

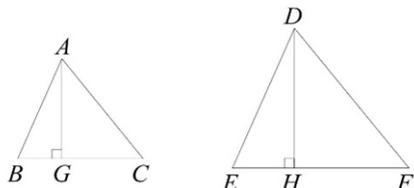


B5 1-4 相似形的應用



概念 ① 相似三角形的高與面積

☆ 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $A、B、C$ 的對應點分別是 $D、E、F$ ，若 \overline{AG} 、 \overline{DH} 分別為 \overline{BC} 和 \overline{EF} 上的高，請說明： $\overline{AG} : \overline{DH} = \overline{AB} : \overline{DE}$



☆ 如果 $\overline{AB} : \overline{DE} = 2 : 3$ ，則

① $\overline{AG} : \overline{DH} =$ _____

② $\triangle ABC$ 面積： $\triangle DEF$ 面積 = _____

整理

兩相似三角形

① 對應高的比 = _____。

② 面積比 = _____。

☆ 筆記

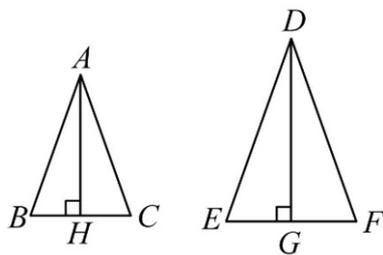


牛刀小試 ①

1. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{EF} = 20$ ，則：



(1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。

(最簡整數比)

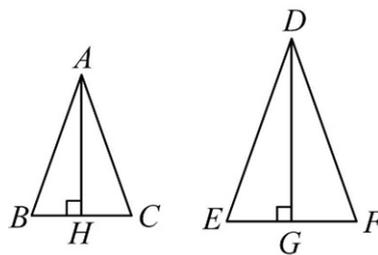
$\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為 _____。

2. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{EF} = 20$ ，則：



(1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。

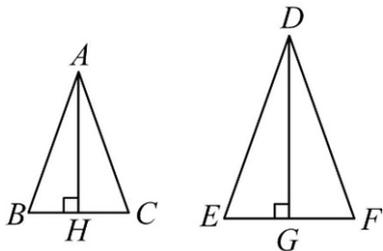
$\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為 _____。

3. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{DE} = 12$ ，則：

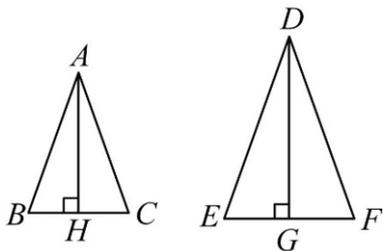


- (1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。
- $\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。
- (2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為 _____。
- (3) 若 $\triangle ABC$ 面積是 16，則 $\triangle DEF$ 的面積為 _____。

4. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{DF} = 7$ ，則：

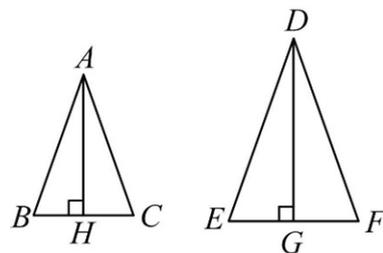


- (1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。
- $\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。
- (2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為 _____。
- (3) 若 $\triangle ABC$ 面積是 50，則 $\triangle DEF$ 的面積為 _____。

5. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{AH} = 3$ ， $\overline{DG} = 8$ ，則：

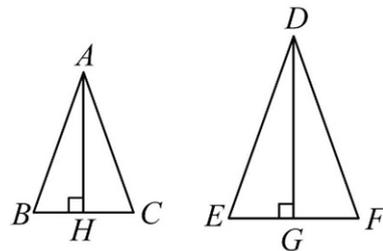


- (1) \overline{BC} 和 \overline{EF} 的長度比為 _____。
- (2) 若 $\overline{EF} = 16$ ，求 $\overline{BC} =$ _____。
- (3) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為 _____。

6. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 面積比為 4 : 9，則：



- (1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。
- (2) $\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

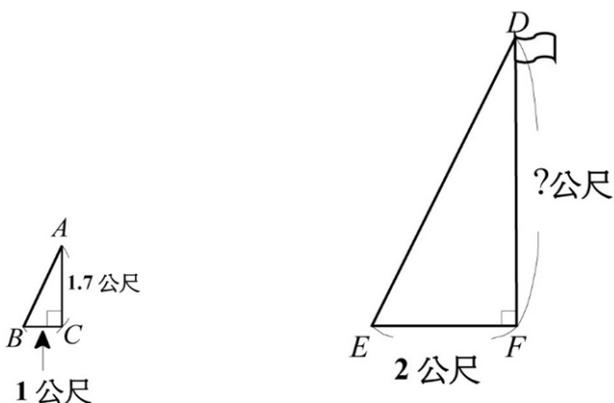


例題 1 測量旗桿的高度



羅澤想測量旗桿的高度

已知：羅澤的身高 $\overline{AC} = 1.7$ 公尺，他的影子 $\overline{BC} = 1$ 公尺
旗桿的影子 $\overline{EF} = 2$ 公尺，求旗桿的高度 $\overline{DF} = ?$



☆筆記

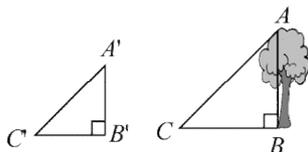
$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 為什麼會相似？



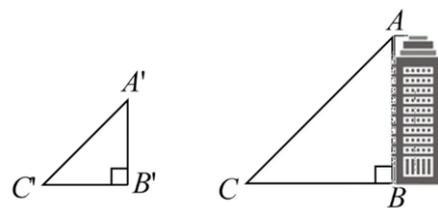
牛刀小試 2

1. 秉蓁想要測量與地面垂直的樹之高度 \overline{AB} ，他先測得該樹影子 \overline{BC} 的長度為 350 公分，在同一時間，拿一根長 1 公尺 的標桿 ($\overline{A'B'}$) 垂直地面，測得影子 $\overline{B'C'}$ 的長度為 0.7 公尺。則該樹的高度 \overline{AB} 為 公尺。

(提示:換成同單位)



2. 昱忻想要測量教學大樓的高度 \overline{AB} ，他先測得教學大樓影子 \overline{BC} 的長度為 6 公尺，在同一時間，拿一根長 15 公尺的標桿 ($\overline{A'B'}$) 垂直地面，測得影子 $\overline{B'C'}$ 的長度為 2 公尺。則教學大樓的高度 \overline{AB} 為 公尺。

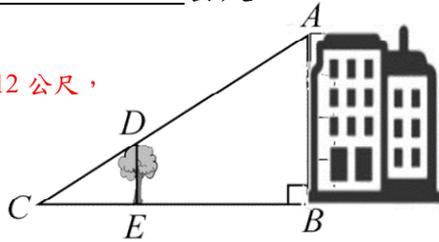


3. 如圖，瑞好想要測量自家大樓高度 \overline{AB} ，距離該大樓前方 12 公尺 E 點有一棵長為 2 公尺大樹 \overline{DE} ，大樓影子長度 \overline{BC} 和大樹影子長度 \overline{CE} 重疊交於 C 點，已知大樓影子長度 \overline{BC} 為 15 公尺，求大樓高度 \overline{AB} _____ 公尺。

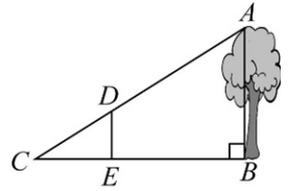
提示：

① B 點和 E 點距離 12 公尺，

② 先算出 \overline{CE} 長



4. 如圖，品希想要測量樹高 \overline{AB} ，她在樹前 15 公尺的 E 點立一根長為 4 公尺的標竿 \overline{DE} ， \overline{AD} 和 \overline{BE} 延長交於 C 點，已知樹的影子長度 \overline{BC} 是 20 公尺，求樹高 \overline{AB} 為 _____ 公尺。



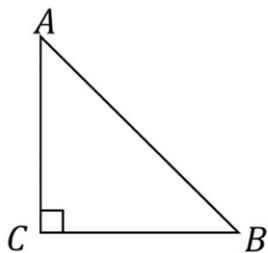


概念

② 特殊直角△的邊長關係(45°-45°-90°)



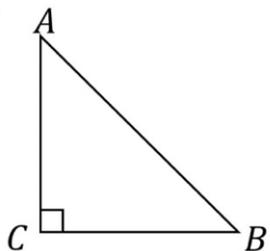
如右圖， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle A = \angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，求 $\overline{AC} : \overline{BC} : \overline{AB} = ?$



☆筆記

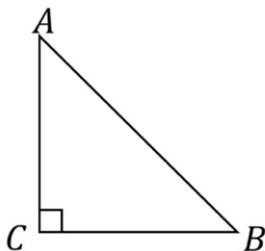
<例>

①



若 $\overline{AC} = 3$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

②



若 $\overline{AB} = 6$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$

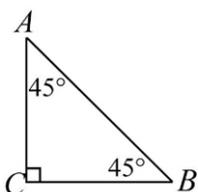


牛刀小試 3

1. 若 $\overline{AC} = 4$ ，求

(1) $\overline{BC} =$

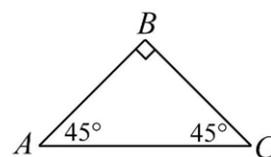
(2) $\overline{AB} =$



3. 若 $\overline{AB} = 8$ ，求

(1) $\overline{BC} =$

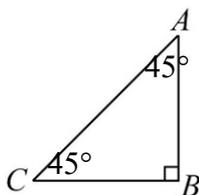
(2) $\overline{AC} =$



2. 若 $\overline{BC} = 5$ ，求

(1) $\overline{AB} =$

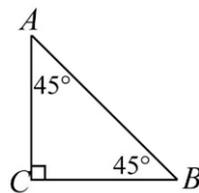
(2) $\overline{AC} =$



4. 若 $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$ ，求

(1) $\overline{BC} =$

(2) $\overline{AC} =$

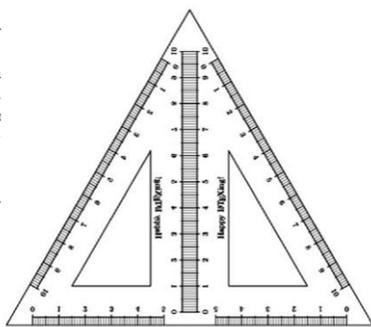




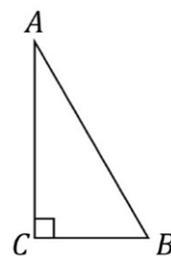
概念 ③ 特殊直角△的邊長關係(30°-60°-90°)



常見的兩種三角板都是直角三角形，其中一種是 30 度-60 度-90 度，我們把兩個這種三角板拼起來剛好可以拼成一個_____（如圖）我們用這個特性來探討 30 度-60 度-90 度直角△的邊長關係。

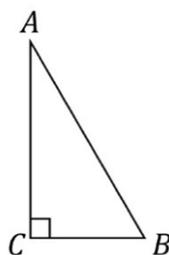


☆筆記



☆如右圖，已知 $\angle A=30^\circ$ $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$

若 $\overline{BC}=a$ ，求 $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC} = ?$

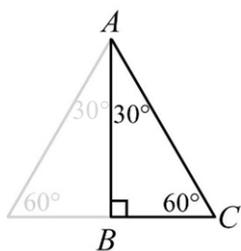


牛刀小試 4

1. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB}$
= _____

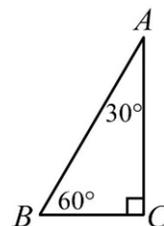
(2) 若 $\overline{BC}=2$ ，
 $\overline{AC} =$ _____
 $\overline{AB} =$ _____



4. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC}$
= _____

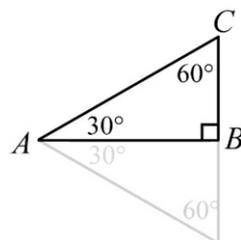
(2) 若 $\overline{AB}=4$ ，
 $\overline{BC} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



2. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB}$
= _____

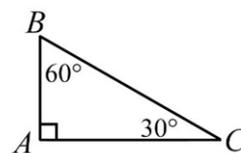
(2) 若 $\overline{BC}=4$ ，
 $\overline{AC} =$ _____
 $\overline{AB} =$ _____



5. 如圖

(1) $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC}$
= _____

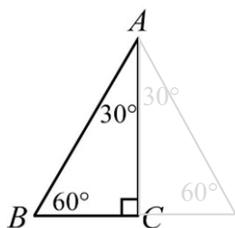
(2) 若 $\overline{BC}=6$ ，
 $\overline{AB} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



3. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC}$
= _____

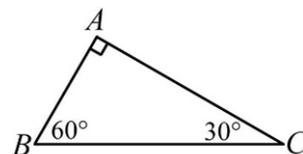
(2) 若 $\overline{BC}=6$ ，
 $\overline{AB} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



6. 如圖

(1) $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$
= _____

(2) 若 $\overline{BC}=8$ ，
 $\overline{AB} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



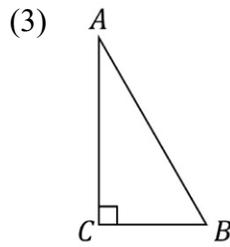
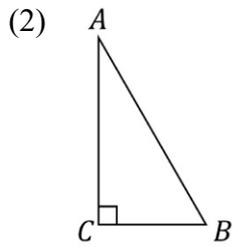
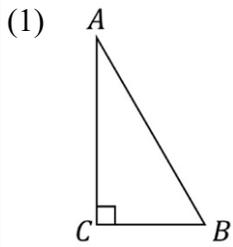


例題 ③ $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 的直角三角形的邊長比



已知： $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$

☆筆記



(2)
若 $\overline{BC} = 2$ ，
求 $\overline{AB} =$ _____，
 $\overline{AC} =$ _____

若 $\overline{AB} = 10$ ，
求 $\overline{BC} =$ _____，
 $\overline{AC} =$ _____

若 $\overline{AC} = 6$ ，
求 $\overline{BC} =$ _____，
 $\overline{AB} =$ _____

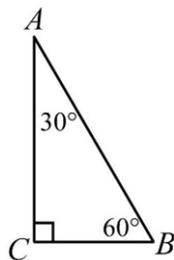


牛刀小試 5

1. 若 $\overline{BC} = 3$ ，求

$$\overline{AB} =$$

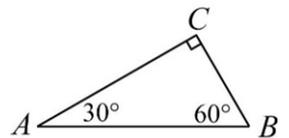
$$\overline{AC} =$$



3. 若 $\overline{AC} = 6\sqrt{3}$ ，求

$$\overline{BC} =$$

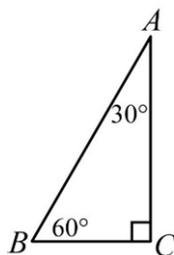
$$\overline{AB} =$$



2. 若 $\overline{AC} = 4\sqrt{3}$ ，求

$$\overline{BC} =$$

$$\overline{AB} =$$

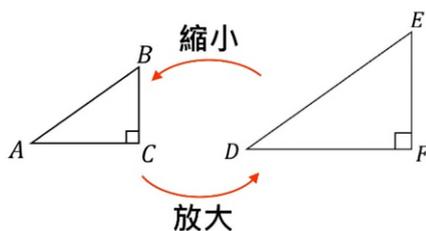




概念 4 直角△的邊長比值



☆如果我們把直角△ABC 放大成△DEF
則_____



$$\Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} \quad (\text{對應邊成比例})$$

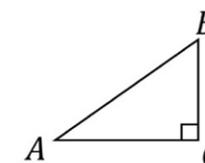
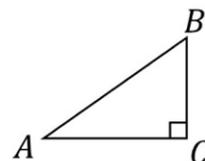
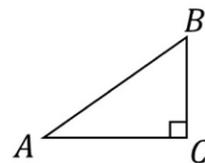
$$\Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

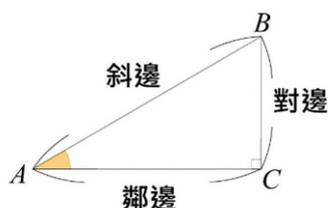
$$\Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

我們發現：
不管放大或縮小幾倍，這些直角△的邊長比值都是固定的！

☆筆記



☆



$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}} = \sin A$$

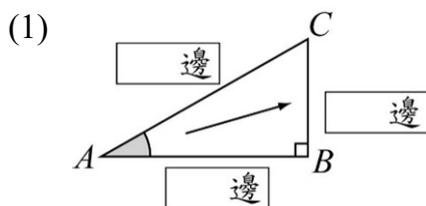
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = \cos A$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}} = \tan A$$



牛刀小試 6

1. 以 A 為觀察點，請在空格中填入「斜」、「對」、「鄰」

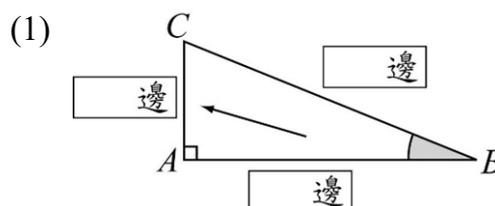


(2) $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的 } \square \text{ 邊長}}{\square \text{ 邊長}}$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的 } \square \text{ 邊長}}{\square \text{ 邊長}}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的 } \square \text{ 邊長}}{\angle A \text{ 的 } \square \text{ 邊長}}$$

2. 以 B 為觀察點，請在空格中填入「斜」、「對」、「鄰」



(2) $\sin B = \frac{\angle B \text{ 的 } \square \text{ 邊長}}{\square \text{ 邊長}}$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{ 的 } \square \text{ 邊長}}{\square \text{ 邊長}}$$

$$\tan B = \frac{\angle B \text{ 的 } \square \text{ 邊長}}{\angle B \text{ 的 } \square \text{ 邊長}}$$



例題 4 直角△的邊長比值

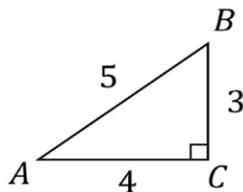


如右圖，已知： $\angle C=90^\circ$ ， $\overline{BC}=3$ ，
 $\overline{AC}=4$ ， $\overline{AB}=5$ ，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

(3) $\tan A =$ _____



☆筆記



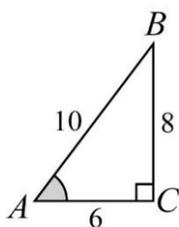
牛刀小試 7

1. 如圖，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

(3) $\tan A =$ _____

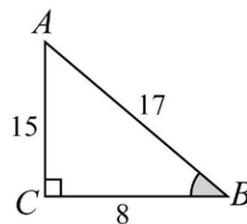


4. 如圖，求

(1) $\sin B =$ _____

(2) $\cos B =$ _____

(3) $\tan B =$ _____

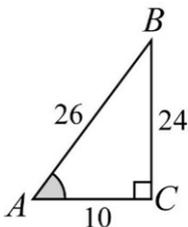


2. 如圖，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

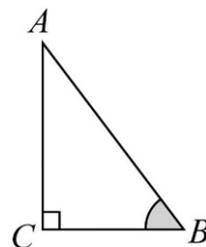
(3) $\tan A =$ _____



5. 若 $\sin B = \frac{12}{13}$ ，則

(1) $\cos B =$ _____

(2) $\tan B =$ _____

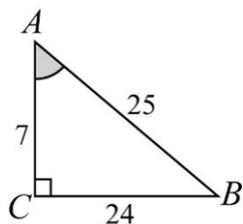


3. 如圖，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

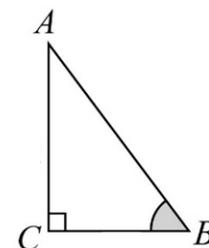
(3) $\tan A =$ _____



6. 若 $\sin B = \frac{15}{17}$ ，則

(1) $\cos B =$ _____

(2) $\tan B =$ _____





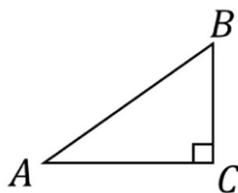
例題 5 特殊直角△的邊長比值



☆筆記



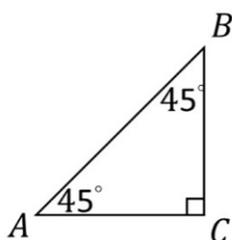
☆



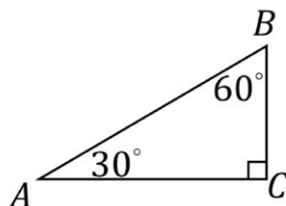
$\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$

<練習>

(1)



(2)



❶ $\sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

❶ $\sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

❶ $\sin 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

❷ $\cos 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

❷ $\cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

❷ $\cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

❸ $\tan 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

❸ $\tan 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

❸ $\tan 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$



牛刀小試 8

1. (1) $\sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\sin 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

2. (1) $\cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

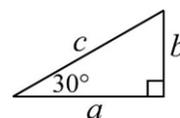
(3) $\cos 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

3. (1) $\tan 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\tan 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\tan 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

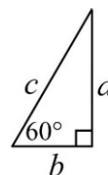
4. 若 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$



(1) 表示圖中， $\frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$

(2) 若 $c=10$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 若 $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$



(1) 表示圖中， $\frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$

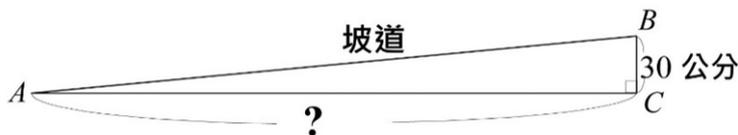
(2) 若 $c=12$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$



例題 6 三角比的應用



「無障礙通行空間設置坡道，其坡度不得大於 $\frac{1}{12}$ 」。其中，
 坡度 = $\frac{\text{高度}}{\text{水平距離}}$ ，蘭花國中想設置一個無障礙通行坡道，
 其中高度 BC 為 30 公分，則水平距離至少要多少公分才能
 符合規定？



☆筆記

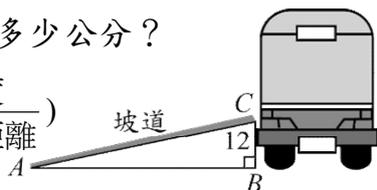
請問：題目中的 $\frac{1}{12}$ 指的是 $\sin A$ 、 $\cos A$ 還是 $\tan A$ ？



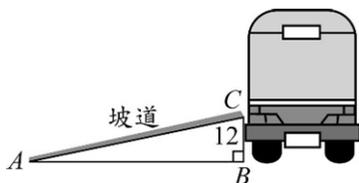
牛刀小試 9

1. 如下圖，公車的門可設置臨時殘障坡道，讓身障者的輪椅及娃娃車能輕鬆上車。已知坡度是 $\frac{1}{9}$ 且公車門到地板的垂直高度 \overline{BC} 為 12 公分，求此殘障坡道的水平距離 \overline{AB} 是多少公分？

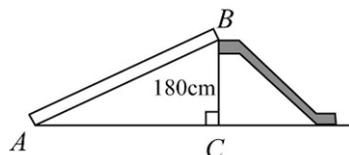
(提示: 坡度 = $\frac{\text{高度}}{\text{水平距離}}$)



2. 如下圖，公車的門可設置臨時殘障坡道，讓身障者的輪椅及娃娃車能輕鬆上車。已知坡度是 $\frac{1}{10}$ 且公車門到地板的垂直高度 \overline{BC} 為 12 公分，求此殘障坡道的水平距離 \overline{AB} 是多少公分？

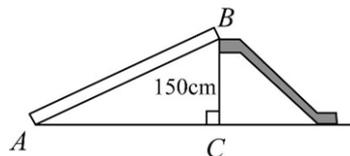


3. 如下圖，某公園有一座溜滑梯，其地面所形成的角度為 A ，已知 $\tan A = \frac{3}{4}$ ，且最高點的垂直高度為 180 公分，求此溜滑梯的水平距離 \overline{AC} 是多少公分？



(提示: $\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$)

4. 如下圖，某公園有一座溜滑梯，其地面所形成的角度為 A ，已知 $\tan A = \frac{3}{4}$ ，且最高點的垂直高度為 150 公分，求此溜滑梯的水平距離 \overline{AC} 是多少公分？





牛刀小試 1

- (1) $3 : 4 : 3 : 4$ (2) $9 : 16$
- (1) $3 : 5 : 3 : 5$ (2) $9 : 25$
- (1) $2 : 3 : 2 : 3$ (2) $4 : 9$
 - (3) 36
- (1) $5 : 7 : 5 : 7$ (2) $25 : 49$
 - (3) 98
- (1) $3 : 8$ (2) 6
 - (3) $9 : 64$
- (1) $2 : 3$ (2) $2 : 3$

牛刀小試 2

- 5
- 45
- 10
- 16

牛刀小試 3

- (1) 4 (2) $4\sqrt{2}$
- (1) 5 (2) $5\sqrt{2}$
- (1) 8 (2) $8\sqrt{2}$
- (1) 3 (2) 3

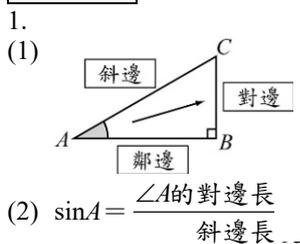
牛刀小試 4

- (1) $1 : 2 : \sqrt{3}$ (2) $4 : 2\sqrt{3}$
- (1) $1 : 2 : \sqrt{3}$ (2) $8 : 4\sqrt{3}$
- (1) $1 : 2 : \sqrt{3}$ (2) $12 : 6\sqrt{3}$
- (1) $1 : 2 : \sqrt{3}$ (2) $2 : 2\sqrt{3}$
- (1) $1 : 2 : \sqrt{3}$ (2) $3 : 3\sqrt{3}$
- (1) $1 : \sqrt{3} : 2$ (2) $4 : 4\sqrt{3}$

牛刀小試 5

- $6 : 3\sqrt{3}$
- $4 : 8$
- $6 : 12$

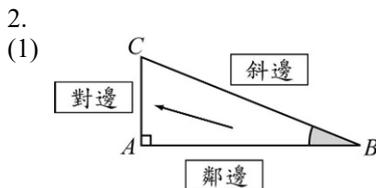
牛刀小試 6



$$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$$



$$\sin B = \frac{\angle B \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\tan B = \frac{\angle B \text{ 的對邊長}}{\angle B \text{ 的鄰邊長}}$$

牛刀小試 7

- (1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{3}{5}$
 - (3) $\frac{4}{3}$
- (1) $\frac{12}{13}$ (2) $\frac{5}{13}$
 - (3) $\frac{12}{5}$
- (1) $\frac{24}{25}$ (2) $\frac{7}{25}$
 - (3) $\frac{24}{7}$
- (1) $\frac{15}{17}$ (2) $\frac{8}{17}$
 - (3) $\frac{15}{8}$
- (1) $\frac{5}{13}$
 - (2) $\frac{12}{5}$
- (1) $\frac{8}{17}$
 - (2) $\frac{15}{8}$

牛刀小試 8

- (1) $\frac{1}{2}$
 - (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - (2) $\frac{1}{2}$
 - (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - (2) $\sqrt{3}$
 - (3) 1
- (1) $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$
 - (2) 5
 - (3) $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$
- (1) $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$
 - (2) 6

牛刀小試 9

- 108cm
- 120cm
- 240cm
- 200cm