



B3 2-2 根式的運算



概念

① 根式的意義



1. 什麼是根式：_____

◎例如：_____

2. 根式的簡記：

含有 x 的式子	含有根號的式子
$3 \times x =$	$3 \times \sqrt{2} =$
$\frac{2}{5} \times x =$	$\frac{2}{5} \times \sqrt{2} =$
$4 \times (x + 1) =$	$4 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3}) =$
$1 \times x =$	$1 \times \sqrt{2} =$
$(-1) \times x =$	$(-1) \times \sqrt{2} =$
$x \div 3 =$	$\sqrt{2} \div 3 =$

★筆記

$3\sqrt{2}$ 到底是什麼意思？



牛刀小試 1

簡記下列各式：

1. $1 \times \sqrt{5}$

2. $8 \times \sqrt{3}$

3. $\sqrt{10} \times (-2)$

4. $(-5) \times \sqrt{6}$

5. $(-\frac{2}{3}) \times \sqrt{5}$

6. $\sqrt{15} \times \frac{2}{5}$

7. $\sqrt{15} \div 3$

8. $\sqrt{70} \div (-4)$

9. $3 \times (\sqrt{2} - \sqrt{3})$

10. $3 \times (\sqrt{3} + 5)$



例題 ① 數字×根式



(1) $2 \times 3\sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{3} \times (-5)$

(3) $\frac{5}{3} \times (-6\sqrt{7})$

★筆記



牛刀小試 ②

計算下列各式：

1. $4 \times 7\sqrt{3}$

2. $(-9) \times 3\sqrt{5}$

3. $\frac{5}{6} \times 6\sqrt{6}$

4. $(-15\sqrt{7}) \times \frac{3}{5}$

5. $2\sqrt{10} \times (-\frac{1}{2})$

6. $(-2\sqrt{5}) \times (-\frac{1}{12})$

7. $(-4\sqrt{6}) \times (-\frac{7}{30})$

8. $(-\frac{6}{25}) \times (-5\sqrt{7})$



概念

② 根式的乘法運算



◎ $\sqrt{3} \times \sqrt{2} =$ _____

為什麼？

〈例〉

① $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

② $-2\sqrt{5} \times 3\sqrt{3}$

③ $-\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

★筆記

☆若 $a \geq 0, b \geq 0$ ，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} =$ _____。

牛刀小試 3

計算下列各式

1. $\sqrt{3} \times 5$

2. $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

3. $\sqrt{5} \times (-\sqrt{2})$

4. $5\sqrt{2} \times 3\sqrt{7}$

5. $2\sqrt{3} \times \sqrt{10}$

6. $(-\frac{4}{5}\sqrt{2}) \times 2\sqrt{3}$

7. $\frac{1}{3}\sqrt{5} \times (-\sqrt{2})$

8. $2\sqrt{7} \times 4\sqrt{7}$



概念 ③ 根式的除法運算



◎ $\sqrt{6} \div \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

為什麼？

〈例〉

❶ $\sqrt{10} \div \sqrt{2}$

❷ $\sqrt{14} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

★筆記

$\sqrt{a} \div \sqrt{b}$

為什麼 b 不能等於 0？



☆若 $a \geq 0, b > 0 (b \neq 0)$

則 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



牛刀小試 4

1. $\sqrt{10} \div \sqrt{2}$

2. $\sqrt{45} \div \sqrt{3}$

3. $\sqrt{100} \div \sqrt{25}$

4. $\sqrt{\frac{8}{9}} \div \sqrt{\frac{2}{9}}$

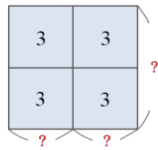
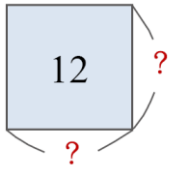
5. $\sqrt{\frac{21}{5}} \div \sqrt{\frac{7}{15}}$

6. $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{2}}$

7. $\sqrt{15} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

8. $\frac{1}{\sqrt{6}} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{4}}$

9. $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{5}} \div \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$



★我們發現:

★筆記

不是最簡根式的例子

①還沒化簡:

②分母有根號:

③根號裡面是分數或小數:

☆ $2\sqrt{3}$ 就是 $\sqrt{12}$ 的_____

為什麼?

$$\sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

☆①把 $\sqrt{12}$ 化簡成 $2\sqrt{3}$ 的過程稱為化簡根式②假設 a 、 b 、 c 都是正整數，如果 a 可以分解成 $a = b^2 \times c$

$$\Rightarrow \sqrt{a} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = b\sqrt{c}$$

如果 c 的因數中沒有大於 1 的完全平方數，我們說 $b\sqrt{c}$ 就是_____。

牛刀小試 5

1. 下列何者是最簡根式?(複選)

A. $2\sqrt{3}$ 、B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 、C. $\sqrt{0.04}$ 、D. $\sqrt{5}$

2. 下列何者不是最簡根式?(複選)

A. $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 、B. $\sqrt{7}$ 、C. $\sqrt{12}$ 、D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

3. 下列何者是最簡根式?(複選)

A. $\sqrt{3}$ 、B. $6\sqrt{11}$ 、C. $\frac{1}{\sqrt{12}}$ 、D. $\sqrt{4}$

4. 下列何者不是最簡根式?(複選)

A. $4\sqrt{2}$ 、B. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 、C. $\sqrt{20}$ 、D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

5. 下列哪些不是最簡根式?(複選)

A. $\sqrt{14}$ 、B. $\sqrt{18}$ 、C. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ 、D. $\frac{\sqrt{5}}{13}$

6. 圈圈看下列哪些是最簡根式?

$2\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{21}$ 、 $\sqrt{24}$ 、

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ 、 $\sqrt{\frac{3}{2}}$ 、 $\frac{3}{\sqrt{2}}$ 、 $\sqrt{0.5}$



例題 ② 根式的化簡



(1) $\sqrt{27}$

(2) $\sqrt{180}$

(3) $\sqrt{8} \times \sqrt{14}$

★筆記



牛刀小試 6

將下列各題化為最簡根式：

1. $\sqrt{12}$

2. $\sqrt{75}$

3. $\sqrt{50}$

4. $\sqrt{60}$

5. $\sqrt{252}$

6. $\sqrt{21} \times \sqrt{7}$

7. $\sqrt{35} \times \sqrt{5}$

8. $\sqrt{10} \times \sqrt{15}$

9. $\sqrt{12} \times \sqrt{18}$

10. $\sqrt{63} \times \sqrt{8}$



1. 有理數：_____ 2. 哪一個是最簡根式？

無理數：_____ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

☆有理化分母意思
就是_____

如何有理化分母？

★筆記

◎根號怕什麼？



牛刀小試 7

請將下列分數有理化分母：

1. $\frac{1}{\sqrt{21}}$

6. $\frac{3}{\sqrt{3}}$

2. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

7. $\frac{7}{\sqrt{7}}$

3. $\frac{5}{\sqrt{2}}$

8. $\frac{5}{\sqrt{5}}$

4. $\frac{10}{\sqrt{3}}$

9. $\frac{10}{\sqrt{5}}$

5. $\frac{5}{\sqrt{6}}$

10. $\frac{2}{\sqrt{6}}$



例題 ③ 有理化分母練習



(1) $\sqrt{2} \div \sqrt{3}$

(2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

(3) $2\sqrt{15} \div \sqrt{6}$

★筆記



牛刀小試 8

計算下列各式並有理化分母

1. $\sqrt{6} \div \sqrt{7}$

2. $\sqrt{5} \div \sqrt{3}$

3. $\sqrt{15} \div \sqrt{10}$

4. $\sqrt{6} \div \sqrt{15}$

5. $\sqrt{\frac{1}{7}}$

6. $\sqrt{\frac{1}{5}}$

7. $6 \div \sqrt{6}$

8. $5 \div \sqrt{5}$

9. $5\sqrt{14} \div \sqrt{35}$

10. $3\sqrt{18} \div \sqrt{27}$



例題 4 化為最簡根式 (有理化分母)



(1) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

(2) $\sqrt{\frac{75}{9}}$

(3) $\sqrt{0.8}$

★筆記



牛刀小試 9

請將下列分數有理化分母：

1. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

2. $\frac{3}{\sqrt{7}}$

3. $\sqrt{\frac{4}{3}}$

4. $\sqrt{\frac{27}{6}}$

5. $\sqrt{\frac{25}{7}}$

6. $\sqrt{0.3}$

7. $\sqrt{1.2}$

8. $\sqrt{1.5}$

9. $\sqrt{3.2}$

10. $\sqrt{0.9}$



概念 ⑥ 同類方根



根式化簡後有相同方根稱為_____

〈例〉

① $\sqrt{2}$ 的同類方根為_____。

② $\sqrt{3}$ 的同類方根為_____。

$\sqrt{12}$ 和 $\sqrt{3}$ 是同類方根嗎？為什麼？

〈註〉同類方根才能合併（加減）

$$3x + 4x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3x + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3\sqrt{2} + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

★筆記



牛刀小試 10

請將下列根式化為最簡根式：

1. 下列何者為 $\sqrt{6}$ 的同類方根？

$$\sqrt{15}、\sqrt{3}、\sqrt{24}、\sqrt{12}$$

2. 下列何者為 $\sqrt{3}$ 的同類方根？

$$\sqrt{5}、\sqrt{12}、\sqrt{22}、\sqrt{14}$$

3. 下列何者不為 $\sqrt{7}$ 的同類方根？

$$\sqrt{63}、\sqrt{27}、\sqrt{28}、2\sqrt{7}$$

4. 下列何者不為 $\sqrt{10}$ 的同類方根？

$$\sqrt{40}、5\sqrt{10}、\sqrt{90}、\sqrt{50}$$

5. 下列何者不為 $\sqrt{2}$ 的同類方根？

$$\sqrt{32}、\sqrt{75}、\sqrt{18}、\sqrt{72}$$

6. 圈圈看下列何者是 $\sqrt{2}$ 的同類方根

$$\sqrt{2}、2\sqrt{2}、3\sqrt{2}、\sqrt{4}、\sqrt{6}、$$

$$\sqrt{8}、\sqrt{10}、\sqrt{18}、\sqrt{20}、\sqrt{\frac{3}{2}}、$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}、\frac{3}{\sqrt{2}}、\frac{2}{\sqrt{3}}、\sqrt{0.02}、\sqrt{3.2}$$



例題 5 根式的加減運算



$$(1) 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$$

$$(2) 5\sqrt{11} - 3\sqrt{11}$$

★筆記

$$(3) 5\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + 3\sqrt{2}$$



牛刀小試 11

計算下列各式並化簡

$$(1) 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$$

$$(2) 3\sqrt{6} + 7\sqrt{6}$$

$$(3) 6\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$(4) 8\sqrt{10} - 2\sqrt{10}$$

$$(5) 2\sqrt{2} + 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 6\sqrt{2}$$

$$(6) 3\sqrt{3} + 5\sqrt{6} - \sqrt{3} + 4\sqrt{6}$$

$$(7) 5\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7} + 7\sqrt{2}$$

$$(8) 3\sqrt{5} + 6\sqrt{3} - (2\sqrt{5} - 2\sqrt{3})$$



例題 ⑥ 根式先化簡再加減



(1) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{27} + \sqrt{75}$

★筆記

(3) $\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}$



牛刀小試 12

計算下列各式並化簡

1. $\sqrt{24} - \sqrt{6}$

2. $\sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{8} + \sqrt{16}$

3. $\sqrt{27} + \sqrt{81} - 5\sqrt{3} - \sqrt{9}$

4. $\sqrt{75} - \sqrt{54} + \sqrt{96} - \sqrt{108}$

5. $\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{3}}$

6. $\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{2}{7}}$

7. $\sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{\frac{16}{3}}$

8. $\frac{40}{\sqrt{5}} - \frac{10}{\sqrt{2}} + \sqrt{20}$



例題 7 根式的四則運算



$$(1) \sqrt{3} \times (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$$

$$(2) \sqrt{\frac{11}{5}} \times \sqrt{\frac{6}{7}} \div \sqrt{\frac{22}{21}}$$

★筆記

$$(3) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$



牛刀小試 13

計算下列各式並化簡

$$1. \sqrt{3} \times (3\sqrt{3} + 4\sqrt{6})$$

$$2. \sqrt{2} \times (-2\sqrt{10} + \sqrt{18})$$

$$3. \sqrt{3} \times (\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{6})$$

$$4. \sqrt{5} \times (3\sqrt{10} - 2\sqrt{15})$$

$$5. \sqrt{1\frac{1}{4}} \div \sqrt{\frac{10}{3}} \times \sqrt{\frac{16}{21}}$$

$$6. \sqrt{\frac{18}{5}} \times \sqrt{\frac{7}{6}} \div \sqrt{\frac{14}{15}}$$

$$7. \sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{15}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{33}}$$

$$8. (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$$

$$9. (\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$$

$$10. (8 - \sqrt{10})(8 + \sqrt{10})$$



牛刀小試 1

- $\sqrt{5}$
- $8\sqrt{3}$
- $-2\sqrt{10}$
- $-5\sqrt{6}$
- $-\frac{2}{3}\sqrt{5}$
- $\frac{2}{5}\sqrt{15}$
- $\frac{1}{3}\sqrt{15}$
- $-\frac{1}{4}\sqrt{70}$ ($-\frac{\sqrt{70}}{4}$)
- $3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$
- $3\sqrt{3}+15$

牛刀小試 2

- $28\sqrt{3}$
- $-27\sqrt{5}$
- $5\sqrt{6}$
- $-9\sqrt{7}$
- $-\sqrt{10}$
- $\frac{1}{6}\sqrt{5}$
- $\frac{14}{15}\sqrt{6}$
- $\frac{6}{5}\sqrt{7}$

牛刀小試 3

- $5\sqrt{3}$
- $\sqrt{14}$
- $-\sqrt{10}$
- $-6\sqrt{21}$
- $2\sqrt{30}$
- $-\frac{8}{5}\sqrt{6}$
- $-\frac{\sqrt{10}}{3}$ ($-\frac{1}{3}\sqrt{10}$)
- 56

牛刀小試 4

- $\sqrt{5}$
- $\sqrt{15}$
- 2
- 2
- 3
- $\sqrt{30}$

- 3
- $\frac{1}{3}$
- $\sqrt{6}$

牛刀小試 5

- AD
- AC
- AB
- BC
- BC
-

$$2\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{10}, \sqrt{21}, \frac{\sqrt{3}}{2}$$

牛刀小試 6

- $2\sqrt{3}$
- $5\sqrt{3}$
- $5\sqrt{2}$
- $2\sqrt{15}$
- $6\sqrt{7}$
- $7\sqrt{3}$
- $5\sqrt{7}$
- $5\sqrt{6}$
- $6\sqrt{6}$
- $9\sqrt{21}$

牛刀小試 7

- $\frac{\sqrt{21}}{21}$
- $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{10\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{5\sqrt{6}}{6}$
- $\sqrt{3}$
- $\sqrt{7}$
- $\sqrt{5}$
- $2\sqrt{5}$
- $\frac{\sqrt{6}}{3}$

牛刀小試 8

- $\frac{\sqrt{42}}{7}$
- $\frac{\sqrt{15}}{3}$
- $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- $\frac{\sqrt{10}}{5}$
- $\frac{\sqrt{7}}{7}$

- $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- $\sqrt{6}$
- $\sqrt{5}$
- $\sqrt{10}$
- $\sqrt{6}$

牛刀小試 9

- $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{3\sqrt{7}}{7}$
- $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{5\sqrt{7}}{7}$
- $\frac{\sqrt{30}}{10}$
- $\frac{\sqrt{30}}{5}$
- $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
- $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

牛刀小試 10

- $\sqrt{24}$
- $\sqrt{12}$
- $\sqrt{27}$
- $\sqrt{50}$
- $\sqrt{75}$
- $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \frac{2}{\sqrt{3}}, \sqrt{0.02}$

牛刀小試 11

- $6\sqrt{5}$
- $10\sqrt{6}$
- $5\sqrt{3}$
- $6\sqrt{10}$
- $8\sqrt{2} + 7\sqrt{5}$
- $2\sqrt{3} + 9\sqrt{6}$
- $7\sqrt{7} + 3\sqrt{2}$
- $\sqrt{5} + 8\sqrt{3}$

牛刀小試 12

- $\sqrt{6}$
- $6 + 3\sqrt{2}$
- $6 - 2\sqrt{3}$
- $\sqrt{6} - \sqrt{3}$
- $\frac{8\sqrt{15}}{15}$

6. $\frac{5\sqrt{14}}{14}$

7. $2\sqrt{3}$

8. $10\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$

牛刀小試 13

1. $9 + 12\sqrt{2}$

2. $-4\sqrt{5} + 6$

3. $12\sqrt{2}$

4. $15\sqrt{2} - 10\sqrt{3}$

5. $\frac{\sqrt{14}}{7}$

6. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

7. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

8. 3

9. 4

10. 54