

數學 2

進階
講義

基本計數原理

淡水商工 · 方志元 老師



信望愛文教基金會

5-1-4 基本計數原理

定理敘述

1. 生活中或數學上，常需要計算某些事物的數量。例如：比賽的場數，有多少種不同的密碼組合…等。常用的方法有**窮舉法**及**樹狀圖**。
2. 一一對應原理：若在兩個有限的集合 A 、 B 之間，可以找到一個關係，使得 A 中的每個元素都與 B 的每個元素相對應，則 $n(A) = n(B)$

關鍵字

窮舉法、樹狀圖、一一對應原理。

例題 1

由 1、2、3 三個數依不同的次序可排出多少種三位數？

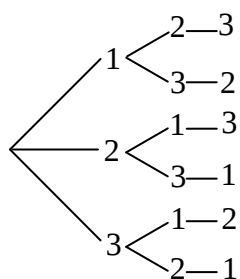
Ans：

我們分別用窮舉法及樹狀圖來討論。

窮舉法：

123、132、213、231、312、321 共 6 種。

樹狀圖：



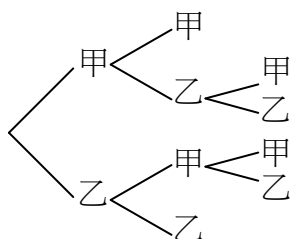
共有「123、132、213、231、312、321」6 種。

例題 2

甲、乙兩人猜拳，約定先二勝者為贏，則有多少種可能的情况？

Ans：

利用樹狀圖



可知共有 6 種情況。

例題 3

某網球比賽有 16 人參加，採單淘汰制，則一共有多少場比賽？

Ans：

因為每一場比賽皆會淘汰一人，剩下冠軍一人。此時每一個被淘汰的人都對應一場比賽，由一一對應原理，可知共有 15 人被淘汰，也就是有 15 場比賽。



練習題

習題 1

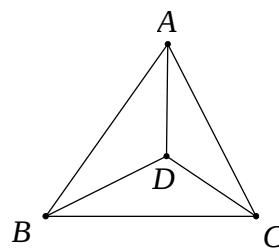
甲、乙兩人猜拳，約定先三勝者為贏，則有多少種可能的情况？

習題 2

有一場桌球比賽，共有 32 個參賽者，比賽採單淘汰制，則需舉辦多少場比賽？

習題 3

下圖為 A、B、C、D 四個地點與相連的道路的簡圖，今小明從 A 出發，欲走訪其他三個地方，且同一地不重複，則有幾種方法？



習題 4

【99 學測】

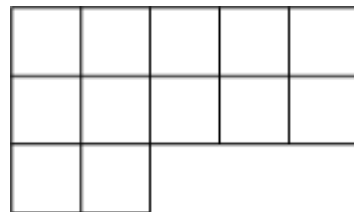
若數列 $a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_{10}$ 中每一項皆為 1 或 -1，則 $a_1 + a_2 + \dots + a_k + \dots + a_{10}$ 之值有多少種可能？(1) 10 (2) 11 (3) P_2^{10} (4) C_2^{10} (5) 2^{10}

習題 5

【103 學測】

一個房間的地面是由 12 個正方形所組成，如右圖。今想用長方形瓷磚鋪滿地面，已知每一塊長方形瓷磚可以覆蓋兩個相鄰的正

方形，即  或 。則用 6 塊瓷磚鋪滿房間地面的方法有幾種？



解答與解析

習題 1：18 種

習題 2：31 場

習題 3：6 種

習題 4：

$a_1 + a_2 + \dots + a_k + \dots + a_{10}$ 的值只與共有幾個 1 和有幾個 -1 有關。

令 x 代表 1 的數量， y 代表 -1 的數量，則

$$x + y = 10, \text{ 且 } a_1 + a_2 + \dots + a_k + \dots + a_{10} = x \cdot 1 + y \cdot (-1) = x - y$$

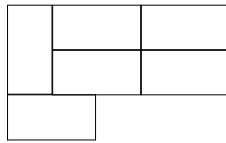
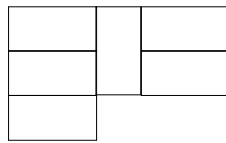
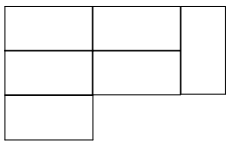
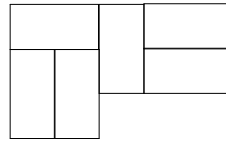
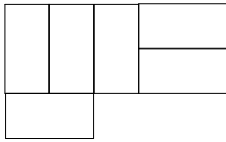
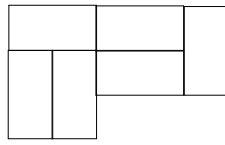
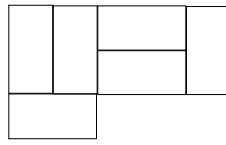
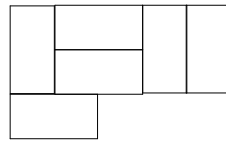
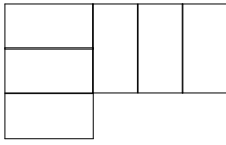
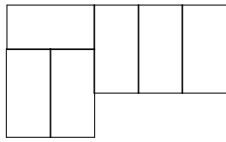
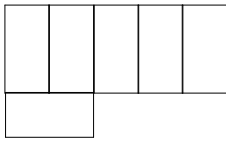
列表如下：

x	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x - y$	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10

故 $a_1 + a_2 + \dots + a_k + \dots + a_{10}$ 的值共有 11 種可能

習題 5：

可能的情形如下



共有 11 種方法。