{(+, +, -), (+, -, +), (-, +, +), (+, -, -), (-, +, -), (-, -, +)\}$$

所以

$$(1) A \cup B = \{(+, +, -), (+, -, +), (-, +, +), (+, -, -), (-, +, -), (-, -, +)\}$$

$$(2) A \cap B = \{(+, -, -), (-, +, -), (-, -, +), (-, -, -)\}$$

例題 4

從一副撲克牌(52張)中任取三張，

(1) 設 A 表所取三張為同一花色的事件，則 A 事件共有幾個元素？

(2) 設 B 表所取三張為同一點數的事件，則 B 事件共有幾個元素？

Ans :

$$(1) n(A) = C_1^4 \cdot C_3^{13} = 1144$$

$$(2) n(B) = C_1^{13} \cdot C_3^4 = 52$$

例題 5

設一事件的樣本空間為 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ，試問：

- (1) 樣本空間 S 中的事件一共有多少個？
- (2) 恰含 4 個樣本點的事件有多少個？
- (3) 若事件 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ，與事件 A 互斥的事件有多少個？

Ans :

(1) 因為 $n(S) = 9$ ，所以事件一共有 $2^9 = 512$ 個

(2) 恰含 4 個樣本點的事件有 $C_4^9 = 126$ 個

(3) 與 A 互斥即表示與 A 交集為空集合，故事件的樣本點只能包含 1, 3, 5, 7, 9 故有 $2^5 = 32$ 個 (1, 3, 5, 7, 9 可選可不選)



習題 1

擲兩粒骰子一次，至少出現一次 5 點的事件為 A ，至少出現一次 2 點的事件為 B ，寫出下列各事件：

- (1) A 和 B 都發生的事件 (2) A 和 B 都不發生的事件

習題 2

袋中有編號 1, 2, 3, 4, 5 的五個球，從中取球二次，每次一球，球取出後均再放回，若 A 表示所取得的球號均為偶數的事件， B 表示所取得的球號差為 2 的事件。則 A, B 兩事件是否為互斥事件？

習題 3

設 S 表一試驗的樣本空間， $n(S) = 10$ ， A 為一事件，且 $n(A) = 4$ ，則與 A 互斥的事件共有幾個？

習題 4

樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ，事件 $A = \{2, 4, 6\}$ ，則

- (1) S 中的事件有多少個？ (2) 恰含 3 個樣本點的事件有多少個？
(3) 與 A 互斥的事件共有多少個？



習題 1：(1) $A \cap B = \{(5, 2), (2, 5)\}$

(2) $A' \cap B' = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (1, 6), (3, 1), (3, 3), (3, 4), (3, 6),$
 $(4, 1), (4, 3), (4, 4), (4, 6), (6, 1), (6, 3), (6, 4), (6, 6)\}$

習題 2：否

【詳解】 $A = \{(2, 2), (2, 4), (4, 2), (4, 4)\}$

$B = \{(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (5, 3)\}$

因為 $A \cap B = \{(2, 4), (4, 2)\} \neq \phi$

所以不為互斥事件

習題 3：64

【詳解】與 A 互斥的事件表示其事件的元素需從 $S - A$ 中選取所以其事件數為 $2^6 = 64$ 個

習題 4 : (1) 128 ; (2) 35 ; (3) 16

【詳解】 (1) 事件有 $2^7 = 128$ 個

$$(2) C_3^7 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$$

(3) 與 A 互斥的事件表示其事件的元素需從 $S - A$ 中選取所以有
 $2^{7-3} = 2^4 = 16$ 個